

粒子構造の座屈に着目した粒状材料の破壊メカニズムに関する考察

名古屋工業大学 学生会員 松本 崇
名古屋工業大学 国際会員 前田健一

1. はじめに

粒子と間隙から構成される不均質な粒状体のマクロの変形・破壊特性は接点のミクロな剛性と粒子構造によって決定される。材料にマクロな変形を与えたり力を作用させたりすれば、粒子間滑りや粒子回転といったミクロな現象によって粒子構造の形成と消失が生じ材料のマクロな応答は強い非線形性を示す^{1),2)}。図-1は個別要素法 (DEM) 解析で粒状体の二軸圧縮試験 (側圧一定) を行った様子で、等方圧縮時と破壊後の供試体内の粒子や接触力の分布を示している。図から分かるように、粒状体の内部全ての粒子が外力を支持するわけではなく、粒子間の接触関係によって生じる粒子構造によって不均質性はさらに高くなる。

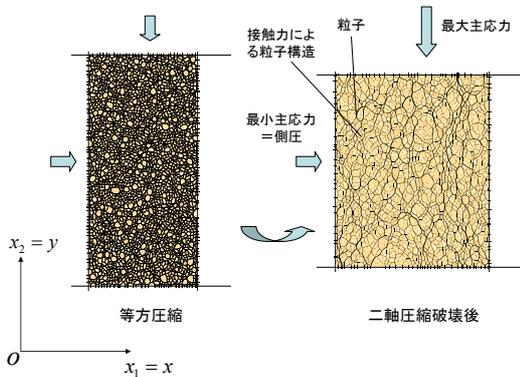


図-1 粒状材料の粒子構造 (黒の線が粒子間の接触力を表し、太さがその強さを意味する)

粒子構造の変化やその力学特性は粒子特性によって影響を受けることが実験的にも解析的にも示されている¹⁾⁷⁾。したがって、粒子構造がマクロな応力や変形に伴いどのように変化するのか、その変化はどのように粒子特性の変化を受けるかを知ることが、地盤材料の挙動を適切に理解しモデルをつくる上で大切なことである。粒子特性のなかでも粒子間摩擦角や粒子形状は粒子間滑りに対する安定性や接点での変形性にミクロレベルで直接影響し、粒子の接触関係によって形成される間隙の変化の自由度を決定する極めて重要な因子である。

砂の変形・破壊が主に粒子間滑りに起因するとすれば、粒子間摩擦角が大きいほど強度は高くなる。しかし、実験的、解析的観察から粒子骨格の荷重レベルに依存した崩壊 (つまり座屈) の重要性が指摘されている^{1),3),8)}。これらは誘導異方性の限界、せん断帯内部機構、変形・破壊特性の応力レベル依存性などに関連付けられる。

また、粒子骨格の崩壊機構が粒子間滑りだけでなく座屈現象が重要であるとする、噛み合わせ機構 (インターロッキング) をもたらす粒子形状が重要な因子となる。球形の粒状体に比べて粒子形状が角張っている粒状体の変形は延性的であるとともに、拘束圧や密度変化の影響を受けやすいことが実験で示されている⁴⁾⁷⁾。三浦・前田らは粒径、粒度、粒形や材質が異なる約 200 種類もの粒状材料について物理試験 (安息角を含む) と通常の排水三軸圧縮試験を行い、粒子特性が物理的特性、力学特性およびその圧力依存性・密度依存性に及ぼす影響について詳細に調べた。用いた試料は、現地から採取した山砂、陸砂、海砂の試料、市販の豊浦砂、珪砂、相馬砂などを破砕や粒度調整などで配合した試料、ガラスビーズ (球形で表面が滑らかで硬い) や軽量骨材 (球形で表面が滑らかで脆い) などの人工試料などである。物理的特性として最大・最小密度試験から得られる最大間隙比 e_{max} と最小間隙比 e_{min} との差 ($e_{max} - e_{min}$) に着目している。これは相対密度の分母であり、材料の間隙比の変化の自由度つまり粒子構造の変化の自由度を表すと考えられる。これは粘性土試料の工学的分類や力学特性の推測に用いられる塑性指数 $I_p = w_L - w_p$ (w_L : 液性限界, w_p : 塑性限界) に対応している。また、 e_{max} と e_{min} の間にはおおよそ $e_{max} \approx 1.62 \times e_{min}$ の関係が成立し、($e_{max} - e_{min}$) は角張っているほど、平均粒径 D_{50} が小さいほど大きい。また、相対密度や圧力レベルが同じであれば、せん断初期においては粒子が角張っているほど接点での不安定さが高いことなどから、角張り度が高く ($e_{max} - e_{min}$) が大きい試料ほど剛性は低くなる。一方、破壊時においては、粒子間の噛み合わせが発揮されることで角張り度が高く ($e_{max} - e_{min}$) が大きい試料ほど破壊時の内部摩擦角 ϕ_d は高くなる。通常、材料は「硬いものほど強い」が常識であり、ある砂に限定すれば、密度が高いものほど硬く強いという常識的な結果が得られる。しかし、上記の結果は「強いものほど軟らかい」と言え、このメカニズムが砂に延性を与えることになる。

