

# 厳密解および数値解における波浪を受ける海底地盤の

## 連成解析における定式化と解析条件の妥当性の検討

豊橋技術科学大学 学生員 浅原 信吾  
豊橋技術科学大学 正会員 三浦 均也  
豊橋技術科学大学 学生員 野田 太門  
株式会社不動産トラ 正会員 田中 隼矢

### 1. はじめに

地盤や土構造物の挙動解析では、地盤材料を固体相、液体相、気体相で構成される多孔質の多相系材料として取り扱わなければならない。しかし、多孔質材料の定式化では記述するのに必要な変数が多く支配方程式は複雑になるため、地盤工学分野では解こうとする問題や解析要件に応じてそれらを単純化し、支配方程式を単純化した上で適用することが行われている。例えば、静的な地盤の定常変形問題の場合には、浸透力を適切に評価した上で固体相だけに着目した単純な定式化でも十分な精度の解を得ることができる。しかし、飽和した地盤の非定常変形問題の場合には、固体相と液体相の相互作用の役割は周波数と透水性の関数として大きく異なるため、より複雑な定式化を必要とする場合がある。三浦ら<sup>1)</sup>はこのことを飽和地盤中における弾性波の伝播特性に関して検討した。近年ではコンピュータの急速な発展によって数値解析がより身近になったため、これまでは困難であった複雑な解析条件においても種々の問題を比較的容易に解くことが可能になってきた。それゆえ、地盤構成要素の適切な定式化をより広範囲な条件で検討し、定式化の妥当性および定式化と解析条件の適切な選択について検討する必要がある。

この研究で対象とするのは、波浪荷重を受ける海底の非定常な応答である。海底の周期的および蓄積的、両方の間隙水圧の応答が、構造物の荷重や地震動だけでなく海底地盤に作用する波浪による水圧変動によって引き起こされる。このような周期的な水圧および間隙水圧の変動は二次的に土の骨格に作用する。したがって、この固体相と流体相の相互作用は海底地盤の変形問題では特に重要である。さらに、残留間隙水圧の発生は土骨格の変形挙動の結果として固体相と流体相の相互作用を介して起こる。

波浪による海底地盤表面の水圧変動は、第一近似としては進行する正弦波として捉えることができ、海底面を剛で不透水であると仮定した上で、微小振幅波（線形）理論を用いて算定することができる。このような海底地盤表面における水圧変動に伴う海底地盤の応答は一種の調和振動的な挙動となる。海底地盤内にはせん断応力も生じるため、これらがせん断強さを超えると地盤の不安定化や破壊が生じる。また、間隙水圧の蓄積は海底地盤を徐々に不安定化させ、地すべりや

液状化に進展することも知られているが、これらのメカニズムおよび解析法が十分に解明されているとは言えない。

港湾や沿岸施設の設計において、Henkel<sup>2)</sup>は波荷重下における軟弱な地盤の安定解析の手法を提案した。Puntnumら<sup>3)</sup>は、海底地盤における間隙水圧の分布とその変動について検討した。石原・山崎<sup>4)</sup>は海底の非定常的な応力を推定し、海底の液状化ポテンシャル評価のため、発生する間隙水圧の変化を推定する方法を提案した。しかし、これらの研究では、土の骨格と間隙水の相互作用については適切に考慮されていなく、非連成解析として分類されるものである。一方、Madsen<sup>5)</sup>とYamamoto<sup>6)</sup>は、多孔性弾性体における Biot 方程式<sup>7)</sup>を使用して、砂地盤における波荷重による有効応力と間隙水圧の調和振動解析を行った。これらの解析は連成解析に分類される。彼らは Mohr-Coulomb の降伏基準から、波によって引き起こされる有効応力による、一時的な崩壊や不安定が生じる海底面の領域を決定した。岡ら<sup>8)</sup>は防波堤の沈下についての詳細な現地調査を行った。彼らは、沈下は波の荷重による液状化によって引き起こされ、波荷重下の海底地盤の不安定化は沿岸構造物の設計において考慮すべき重要な問題であることを実際の被害例において示した。これ以外にも沿岸・海洋域の構造物の安定性を波浪荷重の影響の下で論じた研究はいくつか見られるが、それらは特定海底地盤の解析に特定の手法を適用するのみで、定式化あるいは適用する定式化の妥当性を系統的に論じていない。

本研究では  $u-w-p$ ,  $u-p$ ,  $u$ ,  $w-p$  という 4 タイプの定式化に対して、波荷重下における水平海底地盤の非定常応答解析に対するこれらの定式化の適用性を線形弾性理論に基づいた厳密解と有限要素法による数値解により比較検討する。対象とした定式化における支配方程式は、Biot が示した多次元下の圧密方程式に基づいていて、必要に応じて適切に単純化した。したがって、土は固体相および液体相と気体相を平均化した流体相との二相系材料として定式化した。各相間の相互作用、すなわち間隙水の浸透力と浸透流速の関係は、Darcy 則に基づく動水勾配と浸透流速の線形関係として定式化した。海底地盤は均質、等方で均一であると仮定した。各定式化は静的、擬似動的、動的解析さらに一次元、二次元解析条件において検討した。また、剛性、透水性、飽和度などが異なる、代表

Coupled Analysis of the Behavior of Seabed Subjected to Sea Wave with Different Formulation of Geomaterials and Analytical Conditions

Shingo ASAHARA (s023603@edu.imc.tut.ac.jp), Kinya MIURA, and Tamon Noda: Toyohashi University of Technology

的な複数の土質からなる海底地盤を用意した。

## 2. 定式化

### 2-1. 定式化の誘導

固体相の応力-ひずみ関係を表す構成則は、線形弾性理論に基づいて以下ようになる。

$$\Delta\sigma_{ij} = \lambda\Delta\varepsilon_{kk}\delta_{ij} + 2G\Delta\varepsilon_{ij} \quad (1)$$

ひずみをテンソル表記で定義すると、

$$\Delta\varepsilon_{ij} = -\frac{1}{2}(\Delta u_{i,j} + \Delta u_{j,i}) \quad (2)$$

ここで、 $\Delta u_i$  は固体相の絶対変位増分ベクトルである。式(2)から式(1)は、以下のようにあらわされる。

$$\Delta\sigma_{ij} = -\lambda\Delta u_{k,k}\delta_{ij} - G(\Delta u_{i,j} + \Delta u_{j,i}) = -D_{ijkl}\Delta u_{k,l} \quad (3)$$

