

連続体モデルと離散体モデルを用いた砂の流動実験の再現解析 Simulation of granular avalanche test using CFD and DEM

小田憲一¹, 森口周二², 沢田和秀³, 八嶋厚⁴

- 1 岐阜大学・大学院工学研究科・n3812103@edu.gifu-u.ac.jp
- 2 岐阜大学・工学部・smori33@gifu-u.ac.jp
- 3 岐阜大学・流域圏科学技術研究センター・sawada@gifu-u.ac.jp
- 4 岐阜大学・yashima@gifu-u.ac.jp

概 要

斜面崩壊後の土砂の移動や土石流など、地盤材料の流動的な挙動による災害は、ひとたび発生すればその社会的影響は大きい。効率的に対策を講じるためには、数値解析による流動挙動の予測が重要となる。本研究では、地盤材料を連続体としてモデル化する流体解析と、離散体としてモデル化する個別要素法を用いて、過去の研究で行われた乾燥砂の流動実験の再現解析を実施した。連続体モデルによる解析では、底面付近での粒子の回転が考慮されないことを考慮して、底面摩擦が解析結果に与える影響を調べた。また、離散体モデルによる解析では、個別要素法の各種パラメータと非球形粒子の影響を明らかとすることを目的として実施した。連続体モデルおよび離散体モデルそれぞれの結果に基づいて、両モデルの違いによる流動挙動の違いや各種パラメータが与える影響について議論する。

キーワード：数値解析，連続体モデル，離散体モデル，粒状体

1. はじめに

地震や豪雨の度に全国各地で発生する斜面崩壊や土石流などの災害は、土砂の流下範囲に存在する構造物や社会基盤施設に甚大な被害をもたらす。平成13年に施行された土砂災害防止法は、土砂災害のおそれのある区域の危険の周知、避難に関する情報の伝達などの体制整備や住宅等の立地抑制、移転促進等のソフト対策を推進する法律であり、土砂災害の恐れのある危険個所について警戒区域と特別警戒区域を指定することが義務付けられている。斜面崩壊後の土砂流動や土石流などは、地形勾配や地形形状、および土砂を構成する土の種類や含水量などにより流動特性が変化し、簡易な経験則のみでは、その被害想定を正確に行うことが難しい。そのため、シミュレーションによる個別斜面での被害想定が有効であり、土砂の流動挙動や流下範囲を精度よく表現できる解析ツールの構築が重要である。

筆者らは、これまでに、CFD(Computational Fluid Dynamics)に基づいて土砂流動や地盤の大変形を表現する手法を提案している¹⁾。この手法では、土砂をBingham流体と仮定して連続体モデルを用いて土砂の流動特性を再現する。これまでに、自由表面の計算精度と完全な質量保存を目的としてTHINC(Tangent of Hyperbola for Interface

Capturing)法²⁾³⁾を導入しており、底面摩擦の影響を考慮するための速度の境界条件を提案している⁴⁾。

本研究では、CFDによる連続体モデルと、DEM(Discrete Element Method)による離散体モデルを用いて、Denlingerら⁵⁾が行った乾燥砂の流動実験を再現する。連続体と離散体の両モデルの結果を比較することで、両者の利点や解析上の留意点を整理し、土砂の流動挙動を再現する上で重要となる項目について議論する。

2. 解析手法

2.1 連続体モデル(CFD)

連続体モデルを用いるCFD解析では、流動材料を非圧縮性流体と仮定し、以下の式を支配方程式として用いる。

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + g_i \quad (1)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\partial (u_i \phi)}{\partial x_i} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (u_i \rho)}{\partial x_i} = 0 \quad (3)$$

式(1)は、運動量保存則、式(2)は密度関数の保存則、式(3)は密度の質量保存則である。ここで、 ϕ は密度関数、 u は速度、

ρ は密度, σ は応力, g は重力を表している。非圧縮性材料の場合, 密度変化がないため, 式(3)は以下ようになる。

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (4)$$

本研究では, 以下の非圧縮性非 Newton 流体の応力〜ひずみ関係を用いる。

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + 2\eta'V_{ij} = -p\delta_{ij} + \eta' \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (5)$$