そこで、本論文では、個別要素法 (DEM) を用いて二軸圧縮試験を行い、粒子間摩擦角、粒子形状が変形・破壊挙動に与える影響についてマクロとミクロの両方の観点から調べる。構造の安定性や異方性を通して粒子構造の劣化や発展と粒子特性との関係について調べるとともに、連続近似した粒子構造の座屈特性を鑑みることで破壊メカニズムについて考察する。

2. 解析手法

2.1 解析モデル

解析は二次元 DEM によって等方圧縮と側方応力一定の下で二軸圧縮試験を行った。接点メカニズムは通常の要素によって記述する(図-2)。円形粒子(c101)の他に粒子を多角形配置し連結させ非円形粒子(三角形、六角形の場合をそれぞれc103, c106 と表す)を用いた(図-3)。円形粒子は転がり摩擦のような回転抵抗を全くもたないが、非円形粒子では凹凸の引っ掛りが生じるため回転抵抗が働く。また、数値実験では理想的な状態以外にも極端な状態も再現できるので、粒子の回転を完全に拘束し粒子間の相対変位が滑りのみによるケースも計算し比較した。また、粒子間摩擦係数 $\tan\phi_\mu$ の基準値を 0.25 ($\phi_\mu=14^\circ$) とし 0~1000 (粒子間摩擦角 $\phi_\mu=0\sim 89.9^\circ$) という極端に広範な値について検討も試みた。応力による粒子構造の変化のみを観察するために無重力状態で計算している。計算に用いたパラメータを表-1 に示す。

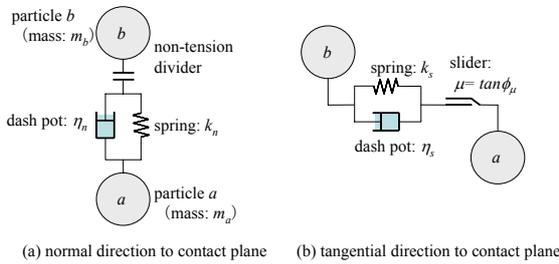


図-2 用いたDEMの接点メカニズム

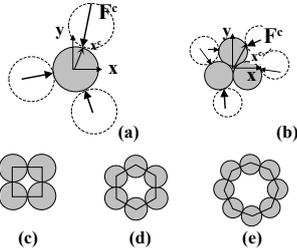


図-3 解析に用いた粒子の形状：円形粒子と非円形粒子

表-1 解析に用いたパラメータ

Parameters	Particle
Density (kg/m ³)	2700
Diameters (mm)	5 to 10
Normal spring coefficient k_n (N/m/m)	5×10^8
Tangential spring coeff. k_s (N/m/m)	5×10^7
Normal damping η_n	critical damping
Tangential damping η_s	critical damping
Interparticle friction angle ϕ_μ (deg.)	$\tan\phi_\mu = 0.25^*$

*: This is the reference value, but results with $\tan\phi_\mu$ of 0 - 1000 will appear in this paper.