ここで、 $G$  と  $\lambda$  は Lamé の定数で、 $D_{ijkl}$  は、

$$D_{ijkl} = \lambda\delta_{ij}\delta_{kl} + G(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}) \quad (4)$$

$$= \begin{cases} \lambda + 2G & ; i = j = k = l \\ \lambda & ; i = j \neq k = l \\ G & ; i = k \neq j = l \text{ or } i = l \neq j = k \\ 0 & ; \text{otherwise} \end{cases}$$

流体相の構成式は液体相と気体相の特性を平均化して以下のように表現できる。

$$(1-n)\Delta\hat{\varepsilon}_{ii} + n\Delta\hat{\varepsilon}_{ff} = -(\Delta\dot{u}_{i,i} + \Delta\dot{w}_{i,i})$$

$$= \left( \frac{1-n}{K_s} + \frac{n}{K_f} \right) \Delta\dot{p} = \frac{1}{B_f} \Delta\dot{p};$$

$$B_f = \frac{K_f}{n}, \quad \frac{1}{K_f} = \frac{1}{K_l} S_r + \frac{1}{K_g} (1-S_r), \quad K_s \gg K_f \quad (5)$$

ここで、 $\Delta p$  は間隙圧増分、 $n$  は間隙率である。また、上付のドットは時間に関する微分をあらわしている。 $K_s$ 、 $K_f$ 、 $K_l$ 、 $K_g$  は土粒子、流体相、液体相、気体相それぞれの体積圧縮係数である。液体相の体積圧縮係数  $K_f$  は飽和度  $S_r$  の関数で表され、一般的に土粒子の体積圧縮係数  $K_s$  は  $K_f$  と比較して遥かに大きい。ベクトル変数  $\Delta w_i$  は固体相と液体相の見かけの相対変位増分を表す。ここで、変数  $\Delta w_i$  は多孔性体を通する単位面積あたりの浸透流の量に等しく、Darcy's 流れに当てはまる。流体相の絶対変位  $\Delta u_{fi}$  は以下のように与えられる。

$$\Delta u_{fi} = \Delta u_i + \frac{\Delta w_i}{n} \quad (6)$$

間隙流体の相対速度、もしくは間隙流体の流れは以下のように記述できる。

$$\Delta\dot{w}_i = -k_{ij}\Delta h_{i,j} = -k_{ij} \left( \frac{\Delta p_{i,j}}{\rho_f g} - \frac{\rho_f \Delta b_i}{\rho_f g} \right)$$

$$= -\frac{k_{ij}}{\rho_w g} (\Delta p_{i,j} - \rho_f \Delta b_i) \quad (7)$$

$$r_{ij}\Delta\dot{w}_j + \Delta p_{i,j} = \rho_f \Delta b_i; \quad r_{ik} \frac{k_{kj}}{\rho_f g} = \delta_{ij}$$

ここで  $h$  は水頭、 $k_{ij}$  は Darcy の透水性をテンソル表記したものの、テンソル  $r_{ij}$  は  $k_{ij}$  の逆関数、 $\Delta b_i$  は物体力ベクトル増分、 $\rho_f$  は流体相の密度である。また、等方性を持つ透水性を仮定

すると、透水性テンソルは均一な値を対角要素のみに持ち、以下ようになる。

$$k_{ij} = k\delta_{ij}, \quad r_{ij} = \frac{\rho_f g}{k}\delta_{ij}, \quad s_{ij} = \frac{k}{\rho_f g}\delta_{ij} \quad (8)$$

液体相の平衡条件は、ダルシーの透水係数はダルシーの透水係数によって、式(7)から与えられる。

$$\rho_f (\Delta\ddot{u}_i + \frac{\Delta\dot{w}_i}{n}) + r_{ij}\Delta\dot{w}_j + \Delta p_{i,j} = \rho_f \Delta b_i \quad (9)$$

固体相と流体相、全体における平衡条件は式(1)と式(9)から導き出される。

$$(1-n)\rho_s \Delta\ddot{u}_i + n\rho_f \Delta\ddot{u}_{fi} \quad \equiv \quad (10)$$

$$= -(\Delta\sigma_{ji})_{,j} - \Delta p_{i,j} + ((1-n)\rho_s + n\rho_f)\Delta b_i$$

ここで、 $\rho_s$  は固体相の密度である。式(4)により式(10)を修正すると、

$$\rho_l \Delta\ddot{u}_i + \rho_f \Delta\dot{w}_i - (D_{ijkl}\Delta u_{k,l})_{,j} + \Delta p_{i,j} = \rho_l \Delta b_i \quad (11)$$

ここで、全密度  $\rho_l$  は、

$$\rho_l = (1-n)\rho_s + n\rho_f \quad (12)$$

### 2-2. 定式化の分類

支配方程式は連立変微分方程式で定式化され、以下に示す4つのタイプの支配方程式で表している。まず最も厳密な定式化は以下のように表現される。

([u-w-p] formulation)

$$\rho_l \Delta\ddot{u}_i + \rho_f \Delta\dot{w}_i = (D_{ijkl}\Delta u_{k,l})_{,j} - \Delta p_{i,j} + \rho_l \Delta b_i$$

$$\rho_f (\Delta\ddot{u}_i + \frac{\Delta\dot{w}_i}{n}) = -r_{ij}\Delta\dot{w}_j - \Delta p_{i,j} + \rho_f \Delta b_i$$

$$B_f \delta_{ij} (\Delta\dot{u}_{i,j} + \Delta\dot{w}_{i,j}) + \Delta\dot{p} = 0 \quad (13)$$

これらの支配方程式は式(5)、(9)、(11)から導き出され、3次元条件下においては7つの変微分方程式から構成される。この定式化は[u-w-p] formulation と名づける。

([u-p] formulation)  $\Delta\dot{w} = 0$

$$\rho_l \Delta\ddot{u}_i = (D_{ijkl}\Delta u_{k,l})_{,j} - \Delta p_{i,j} + \rho_l \Delta b_i$$

$$(\rho_f B_f s_{ij} \Delta\ddot{u}_i)_{,j} = B_f \delta_{ij} \Delta\dot{u}_{i,j}$$

$$-(B_f s_{ij} \Delta p_{i,j})_{,j} + \Delta\dot{p} + (\rho_f B_f s_{ij} \Delta b_i)_{,j} \quad (14)$$