ここで, δ_{ij} はクロネッカーのデルタ, V_{ij} はひずみ速度テンソルである。また, η' は時間的および空間的に変化する粘性係数であり, 以下の式により計算される。

$$\eta' = \eta_0 + \frac{c + p \tan \phi}{\sqrt{2V_{ij}V_{ij}}} \quad (6)$$

ここで, η_0 は粘性係数の最小値, c は粘着力, ϕ は内部摩擦角である。上式は, Mohr-Coulomb の破壊基準により得られるせん断強度を有した Bingham 流体モデルの粘性を, Newton 流体の粘性として表現した場合の等価粘性係数を示している。上式中には粘着力と内部摩擦角が含まれており, これらの値を変化させることで粘性材料と摩擦性材料の両方の変形特性を表現することができる。計算の中では, 毎時間ステップ各計算点で等価粘性係数の値は更新されるが, 1 ステップの計算の中では一定の値としている。

式(1)に式(5)を代入すると次式となる。

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + 2 \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} (\eta' V_{ij}) + g_i \quad (7)$$

通常, Newton 流体を対象とする場合は, 粘性係数が変化しないとして, 式(7)をさらに変形するが, 本研究では, 等価粘性係数を用いており, 粘性の空間勾配を考慮する必要があるため, 式(7)をそのまま用いる。

密度関数 ϕ は各材料に対してそれぞれ定義され, 計算メッシュ内に存在する各材料の占有率を示し, 0~1 の値で表現される。例えば, 空気と水の混相場を考えれば, 空気と水に対してそれぞれの密度関数 ϕ_{air} と ϕ_{water} が定義される。このとき, あるメッシュにおいて $\phi_{air}=1$ で $\phi_{water}=0$ であれば, そのメッシュ内は全て空気となる。

各メッシュ内の物性値(粘性係数 η , 密度 ρ)は以下の式で定義する。

$$\rho = \phi_{air}\rho_{air} + \phi_{snow}\rho_{snow} \quad (0 \leq \phi \leq 1) \quad (8)$$

$$\eta = \sum \phi \eta \quad (0 \leq \phi \leq 1) \quad (9)$$

速度の移流項の計算には CIP(Confined Interpolation Profile)法⁶⁾を適用し, それ以外の項の空間離散化については差分法を適用している。

式(2)の移流方程式流を解くことで流動材料の自由表面の移動を表現できる。式(2)については, 流動材料の質量保存とシャープな界面の表現を目的として, THINC 法^{2) 3)}を適用している。THINC 法は, 補関数に双曲型正接関数を用いることによって, 自由表面をシャープに扱うことができる。双曲型正接関数は式(10)のような式で示される。

$$F^\pm(x) = \pm \tanh(\beta x) \quad (10)$$

この関数は, 図 1 に示すようなプロファイルであることが一般的に知られている。

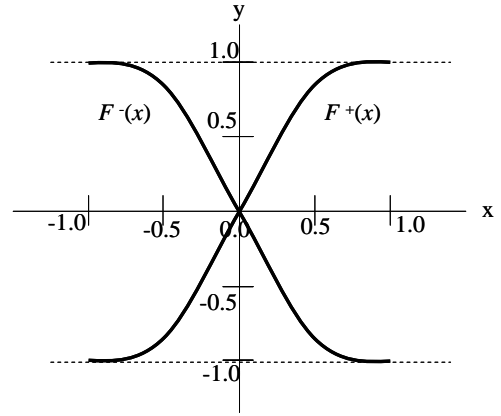
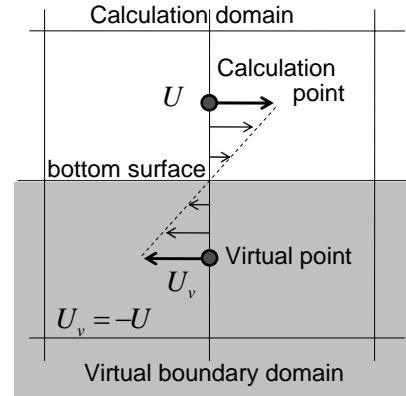
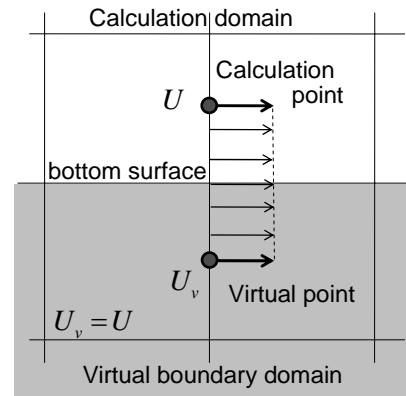