2.2 供試体の作成方法：密度のコントロール

本解析では、壁境界要素を用いて四角形要素供試体全体の変形・応力を制御している(図-1 参照)。図-4 に示すように緩い供試体を作成するには、粒子間摩擦係数 $\tan\phi_\mu$ をもつ粒子同士が接触しない程度に緩く粒子を発生後(このときの空隙率 $n_g \approx 0.3 \sim 0.4$)、壁要素を移動させて所定の等方応力 σ_{m0} ($\sigma_{m0}=0.05\text{MPa}$) になるようにする。その後、応力状態を保持

しながら摩擦係数 $\tan\phi_\mu=0.25$ に変換し収束状態となつてから、所定の拘束圧 σ_c まで圧縮した。その際の粒子間の摩擦係数を調整することで供試体の密度を調整した。摩擦係数 $\tan\phi_\mu=1.00$ とした場合には最も緩い状態になり、さらに小さい値(例えば $\tan\phi_\mu=0\sim 0.5$) を用いれば中密状態を得ることができる。また、 $n_g=0.10$, $\tan\phi_\mu=0$ とすれば最密な状態となった。それぞれの状態の間隙比を e_{min} と e_{max} とした。

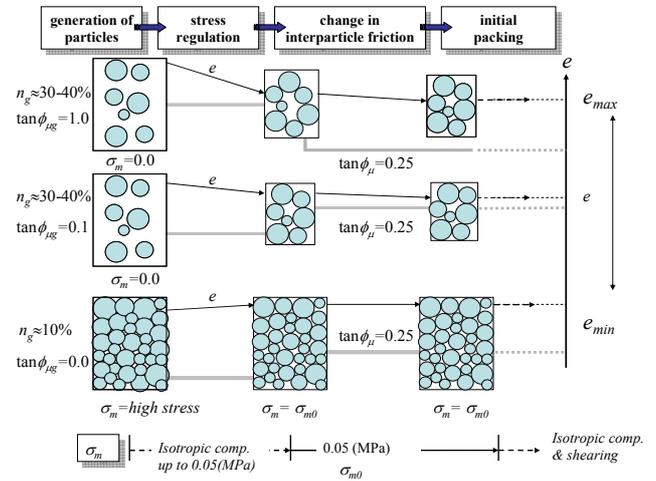


図-4 供試体の作成方法：密度の制御

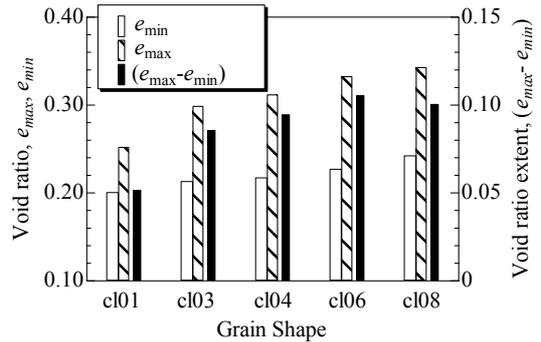


図-5 用いた試料の最大間隙比 e_{max} 、最小間隙比 e_{min} および間隙比幅 ($e_{max} - e_{min}$)

供試体の上下・左右の壁要素にはそれぞれの最大主応力 $\sigma_y = \sigma_{yy}$ と最小主応力 $\sigma_x = \sigma_{xx}$ が作用する。直ひずみは ϵ_{yy} , ϵ_{xx} 、二次元の体積ひずみは $\epsilon_v = \epsilon_{yy} + \epsilon_{xx}$ となる。応力は全て有効応力で、最大せん断応力と平均主応力は $\tau_m = (\sigma_{yy} - \sigma_{xx})/2$, $\sigma_m = (\sigma_{yy} + \sigma_{xx})/2$ で表す。

図-5 は上記の様(図-4)に DEM 解析で得られた e_{max} , e_{min} , ($e_{max} - e_{min}$) と用いた粒子形状との関係を示しているが、円形粒子(c101)の値がもっとも小さく凹凸度合いが高くなると大きくなっておりこの傾向は実験結果と一致している。また、このケースではおおそ $e_{max} \approx 1.40 \times e_{min}$ の関係が成立している。

3. 粒子構造を表す指標

3.1 配位数

図-6 は図-1 における粒子接触面法線方向の接点数のダイアグラムを表している。せん断に伴い接点数は減少し、特に最小主応力方向に顕著である。最大圧縮応力方向には相対的に接点

数の頻度が増加する。地盤力学において馴染み深い幾何学量である空隙比 e (または空隙率 n) は、空隙の割合といった構造の概念を最も単純化してマクロのスカラー量として表した指標といえる。本論文ではまず配位数に着目する。配位数とは、1つの粒子当たりの接点数 N_{cp} であり、粒子形状や粒度分布などの粒子特性や粒子配置に影響を受ける。着目する領域内の平均配位数 N_c は確率的なスカラー量である。平均配位数 N_c が大きいほど粒子構造は密で安定した状態といえる。