この定式化は扱う問題によって、適切な仮定を考慮し、しばしば簡略化される。次の定式化[u-p] formulation は、流体相の相対加速度を無視する。すなわち、流体相の加速度が固体相のそれと同等に取り扱われる。誘導過程で流体相の相対速度は排除され、支配方程式は3次元条件下においては4つの変微分方程式から構成される。

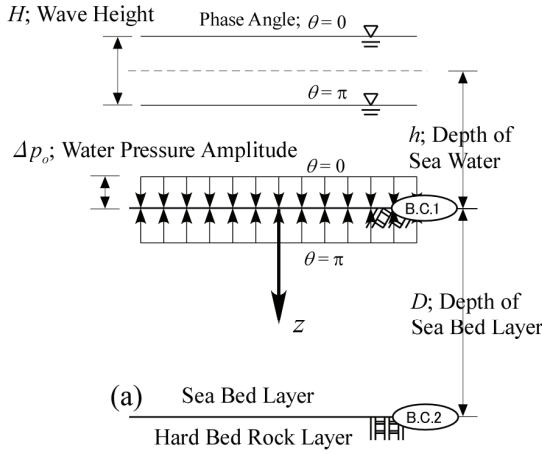
([u] formulation)  $\Delta\dot{w} = \Delta\dot{w} = 0$

$$\rho_l \Delta\ddot{u}_i = (D_{ijkl}\Delta u_{k,l})_{,j} + (B_f \delta_{ij} \delta_{kl} \Delta u_{k,l})_{,j} + \rho_l \Delta b_i \quad (15)$$

高い周波数領域の粘土地盤や対象とする時間が短い問題で、間隙水の影響を無視すると、支配方程式から浸透流を無視することができ、非排水条件が仮定される。このケースでの定式化を[u]-formulation とし、流体の相対速度を相対加速度と同様に無視する。

([w-p] formulation)  $\Delta\ddot{u} = \Delta\ddot{u} = \Delta u = 0$

### 1D Case



### 2D Case

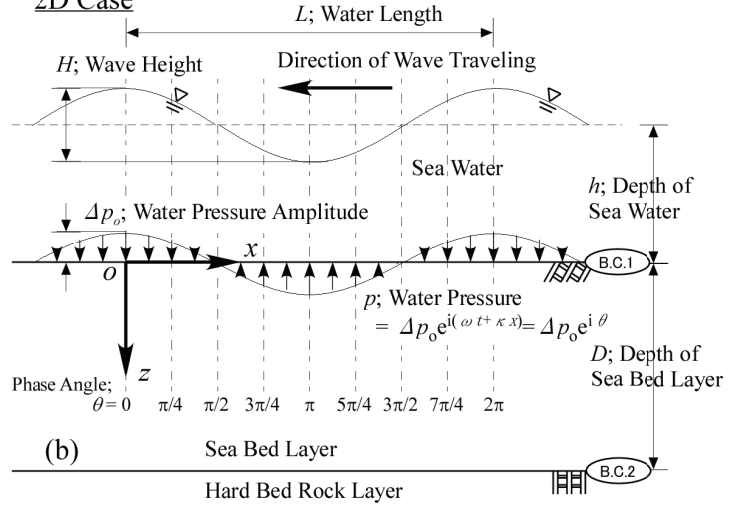


図-1 境界条件（有限深さの海底地盤）

$$\rho_f \frac{\Delta \dot{w}_i}{n} = -r_{ij} \Delta \dot{w}_j - \Delta p_i + \rho_f \Delta b_i \quad (16)$$

$$0 = (B_f \delta_{ij} \Delta \dot{w}_i)_{,j} + \Delta \dot{p}$$

間隙水圧と間隙水のみを考慮し固体相の変位を解析から取り除くと、定式化は簡略化され固体相を剛体であるとみなすことができる。この[w-p] formulation と名づけた定式化は粗い砂や礫のような高い透水性の材料に効果的である。

### 2-3. 解析条件の分類

これらの定式化は、動的条件、擬似動的、静的の各解析条件に合わせてさらに修正した後に対象とする問題に適用している。動的解析では固体相と流体相の加速度の項をすべて考慮するが、擬似動的解析では加速度の項を無視し、静的解析では固体相の変位と流体相の速度の項のみを考慮する。

- 動的解析： すべて考慮
- 擬似動的解析：  $\Delta \ddot{u} = \Delta \dot{w} = 0$
- 静的解析：  $\Delta \ddot{u} = \Delta \dot{u} = \Delta \dot{w} = 0$

また、波浪による水圧の変動およびそれによって生じる地盤の変動は二次元問題と捉えることができる。本研究ではこれを二次元条件と一次元条件の下で解析した。

### 3. 境界値問題の設定

図-1には、本研究で対象としている境界値問題を図示している。一次元と二次元両方における境界条件は以下のようになる。

「一次元、海底地盤の厚さが有限 \$D\$」

$$\text{地盤表面 } (z=0); \quad \Delta p = p_0 e^{i\lambda x + i\omega t}, \quad \Delta \sigma_z = 0$$

$$\text{地盤基部 } (z=D); \quad \Delta u_z = 0, \quad \partial \Delta p / \partial z = 0 \quad (17)$$

「二次元、海底地盤の厚さが有限 \$D\$」

$$\text{海底表面 } (z=0); \quad \Delta p = p_0 e^{i\lambda x + i\omega t}, \quad \Delta \sigma_z = 0, \quad \Delta \tau_{zx} = 0$$

$$\text{地盤基部 } (z=D); \quad \Delta u_z = 0, \quad \Delta u_x = 0, \quad \partial \Delta p / \partial z = 0 \quad (18)$$