図 1 双曲型正接関数のプロファイル

β は補関数の勾配の大きさを調節する値であり, 数値拡散を防ぎたい場合には, β を大きくし補関数の勾配をさらに急峻なものにし, 自由表面をシャープにすることができる。



(a) 壁面での滑りなし



(b) 壁面での滑りあり

図 2 壁面での速度の境界条件

壁面摩擦の影響については, 図 2 に示すように, 壁面部分での速度の境界条件を操作することで表現している。壁面

部で non-slip 条件とする場合、図 2-(a)のように、壁面内部に仮想計算点を配置し、壁面近傍の計算点の速度に対して逆方向の速度を与え壁面上で速度が 0 となる条件を満足させる。これに対して、任意の壁面摩擦を表現するために、仮想点における速度の設定に係数 α を導入することで、仮想点の速度を変化させて壁面上での摩擦を調整する。仮想点での速度 U_v は、壁面近傍の速度を U とすると以下のようになる。

$$U_v = -U(2\alpha - 1) \quad (11)$$

係数 α は 0~1 の値をとり、 $\alpha=1$ のとき non-slip 条件となり、 $\alpha=0$ のとき slip 条件となる。また、係数 α は、粘着成分を含まない摩擦性材料の場合、以下の式により決定される。

$$\alpha = \frac{\tan \phi_B}{\tan \phi} \quad (12)$$

ここで、 ϕ は流動材料の内部摩擦角、 ϕ_B は壁面摩擦角である。

2.2 離散体モデル(DEM)

離散体モデルを用いる DEM 解析では、粒子の集合体の動きを計算し、粒状材料の挙動を再現する。本研究では粒子間力を図 3 のモデルで表現する。図に示したように、法線方向と接線方向にそれぞれバネとダッシュポットを設定している。さらに、接線方向にはスライダーを設定している。

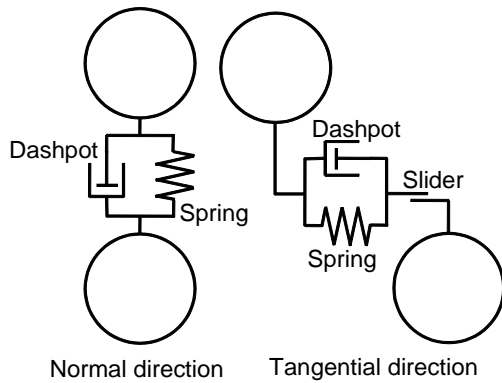


図 3 DEM で用いる粒子間力モデル

解析パラメータは、法線方向のバネ定数 k_n と粘性係数 C_n 、法線方向のバネ定数 k_s と粘性係数 C_s 、および粒子間摩擦係数 μ である。本研究においては、法線方向と接線方向のバネ定数および粘性係数は一致すると仮定する。バネ定数と粘性係数の関係は、減衰定数 h を導入して以下の式で表現される⁷⁾。

$$C = 2h\sqrt{k \cdot m} \quad (13)$$

ここで、 m は DEM の粒子の質量である。上式より、バネ定数と減衰定数が決まれば粘性係数が決定できる。

3. 砂の流動実験の再現解析

Denlinger ら⁵⁾は、図 4 に示した乾燥砂の流動実験を行い、時間経過に伴う到達距離と砂の層厚分布について調べている。図 5 は各時刻における実験から得られた層厚分布であり、図中のコンター線は層厚を表し、その間隔は 1mm である。実験では、模型斜面上部に壁を設置して一定量の乾燥砂(290cm³)を投入し、壁を取り除くことで砂の流動を発生させている。初期状態における砂の密度は 16kN/m³、斜面角度は 31.4 度、砂の内部摩擦角は 40 度、斜面底面は合成樹脂で作られており、砂と底面部の摩擦角は 29 度と報告されている。ただし、底面の摩擦角は静的な実験で得られたものであり、動的な値については言及されていない。