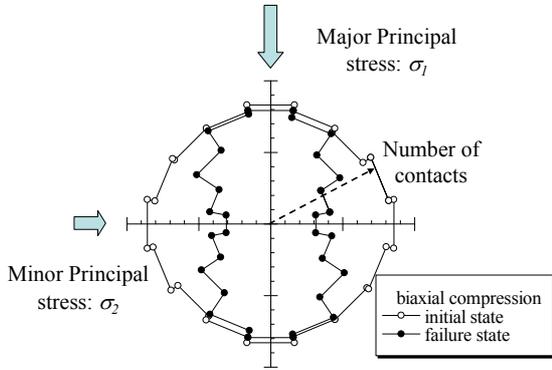


図-6 接触法線方向の接点数分布 (図-1 に対応)

まず、配位数 N_c の力学的意味について考察する。ここで、図-7に示すようなトラス構造 (部材には軸力 S のみが伝達される構造) を考える。構造(a)では未知数の部材力数 (1個: S_1) が釣り合い式の数 (2個: x, y 方向の釣り合い式) よりも少なく、ヒンジ節点に力 P が作用すると平衡状態に移行するには部材に大きな動的な変位を必要とする不安定構造である (動的挙動である)。構造(b)は未知な部材力の数 (2個) と釣り合い式の数 (2個) が等しく静定で節点の小さな変位で構造は静的平衡状態となる。構造(c)は不静定であり、よりわずかな変位で平衡することができ、かなり安定な構造である。

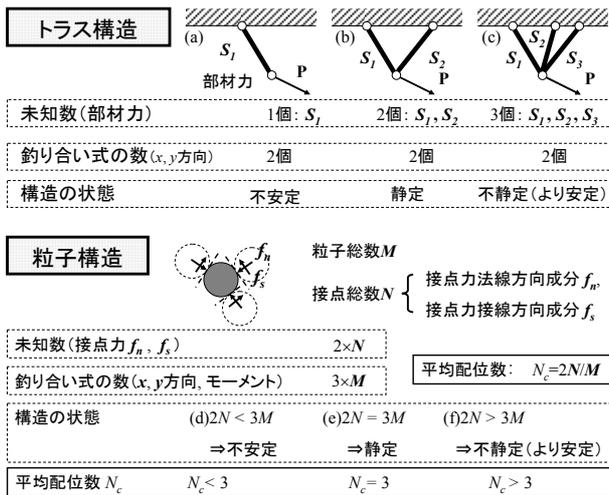


図-7 配位数と粒子構造の安定性

同様に粒子総数 M 個の粒子構造について考える。二次元の場合には一粒子接点当り接点力の2成分 (f_n, f_s) が未知数となり、接点総数が N 個の場合、総未知数は $2N$ となる。条件式の釣り合い式としては、一粒子当りに並進 (2方向) と回転と

の計3本の運動方程式が成立するので総計 $3M$ 個が存在する。安定な不静定構造物となるには $2N > 3M$ となる必要がある。一方、平均配位数 $N_c = 2N/M$ であるので、結局 $N_c > 3$ になると、粒子構造が不静定構造となり静的に安定な条件ということになる。一方で、 N_c が3を下回ることにすれば不安定な状態 (構造(a)) となり動的状態となる。

また、平均配位数 N_c で表現した粒子構造の安定条件を、以下の特殊な場合についても付記すると下記の様になる。

- i) 通常の場合 → 安定条件: $2N > 3M \rightarrow N_c > 3$.
- ii) 粒子間摩擦係数 $\tan\phi_\mu = 0$ の場合 (接点力接線方向成分 f_t が無い) → 安定条件: $1N > 3M \rightarrow N_c > 6$.
- iii) 粒子回転を拘束した場合 (粒子の運動方程式が2つ) → 安定条件: $2N > 2M \rightarrow N_c > 2$.
- iv) ii)かつiii)の場合 → 安定条件: $1N > 2M \rightarrow N_c > 4$.