以上では、\$\theta\$ を導入することで、位相角を \$\theta = \lambda x + \omega t\$ と表現

することができる。有限要素法の解析メッシュは図-2 のようである。

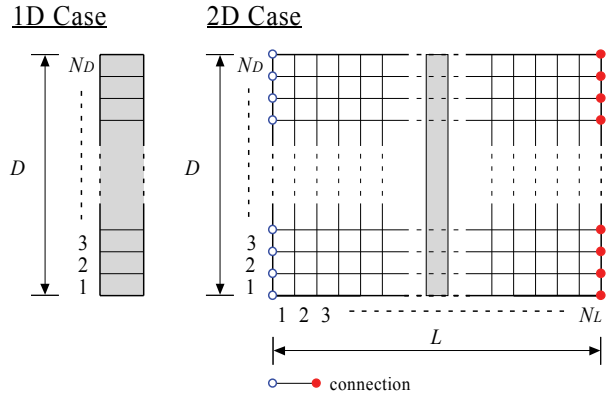


図-2 解析メッシュ（有限要素法）

### 4. 厳密解の誘導の例

以下では、厳密解誘導の一例として u-w-p formulation を用いた一次元、擬似動的条件での解析について記述する。支配方程式は \$z\$ 軸に関して以下のように展開できる。

$$-(\lambda + G) \frac{\partial^2 \Delta u_z}{\partial z^2} - G \frac{\partial^2 \Delta u_z}{\partial z^2} + \frac{\partial \Delta p}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\rho_w g}{k} \Delta \dot{w}_z + \frac{\partial \Delta p}{\partial z} = 0 \quad (19)$$

$$B_f \left( \frac{\partial \Delta u_z}{\partial t \partial z} + \frac{\partial \Delta \dot{w}_z}{\partial z} \right) + \frac{\partial \Delta p}{\partial t} = 0$$

ここで、流体相の密度 (\$\rho\_f\$) は水の密度 (\$\rho\_w\$) に等しいものとしている。支配方程式は一定の定数の線形連立微分方程式なので、解の基本形は、

$$\begin{cases} \Delta u_z = a_{uz} e^{\mu z} e^{i\omega t} \\ \Delta \dot{w}_z = a_{wz} e^{\mu z} e^{i\omega t} \\ \Delta p = a_p e^{\mu z} e^{i\omega t} \end{cases} \quad (20)$$

解の基本形を支配方程式に代入しマトリクス表示すると、

表-1 土の物理的・力学的性質<sup>10)</sup>

Material Type	ゆるい砂	密な砂	シルト	正規圧密粘土	礫
$\rho_i$ : bulk density of wet material	$1.90 \times 10^3$	$2.00 \times 10^3$	$1.80 \times 10^3$	$1.80 \times 10^3$	$1.75 \times 10^3$
$\rho_s$ : density of solid phase ( $kg/m^3$ )	$2.65 \times 10^3$	$2.65 \times 10^3$	$2.65 \times 10^3$	$2.75 \times 10^3$	$2.36 \times 10^3$
$n$ : porosity	0.454	0.394	0.515	0.543	0.448
$G$ : shear modulus of solid phase ( $N/m^2$ )	$0.4 \times 10^8$	$1.2 \times 10^8$	$0.3 \times 10^8$	$0.3 \times 10^8$	$1.0 \times 10^8$
$\nu_s$ : Poisson's ratio	0.30	0.30	0.30	0.30	0.30
$B'$ : Skempton's B-value in 1-D	0.40	0.70	0.80	0.80	0.60
$k$ : coefficient of permeability ( $m/s$ )	$1.0 \times 10^{-4}$	$1.0 \times 10^{-5}$	$1.0 \times 10^{-6}$	$1.0 \times 10^{-8}$	$1.0 \times 10^{-2}$

bulk modulus of saturated water,  $K_w = 2.31 \times 10^9$  ( $N/m^2$ )    bulk modulus of air,  $K_g = 3.03 \times 10^5$  ( $N/m^2$ )

bulk density of water,  $\rho_w = 1000.0$  ( $kg/m^3$ )    bulk density of air,  $\rho_g = 0.0$  ( $kg/m^3$ ),  $K_0 = 0.5$

$$\begin{bmatrix} -\mu^2(\lambda + 2G) & 0 & \mu \\ 0 & \frac{\rho_w g}{k} & \mu \\ i\omega B_f & \mu B_f & i\omega \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_{uz} \\ a_{wz} \\ a_p \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (21)$$

有意な解を持つには行列値が0にならなければならないので、

$$-\mu^2(\lambda + 2G)[- \mu^2 B_f + i\omega \frac{1}{c_v}(\lambda + 2G + B_f)] = 0 \quad (22)$$

$\mu$  は、

$$\mu = 0 \text{ (2重根)}, -\zeta, \zeta \quad (23)$$

ここで、

$$\zeta = \sqrt{i\omega \frac{(\lambda + 2G + B_f)}{c_v B_f}}, \quad c_v = \frac{k}{\rho_w g}(\lambda + 2G) \quad (24)$$

$c_v$  は Terzaghi の圧密理論における圧密係数に相当する。支配方程式の一般解は、

$$\begin{aligned} \Delta u_z &= U_z(z)e^{i\omega t} = [(a_{uz1} + a_{uz2}z) + a_{uz3}e^{-\zeta z} + a_{uz4}e^{\zeta z}]e^{i\omega t} \\ \Delta \dot{w}_z &= W_z(z)e^{i\omega t} = [(a_{wz1} + a_{wz2}z) + a_{wz3}e^{-\zeta z} + a_{wz4}e^{\zeta z}]e^{i\omega t} \\ \Delta p &= P(z)e^{i\omega t} = [(a_{p1} + a_{p2}z) + a_{p3}e^{-\zeta z} + a_{p4}e^{\zeta z}]e^{i\omega t} \end{aligned} \quad (25)$$

1 2 個の未知定数の関連性は、

$$\begin{aligned} a_{uz2} &= -\frac{1}{B_f}a_{p1}, \quad a_{wz1} = 0, \quad a_{wz2} = 0, \quad a_{p2} = 0 \\ a_{wz3} &= -i\omega \frac{\lambda + 2G + B_f}{B_f}a_{uz3}, \quad a_{p3} = -\zeta(\lambda + 2G)a_{uz3} \\ a_{wz4} &= -i\omega \frac{\lambda + 2G + B_f}{B_f}a_{uz4}, \quad a_{p4} = \zeta(\lambda + 2G)a_{uz4} \end{aligned} \quad (26)$$

独立した未知定数  $a_{uz1}, a_{p1}, a_{uz3}, a_{uz4}$  は境界条件(17)から決

定することができる。これにより未知パラメータは、

$$\begin{aligned} a_{uz1} &= p_0 e^{ikx} \frac{D}{\lambda + 2G + B_f}, \quad a_{p1} = p_0 e^{ikx} \frac{B_f}{\lambda + 2G + B_f} \\ a_{uz3} &= -\frac{p_0 e^{ikx}}{\zeta} \frac{D}{\lambda + 2G + B_f} \frac{1}{1 + e^{-2D\zeta}}, \\ a_{uz4} &= \frac{p_0 e^{ikx}}{\zeta} \frac{D}{\lambda + 2G + B_f} \frac{e^{-2D\zeta}}{1 + e^{-2D\zeta}} \end{aligned} \quad (27)$$