本研究では、Denlinger ら⁵⁾が行った実験を、CFD(連続体)と DEM(離散体)の 3 次元解析によって再現する。図 6 と図 7 は、CFD と DEM で用いたそれぞれの解析モデルを示している。CFD の解析モデルは、重力加速度の方向を変化させて斜面勾配を表現した。DEM の計算では、直径 2mm の球形粒子を 35410 個用いて実験と同様の初期位置に同様の密度となるように設置し、砂を表現した。表 1 に CFD の解析で用いたパラメータ、表 2 に DEM の解析で用いたパラメータを示す。CFD の解析では底面摩擦角を、DEM の解析では粒子間力のパラメータを変化させた。全てのケースで土粒子密度を 2.65×10³kg/m³、実験前の砂の初期密度を 1.61×10³kg/m³、内部摩擦角を 40 度とした。

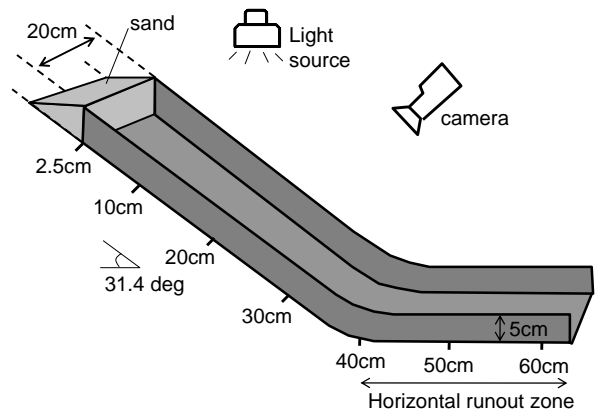


図 4 小規模な滑り台で行った砂の流動実験

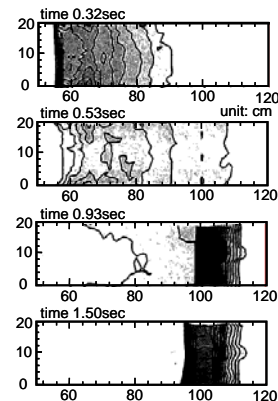


図 5 実験で得られた土砂の層厚分布

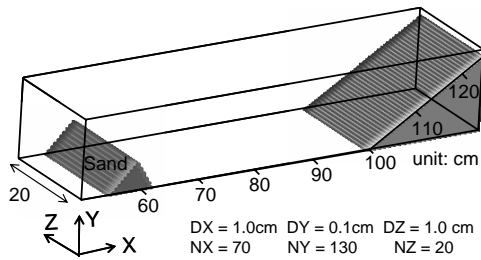


図 6 CFD 解析で用いた解析モデル

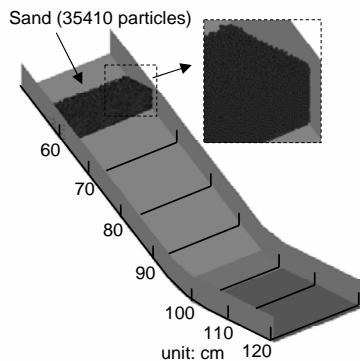


図 7 DEM 解析で用いた解析モデル

表 1 CFD の解析パラメータ

Case	Surface friction angle (degree)
CFD case1	29
CFD case2	20
CFD case3	15

表 2 DEM の解析パラメータ

Case	Surface friction angle (degree)	Spring constant (N/m)	viscosity coefficient (N·s)	Dumping coefficient
DEM case1	29	1.0×10^3	6.66×10^0	1.0
DEM case2	29	1.0×10^4	2.11×10^1	1.0
DEM case3	29	1.0×10^5	6.66×10^1	1.0
DEM case5	29	1.0×10^6	2.11×10^2	1.0
DEM case6	29	1.0×10^6	4.20×10^3	2.0
DEM case7	29	1.0×10^6	6.30×10^3	3.0