粒子が滑らかな場合には N_c は6も必要で、一方で回転が拘束されると安定な配位数は低く2以上でもよいことになる。

3.2 異方性: ファブリックテンソル

本論文では粒子構造の力学特性の表現⁹⁾に不可欠な幾何学特性としてファブリックテンソル¹⁰⁾に着目する。

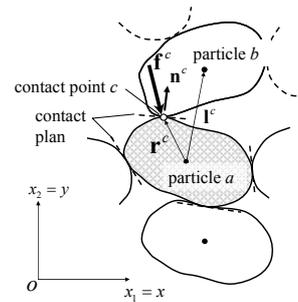


図-8 粒子間の幾何学量 (網掛けの粒子 a に着目)

ファブリックテンソルは、粒子集合体内部の微視的な構造を表す指標として最も一般的な指標であり、下記のような二階のテンソルとして表される。

$$F_{ij} = \frac{1}{2N} \sum_{c=1}^{2M} n_i^c n_j^c \quad (1)$$

ここに、 n_i^c は粒子間接触点の外向き単位法線ベクトル (図-8参照) であり、 N は対象領域内部の接触点数である。ファブリックテンソルの主軸は微視構造の異方性の主軸、主値 (二次元では最大値 F_1 、最小値 F_2) の比や偏差成分は異方性の強さを表す重要な指標として用いられる。また、その定義から $F_1 + F_2 \equiv 1$ が成立し、粒子構造が等方の場合、 $F_1 = F_2 = 0.5$ となる。ファブリックテンソルは図-6の接点数の頻度分布を2階のテンソルで近似したもので、図-7のような構造力学に例えると部材方向の分布指標である。

4. マクロな変形・破壊挙動の解析結果

4.1 粒子形状の影響

図-9, 10 はそれぞれ円形粒子 (cl01) と非円形粒子 (cl03) の典型的な応力ひずみ関係の解析結果の一例を示している。それぞれ密なほど、拘束圧が低いほど破壊時の強度は高くダイレ

イタテンシーは膨張傾向が強くなることが確認される。また、円形粒子に比べ非円形粒子の供試体の方が強度は高く、密度や拘束圧依存性が明瞭である。応力ひずみ関係は破壊から限界状態まで揺らぎが観察され内部の粒子構造の段階的な変化が想像されるが、ダイレイタテンシーに揺らぎはほとんど観察されない。

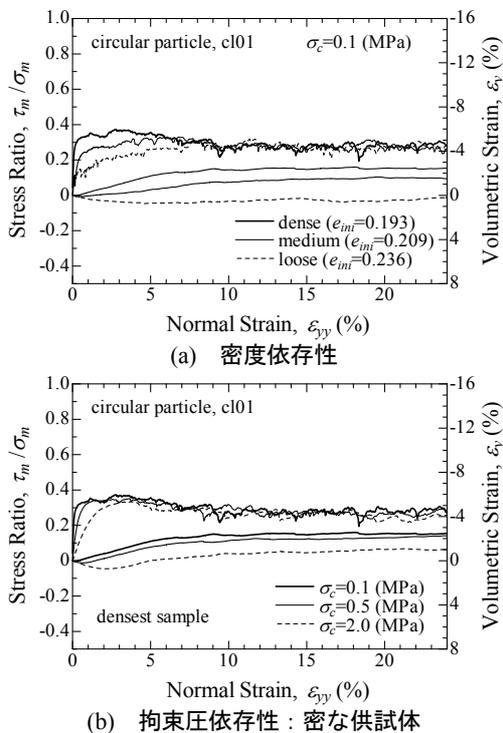


図-9 応力ひずみ関係の解析結果：円形粒子 cl01

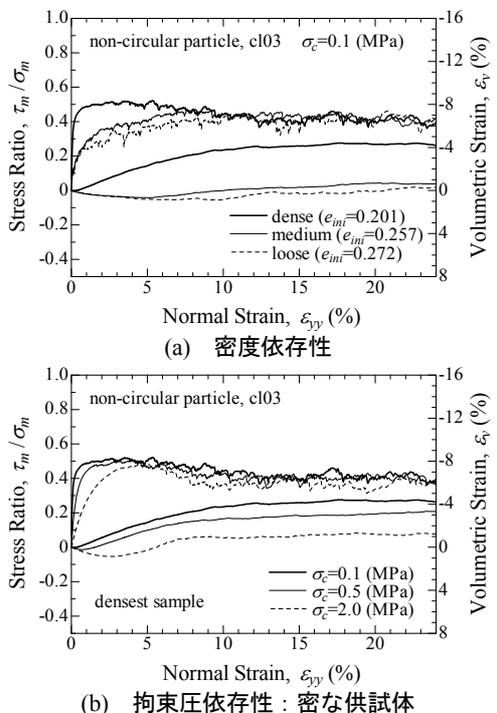


図-10 応力ひずみ関係の解析結果：非円形粒子 cl03

図-11 は間隙比 e と平均垂直応力 σ_m の関係にまとめている。ダイレイタテンシー比の関係を示している。限界状態が明確に表れている。限界状態線は円形よりも非円形粒子の供試体の方が切片も大きく傾きも大きくなっており粒子形状の影響を受け