最終的に、式(26)、(27)を式(25)に代入することによって、

表-2 波浪の性質<sup>10)</sup>

Period: $T$	13 sec
wave height: $H$	10m
Wavelength: $L$	167.6m
depth of sea water: $h$	20m
amplitude of water pressure	37.9 kN/m <sup>2</sup>
change on seafloor: $p_0$	

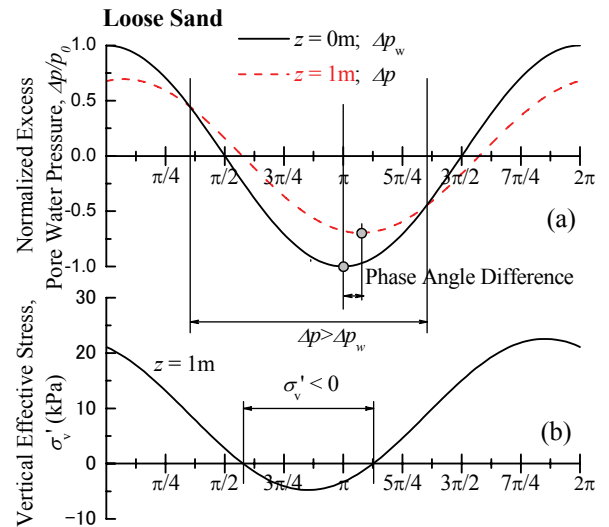


図-3 波浪の位相の進行に伴う応答

(a) 間隙水圧変動, (b) 鉛直有効応力変動

海底地盤の波浪荷重に対する応答を計算することができる。

有限要素法による解析では上に示した4種類の定式化を弱形式化して組み込んだ解析プログラムを作成した。ページ数の制限でここでは説明できないが、参考資料には詳しく記述している<sup>9)</sup>。

## 5. 解析結果とその考察

波浪荷重による海底地盤の応答は、緩い砂、密な砂、シルト、正規圧密粘土そして礫の5種類に対して計算した。設定した土の物質的、力学的な特性は表-1に、波浪条件は表-2に

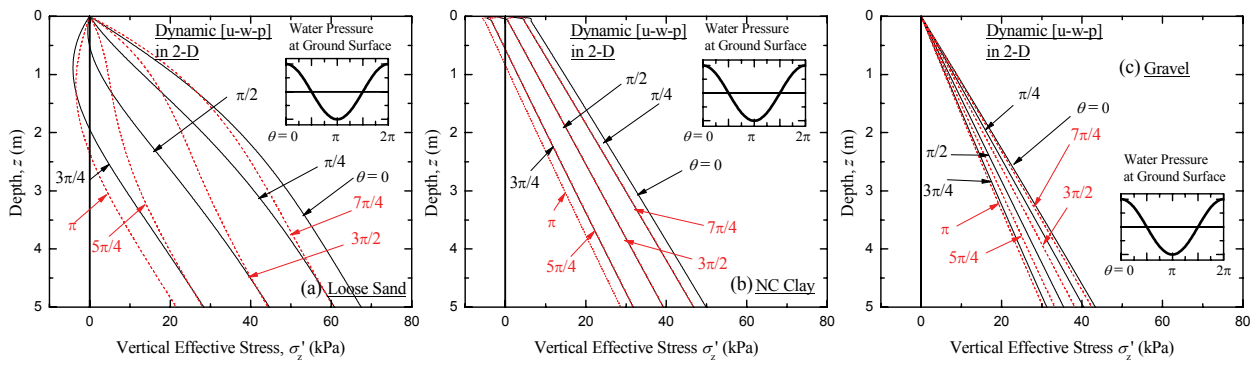


図-4 鉛直有効応力の鉛直分布：(a) ゆるい砂，(b) 正規圧密粘土，(c) 礫

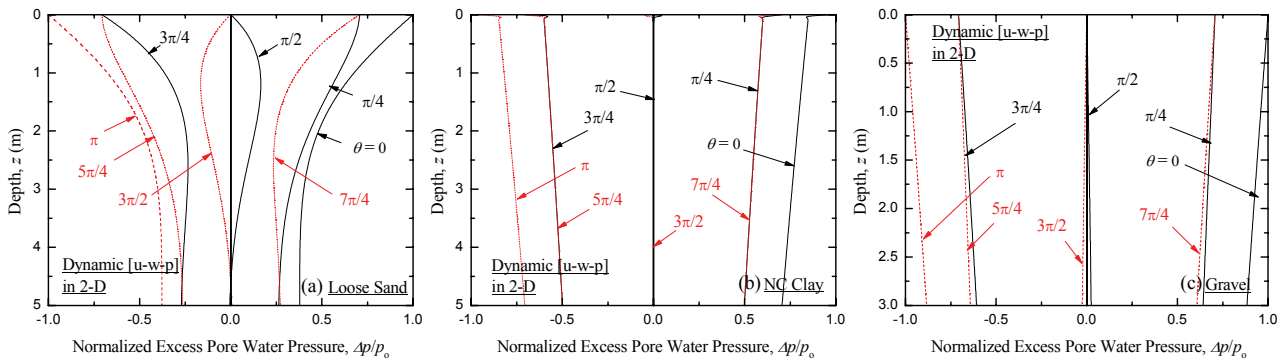


図-5 間隙水圧の鉛直分布：(a) ゆるい砂，(b) 正規圧密粘土，(c) 礫

取りまとめた。また、解析における地盤の厚さ  $D$  は 5m とした。

まず、標準的なケースとしてゆるい砂からなる海底地盤の擬似動的条件下における二次元応答の解析結果を図-3 に示す。ここでは水深 1m における間隙水圧と有効応力の変動特性を位相角に対してプロットしている。また、図-4 と図-5 にはそれぞれ鉛直有効応力間隙水圧との深さ方向の分布を 3 種類の土（ゆるい砂，正規圧密粘土，礫）に対して示している。図-3 のように海底面に作用する水圧変動  $\Delta p_w$  が極小になる位相角  $\pi$  付近で間隙水圧も鉛直有効応力も低下して土が不安定化していることが分かる。図-4(a) は鉛直有効応力が深さ 3m 弱までの範囲で位相角の進行に伴って繰返し負になり液状化状態に至ることを示唆している。これは図-5(a) が示すように間隙水圧の発生による動水勾配により上向き浸透流が発生するからである。