3.1 CFD 解析の結果

図 8 に解析から得られた層厚分布を示す。実験結果と同様に、図中のコンター線は層厚を表し、その間隔は 1mm である。Case1(底面摩擦角 29 度)では、実験で流動した距離の半分程度しか流れておらず、与えた底面摩擦角の値が大きすぎるのがわかる。これは、実験で報告されている底面摩擦角が静的な実験により求められたものであるためと考えられる。

簡易的に砂を剛体として仮定した場合、実験結果の砂の先端部の到達距離と時間の関係から動的な底面摩擦角は 15 度程度と推測される。そのため、底面摩擦角を 20、15(Case2, Case3)の 2 ケースについて解析を行った。これらのケースの計算結果より、底面摩擦角を小さくすることで、解析結果が実験結果に近づいていることがわかる。特

に Case3 (底面摩擦角が 15 度) から得られた結果は概ね実験結果と一致している。現実の現象においては、底面付近で流れている砂は、粒子の回転や粒子同士の反発が影響して、全体としての動摩擦係数は非常に小さくなると考えられる。連続体モデルでは、これらの効果は無視しているため、実際の粒状体の流れを表現するためには、流動中の粒子の回転や反発の効果を含んだ底面摩擦角を設定する必要があることがわかる。

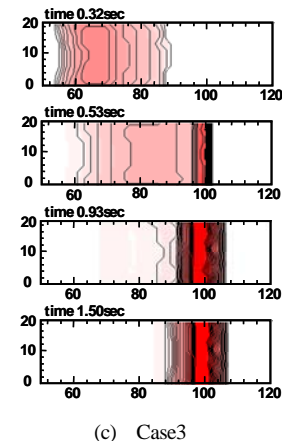
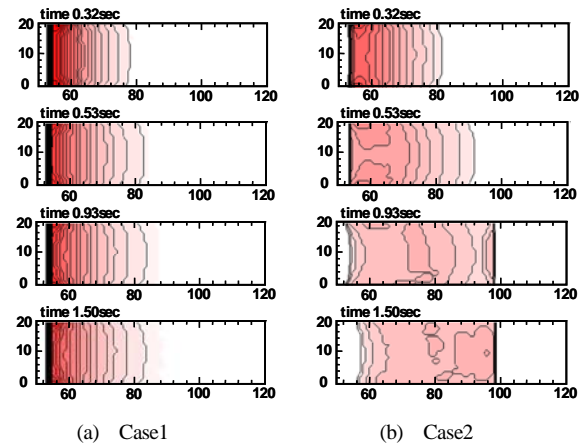


図 8 CFD で得られた層厚分布

3.2 DEM 解析

3.2.1 バネ定数の効果

DEM による解析では、バネ定数と減衰定数を決定し、式(13)からダッシュポットの粘性係数を決定する。バネ定数は材料の疎密波速度やせん断波速度から求めるのが一般的⁸⁾であるが、多くの場合、バネ定数が非常に大きな値となり、時間増分を小さく設定することになるため、長い計算時間が必要となる。特に、本研究のように、粒子サイズが小さい多数の粒子を扱う場合、この傾向は顕著になり、計算時間が長くなりやすい。これに対して、減衰定数が一定であれば、バネ定数がある程度大きな値であれば解析結果に影響を与える影響は少ないと考えられる。そこで、本研究では、まず、減衰定数を一定の条件下で、バネ定数が解析結果に与える影響を調べた。表 2 の Case1~Case4 は、減衰定数を一定値の 1.0 として、バネ定数を変化させた解