ている。

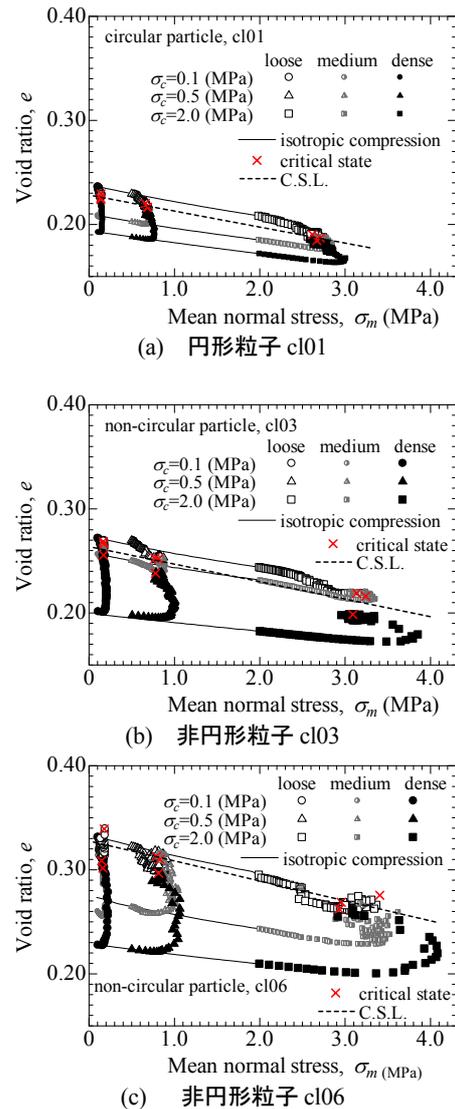


図-11 間隙比 e と平均垂直応力 σ_m の関係

図-12(a,b)はそれぞれ剛性（ここでは破壊時の応力比を破壊ひずみで除した割線剛性 E'_{100} ）と供試体作成時の初期間隙比 e_0 および初期相対密度 D_{r0} との関係を示している ($\sigma_c = 0.1\text{MPa}$)。相対密度は図-5 の e_{max} と e_{min} を用いて算出している。図-12(a)のように同じ間隙比で見た場合、円形粒子と非円形粒子の試料では剛性の大小関係が一意的ではないことがわかる。また、cl01 と cl06 では同じ間隙比で比較することがかなり難しい。一方、図-12(b)に示すように相対密度で整理すると円形粒子の方が剛性が高くなり、この傾向は実験でも得られている。両図の違いは同じエネルギーであれば円形粒子の方が小さな間隙比となるがその試料にとっては十分に締め固まった状態とは言えないことになる。図-13(a,b)は破壊時の内部摩擦角 ϕ_f を同様に整理したものである。剛性と異なり間隙比でも相対密度での両方でも粒子形状による大小関係が明確で、同じ e_0 、 D_{r0} であれば凹凸がある非円形粒子の方が高い値を示す。

したがって、粒子の凹凸による形状は、粒子接点における変形の自由度を高める不安定化の効果と噛み合わせが生じるロックする安定化の効果の二面性を有することがわかる。不安定

な接触状態から噛み合わせした安定な状態に移行するにはある程度の粒子変位が必要であると考えられる。

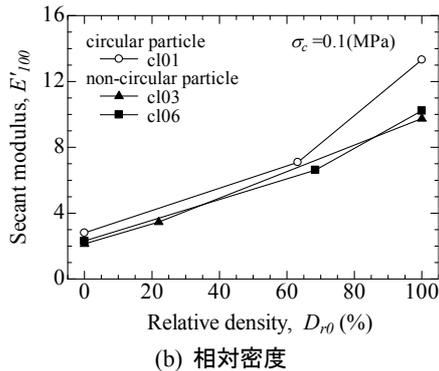
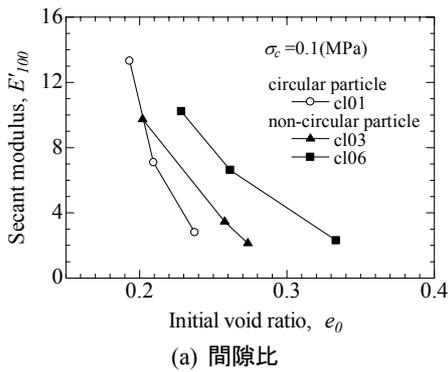