以下ではここで示したような特徴的な挙動が「土の種類」「解析次元」「解析条件」「定式化」によってどのように影響を受けるか検討する。なお、紙幅の関係でデータを十分に示すことができないので、以下では応力あるいは間隙水圧の振幅の鉛直方向分布を中心に検討する。

#### 4.1 土の種類の影響

表-1 に示したすべての土に対して  $u-w-p$  formulation を用いて動的条件下で 2 次元の下で海底地盤の応答を求めた結果から、ゆるい砂，正規圧密粘土，礫についての鉛直有効応力と間隙水圧の分布を図-4 と図-5 に示す。また、5 種類すべての土に

ついでの間隙水圧，鉛直有効応力およびせん断応力の振幅の鉛直方向分布を図-6 に示す。図では厳密解による計算結果を実線で、有限要素法による数値解の計算結果をマークで示している。有限要素法でのメッシュの分割数は、鉛直方向の分割数  $N_D=10$ ，水平方向の分割数  $N_L=32$  としている（図-2）。

鉛直有効応力の変動が最も大きいのはゆるい砂である（図-6(b)）。応答には透水性の影響も大きい。透水性については中間的なゆるい砂や密な砂で鉛直有効応力の応答が大きくなっている理由は、飽和度が低く小さいため小さな値となっている間隙水圧係数  $B$ （表-1 では一次元条件での  $B'$  を示している）の影響である。ここでは示さないが、 $B'$  値についての感度分析を実施した。正規圧密粘土とシルトは共に、地表面近く数 10cm の範囲でのみ位相のずれを伴う挙動を示すが、それ以深では本質的には非排状態での応答を示している（図-4(b)，図-5(b) 参照）。礫の応答は、鉛直有効応力の振幅を他の地盤材料と比較すると遥かに小さい。

せん断応力には土の性質による違いはほとんど見られず、礫が若干大きな応答を示す程度である。

数式解の計算結果と有限要素法での計算結果を比較すると、緩い砂や密な砂，礫については計算結果がほぼ一致している。一方、透水性が小さいシルトや正規圧密粘土に関しては地表面近くで複雑な挙動を示すため有限要素法による計算結果にばらつきが見られる。深さ方向の分割数を増やすと粘土地盤でもより厳密解に近い解析解が得られることを確かめている



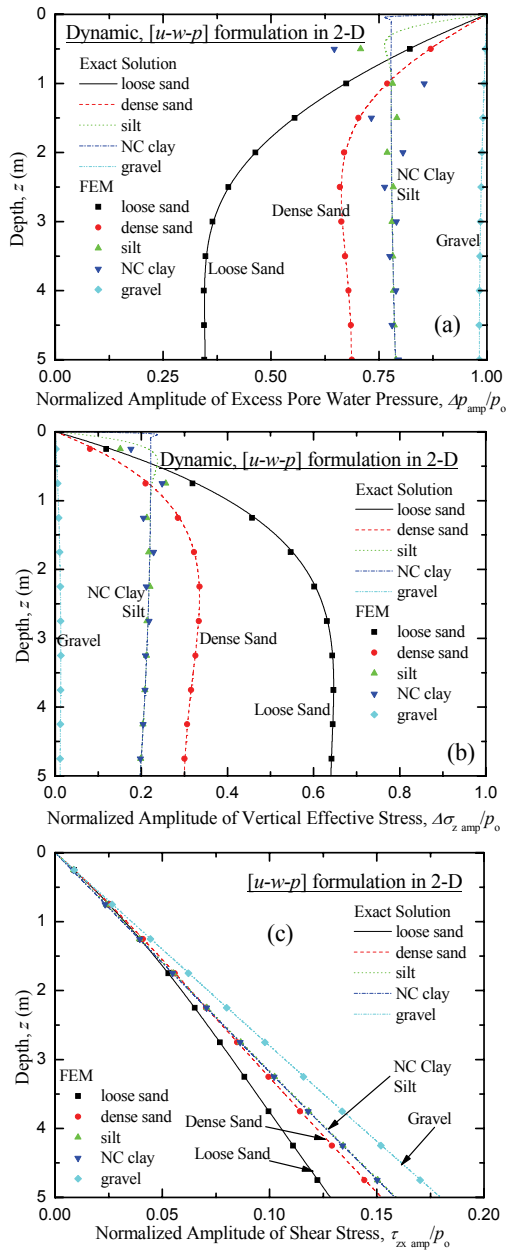


図-6 土の性質の影響：  
(a) 間隙水圧, (b) 鉛直有効応力, (c) せん断応力

#### 4.2 解析次元の影響

3種類の土に対して u-w-p formulation を用いて動的条件下で海底地盤の一次元と二次元条件応答を解析した。せん断応力の応答は一次元条件で計算できないので、計算結果から、鉛直有効応力と間隙水圧の振幅の鉛直方向分布のみを図-7, 図-8 に示す。不透水性の境界が地表面から浅い場合 ( $D=5m$ ) を図-7 に、深い場合 ( $D=83.8m$ ) を図-8 に示している。不透水性の境界が浅い場合では、二次元応答と一次元応答の差は無視できるほど小さい。一方で不透水性の境界が深い場合では、二次元応答と一次元応答の差は無視できないほど大きくなっており、その傾向は地盤材料の種類に因らないものである。海底地盤の厚さが作用する波浪の波長の 1/16 を超えない範囲では、一次元での解析でも工学的に十分な精度で計算する