析ケースである。なお、先述のとおり、接線方向のバネ定数と法線方向のバネ定数の値は同じ値としている。図9は計算から得られた層厚分布である。実験結果と同様に、図中のコンター線は層厚を表し、その間隔は1mmである。バネ定数が一番小さいCase1($k=1.0 \times 10^3$ N/m)では、実験に比べてゆっくりと流動し、流動挙動も他の結果と比べて大きく異なっている。しかし、バネ定数を大きくすることで徐々に実験に近い停止位置で流動が収まる結果となることがわかる。また、Case3($k=1.0 \times 10^5$ N/m)とCase4($k=1.0 \times 10^6$ N/m)では、ほぼ同様の結果となっており、バネ定数の値が大きくなるにつれて、解析結果が収束していることが確認できる。よって、 1.0×10^6 N/mは本解析のバネ定数として十分に大きな値であると推測されるため、以下の解析では、バネ定数を 1.0×10^6 N/mに固定して解析を実施している。

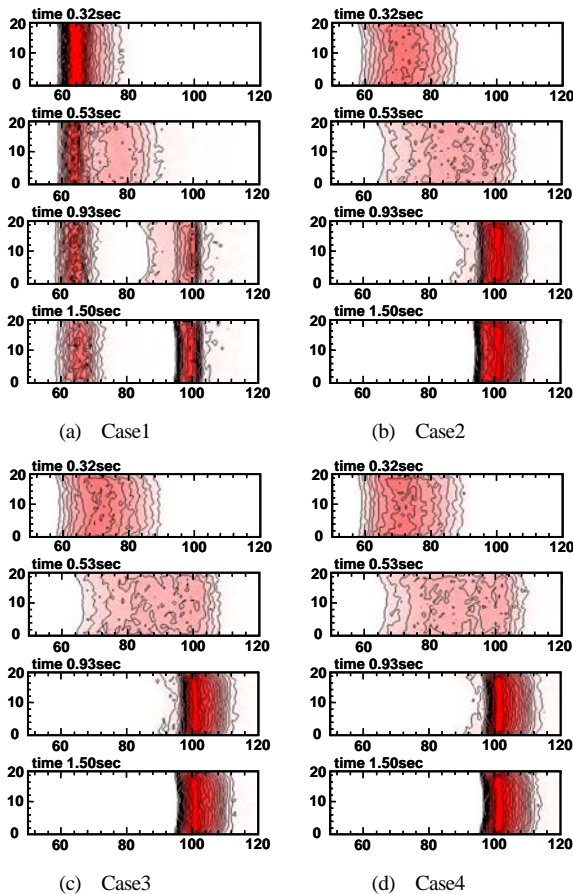


図9 DEMで得られた層厚分布(バネ定数の効果)

3.2.2 減衰係数の効果

先述のCase4の結果では、砂の最終的な到達距離は実験結果と一致しているものの、0.53秒後の流動中の層厚分布を比較すると、実験結果では斜面上部に砂の大部分が残っているのに対して、解析結果では斜面下部に大部分が移動している。そのため、流動中の流動速度は実験値よりも早くなっていると考えられる。しかしながら、Case4では、減衰定数を1.0としており、流動速度を下げるためには、1.0以上の減衰定数を設定する必要がある。そこで、値と

しては非現実的ではあるが、Case5, 6において、減衰定数を2.0と3.0として解析を行った。図10にこれらの計算結果を示す。減衰係数を大きくすることで、流動途中の層厚分布が実験の層厚分布に近いていくが、それとともに最終的な到達位置が短くなっており、これ以上減衰定数を大きくしても、解析結果と実験結果が一致しない。以上により、球形粒子を用いた解析では、ある程度実験の層厚分布を表現できるが、流動中の挙動と流動後の到達距離を同一のパラメータで再現することは難しいということが確認された。

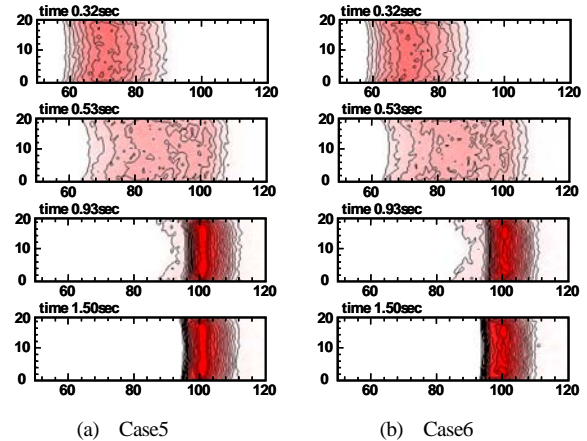


図10 DEMで得られた層厚分布(減衰係数の効果)

3.2.3 非球形粒子モデル

球形モデルでは、解析パラメータを変化させても、実験から得られた流動する砂の層厚分布を完全に表現することは難しいという結果になった。そのため、非球形粒子モデルを用いて解析を行った。図11は解析で用いた非球形の粒子モデルである。非球形の粒子は、直径の最大値が2mmとなるように球形粒子を4つ重ね合わせている。

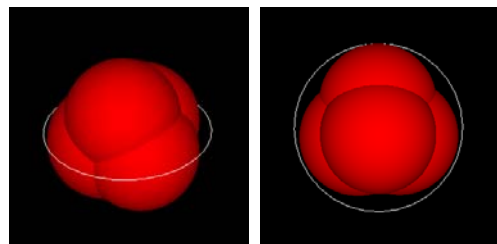


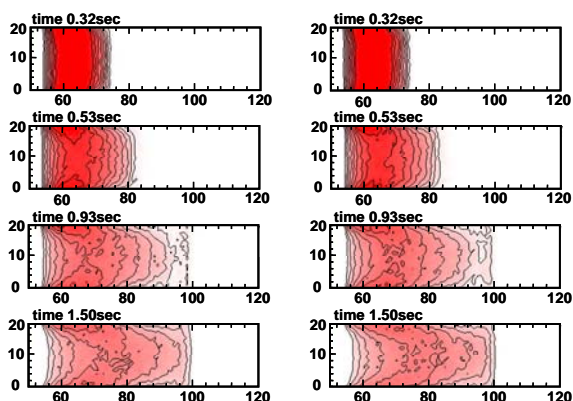
図11 非球形の粒子モデル

表3に非球形粒子モデルを用いた解析の各ケースのパラメータを示す。バネ定数は $k=1.0 \times 10^6$ で固定し、減衰係数を1.0, 0.8, 0.6, 0.4, 0.1, 0.07の6ケースとした(Case7~12)。図12は解析結果から得られた層厚分布である。粒子を球形から非球形に変化させることで、球形モデルの場合と比べて砂の流動速度が著しく遅くなっており、粒子モデルを非球形とすることで、解析結果が減衰定数に大きく依存することがわかる。最終的に実験に近い結果を示した

減衰係数は 0.07 であり、流動中と流動後の層厚分布が非常に実験とよく一致しており、実験の砂の流動を精度よく再現できていることがわかる。

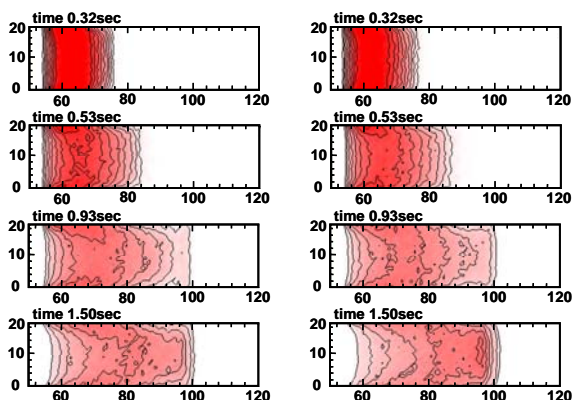
表 3 非球形粒子を用いた DEM 解析のパラメータ

Case	viscosity coefficient (N·s)	Damping coefficient
DEM case7	2.10×10^2	1.0
DEM case8	1.68×10^2	0.8
DEM case9	1.26×10^2	0.6
DEM case10	8.39×10^1	0.4
DEM case11	2.10×10^1	0.1
DEM case12	1.47×10^1	0.07