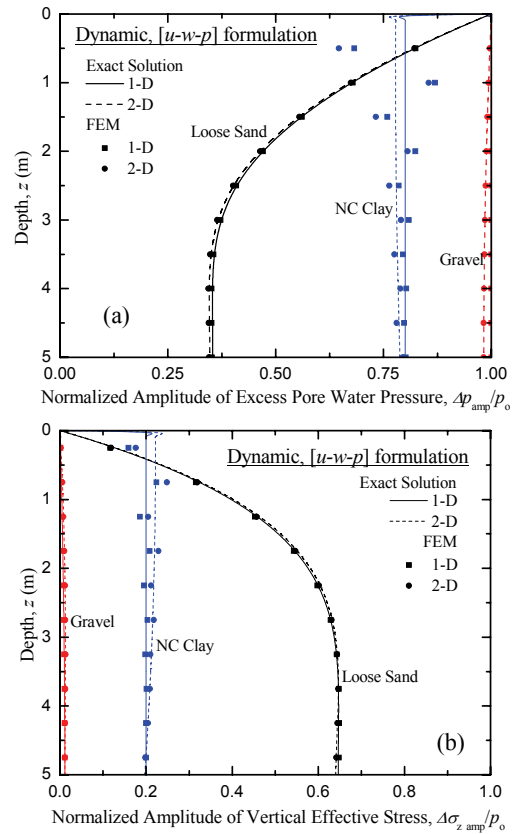


図-7 解析次元の影響 (不透水剛体層までの深さ:  $D=5m$ ):  
(a) 間隙水圧, (b) 鉛直有効応力

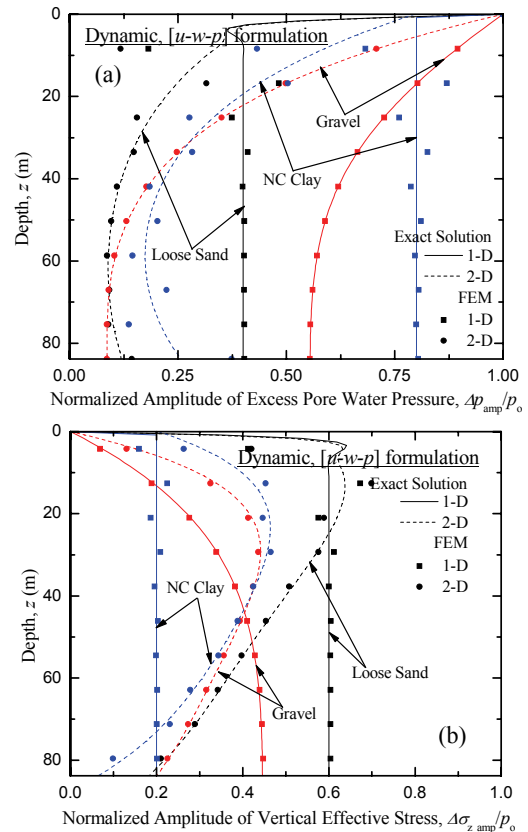


図-8 解析次元の影響 (不透水剛体層までの深さ:  $D=83.8m$ ):  
(a) 間隙水圧, (b) 鉛直有効応力

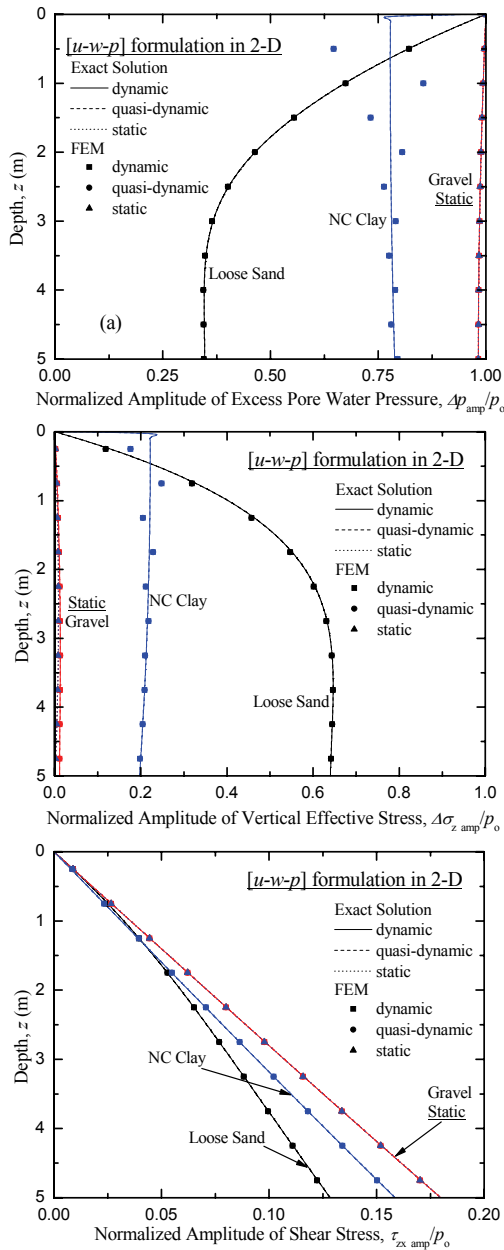


図-9 解析条件の影響:

(a) 間隙水圧, (b) 鉛直有効応力, (c) せん断応力

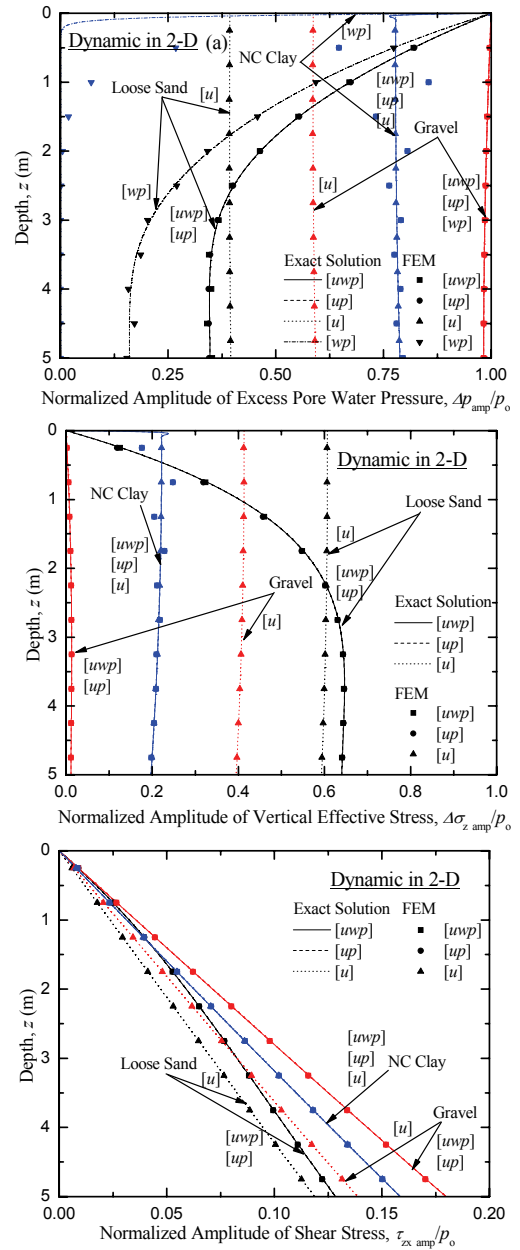


図-10 定式化の影響:

(a) 間隙水圧, (b) 鉛直有効応力, (c) せん断応力

ことができる。

### 4.3 解析条件の影響

3種類の土に対して u-w-p formulation を用いて3種類の解析条件（動的解析, 擬似動的解析, 静的解析）の下で, 海底地盤の二次元応答を解析した。計算結果から, 間隙水圧と鉛直有効応力, せん断応力の振幅の鉛直方向分布を図-9に示す。以下では, 解析条件の違いによる応答を比較検討することによって, 解析条件の影響を考察する。

静的解析では波浪の位相に対応する定常状態を逐次計算するが定常状態に至るまでの遷移的な状態変化は考慮されない。したがって, 静的解析により得られた海底地盤の応答は土の性質の違いによらず応力や間隙水圧で見る限りは全く同じで

あった。定常状態においても地盤の透水係数により浸透流の強さは変化するが, 内部の動水勾配やそれに伴う応力状態は変わらないと理解できる。

一方, 動的解析による応答は擬似動的条件によるものと工学的には差が無かった。地盤変形や浸透流は当然加速度を有しているが, 本研究で対象とした海底地盤の応答ではその値が小さく, 浸透力や地盤内の弾性半力に比べると無視できるほど小さいことが理由と考えられる。波浪現象における振動周波数は地震時における動的挙動における周波数と比べるとオーダーが小さく, そのことが加速度の影響を相対的に小さくしていると言える。

### 4.4 定式化の影響

3種類の土に対して, u-w-p, u-p, u, w-p の各定式化を用

いて動的条件の下で、海底地盤の二次元応答を解析した。計算結果から、間隙水圧と鉛直有効応力、せん断応力の振幅の鉛直方向分布を図-10 に示す。以下では、解析条件の違いによる応答を比較検討することによって、解析条件の影響について考察する。

w-p formulation では地盤の固体相を剛体と仮定しているため、解析により得られるのは間隙水圧の応答のみである。図-10(a)に見られるように、礫については u-p formulation と変わらない間隙水圧の応答を示しているが、それ以外のゆるい砂や粘土に対しては応答がかけ離れている。この w-p formulation は、透水係数が大きい礫のような材料に対してのみ有効であると言える。

非排水条件を仮定している u formulation で得られた応答は海底地盤の浅い部分でのみ u-p formulation とは異なった有効応力と間隙水圧の応答を示している。その範囲は透水性の小さい正規圧密粘土で狭く、透水係数の大きい礫で広がっている。海底地盤表層の影響を考慮せず、ある程度の深さにおける海底地盤応答を対象とするのであれば u formulation も有効である。また u formulation では応答が急激な変化を示していないため、u-w-p formulation や u-p formulation での解析結果と比較すると、厳密解による計算結果と有限要素法による計算結果の差は小さい。

流体相の加速度項をより正確に取り入れている u-w-p formulation による応答は u-p formulation による応答と工学的には有意な差が見られなかった。これは対象としている海底地盤の波浪への応答という問題の性質上、加速度項の影響が小さいためであると説明できる。

図-10(c)に示したせん断応力の応答に関しては、どの定式化によっても有意な差は見られなかった。先に述べたようにせん断応力の応答は土の性質や解析条件にほとんど依存しないようである。

## 5. まとめ

この研究では海底地盤の波浪への応答解析を対象として、定式化、解析条件、解析次元の妥当な選択について検討したものである。得られた主要な結果をまとめると以下のようである。

- 波浪荷重の周波数が比較的小さく加速度項が比較的重要ではないために、動的解析は擬似動的解析に、u-w-p formulation は u-p formulation に置き換えて単純化することが可能である。

- 海底地盤の厚さが作用する波浪の波長の 1/16 を超えない範囲では、一次元での解析で十分な精度で結果が得られる。
- 海底地盤の波浪荷重への応答解析では、土の種類に関わらず、u-p formulation を用いた擬似動的解析が最適な選択肢であるといえる。
- 粘土のような透水性の低い材料では、有限要素法による数値計算の精度を上げるためには地表面近くでメッシュをより細かくする必要がある。

## 参考文献

- 1) Miura, K., Yoshida, N. and Kim, Y. S. (2001): "Frequency dependent Property of Waves in Saturated Soil," *Soils and Foundations*, Vol.41, No.2, pp.1-19.
- 2) Henkel, D. J. (1970): "The Role of Waves in Causing Submarine Landslides," *Geotechnique*, Vol.20, No.1, pp.75-80.
- 3) Putnam, J. A. (1949): "Loss of Wave Energy Due to Percolation in a Permeable Sea Bottom," *American Geophysical Union*, Vol.30, No. 3, pp.349-356.
- 4) Ishihara, K. and Yamazaki, A. (1984): "Analysis of Wave-Induced Liquefaction in Seabed Deposits," *Soils and Foundations*, Vol.24, No.3, pp.85-100.
- 5) Madsen, O. S. (1978): "Wave Induced Pore pressures and Effective Stresses in a Porous Bed," *Geotechnique*, Vol.28, No.4, pp.377-393.
- 6) Yamamoto, T. (1978): "Sea Bed Instability from Waves, Proceedings," *10th Annual Offshore Technology Conference*, Paper No. 3262, Vol.I, pp.1819-1824.
- 7) Biot, M. A. (1941): "General Theory of Three-Dimensional Consolidation," *Journal of Applied Physics*, Vol.12, pp.155-164.
- 8) Oka, F., Yashima, A., Miura, K., Ohmaki, S., and Kamata, A. (1995): "Settlement of Breakwater on Submarine Soil due to Wave-Induced Liquefaction," *5th International Symposium on Offshore and Polar Engineering Conference*, Vol.2, pp.237-242.
- 9) Miura, K. and Asahara, S. (2007); "Modeling and Formulation of Seabed for the Coupled Response analysis to sea wave loading – Derivation of Governing Equation and Exact Solution, and Finite Element Implementation," GeoMechanics Group, Toyohashi University of Technology
- 10) 土木学会海岸工学委員会研究現況レビュー小委員会 (1994): "海岸波動(波・構造物・地盤の相互作用の解析法)," pp. 431-490.