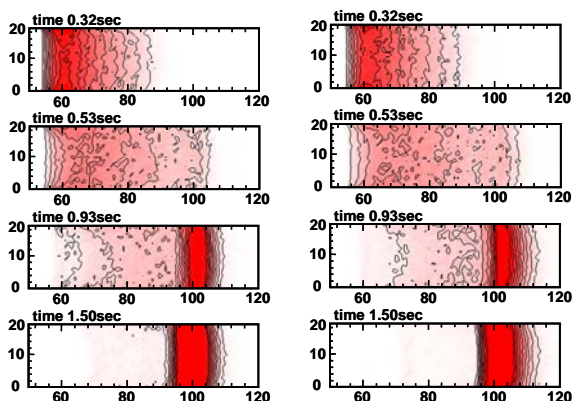
(a) Case7

(b) Case8



(c) Case9

(d) Case10



(e) Case11

(f) Case12

図 8 DEM で得られた層厚分布(非球形)

以上の結果から、離散体モデルを用いて粒状体の流動を再現する場合、球形粒子モデルでは限界があるのに対して、非球形粒子モデルは現実的なパラメータの値の範囲内で現実を精度よく再現することができることが確認された。

4. まとめ

本研究では、連続体モデルと離散体モデルを用いて、砂の流動実験を再現した。連続体モデルでは、実験で報告されている底面摩擦角よりも小さな値を用いることで、実際に模型斜面で流動した砂の挙動を概ねうまく再現することができた。これは、流動中の底面部分での砂粒子の回転や反発の効果を連続体で直接表現することが困難であるため、底面摩擦角にそれらの効果を含めて設定する必要があるためである。離散体モデルでは、始めに球形粒子を用いた解析を実施したが、砂の流動と流動後の到達距離を同一のパラメータで再現することは難しいという結果になった。また、減衰定数の値も過減衰領域である 1.0 以上の値を使う必要があり、実際の現象との整合性がとれていない。そのため、非球形粒子モデルを導入して解析を行った。減衰定数を変化させたところ、減衰定数を 0.07 に設定したケースの解析結果で、流動中と流動後の層厚分布が実験と精度よく一致し、実際の砂の流動を再現できていることが確認された。

本研究の結果より、流動中の粒子の回転や反発を考慮できない連続体モデルでは、底面摩擦角が流動挙動をコントロールする重要な解析パラメータとなることが確認された。これに対して、離散体モデルでは、粒子の回転や反発を直接表現できるが、球形モデルと非球形モデルでは、流動挙動が大きく異なり、現実の現象を精度よく再現するためには、非球形粒子モデルを用いることが重要となることが確認された。

参考文献

- 1) S. Moriguchi, A. Yashima, K. Sawada, R. Uzuoka, and M. Ito: Numerical simulation of flow failure of Geomaterials based on fluid dynamics, *Soils & Foundations*, 45, pp.155-166, 2005.
- 2) Xiao, F., Honma, Y. and Kono, T.: A simple algebraic interface capturing scheme using hyperbolic tangent function, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 48, pp.1023-1040, 2005.
- 3) K. Yokoi: A simple algebraic interface capturing scheme using hyperbolic tangent function. *J. Comput. Phys.* 2007, vol.226, pp.1985-2002.
- 4) 森口周二, Ronald I. Borja, 八嶋厚, 沢田和秀, 小田憲一: 底面摩擦を考慮した乾燥砂の流動解析, *日本機械学会第22回計算力学講演会 CD-ROM 論文集*, pp.484-485, 2009.
- 5) R. P. Denlinger and R. M. Iverson: Flow of variably fluidized granular masses across three-dimensional terrain, *Journal of Geophysical Research*, 106, B1, pp. 553-566, 2001.
- 6) T. Yabe and T. Aoki: A universal solver for hyperbolic equations by cubic polynomial interpolation, *Computer Physics Communications*, 66, pp.219-232, 1991.
- 7) 大町達夫, 荒井靖博: 個別要素法で用いる要素定数の決め方について, *構造工学論文集 Vol.32A*, pp.715-723, 1986.
- 8) 伯野元彦: 破壊のシミュレーション, 森北出版, pp.39-45, 2004.