図-12 剛性と詰まり方

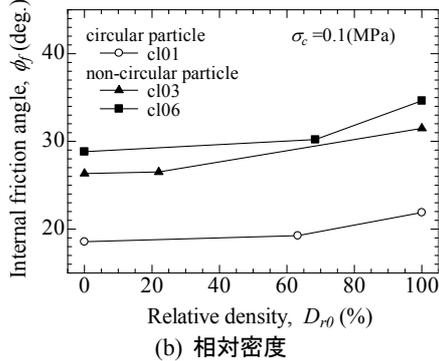
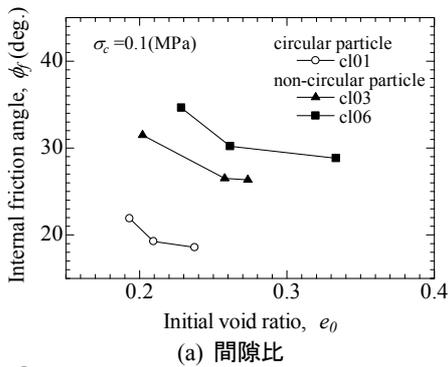
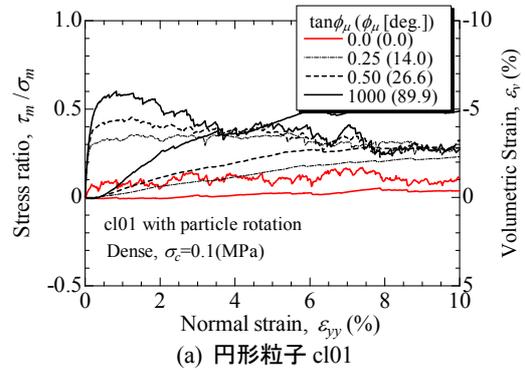


図-13 破壊強度と詰まり方

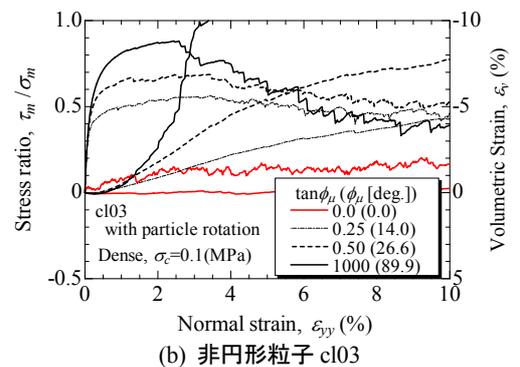
4.2 粒子間摩擦角と粒子回転拘束の影響

図-14(a, b)はそれぞれ粒子回転を特に拘束しない粒状材料の挙動を円形、非円形粒子の場合についてそれぞれ示している。粒子形状によってせん断初期の間隙比は同じに設定されている。いずれも粒子間摩擦係数 $\tan\phi_\mu$ が大きいほど、破壊時の膨張度合いは高く強度も高い。一方、残留強度には ($\tan\phi_\mu=0$ 以

外は) $\tan\phi_\mu$ の影響は見られない。また、円形よりも非円形の方が高い強度を示している。ただし、 $\tan\phi_\mu=0$ であっても低いながらも強度を有するとともに、 $\tan\phi_\mu=1000$ の場合には必ずしも強度は極端に大きいわけではない。破壊後はいずれも応力ひずみが振動しており準動的状態になっていることがうかがえる。図-15 は円形粒子の場合について粒子回転を拘束した場合である。粒子間摩擦が大きくなると破壊時の強度も著しく高くなっている。また、応力ひずみ関係も破壊後の振動が著しく小さくなっている。



(a) 円形粒子 c101



(b) 非円形粒子 c103

図-14 応力ひずみ関係の解析結果：回転拘束無し

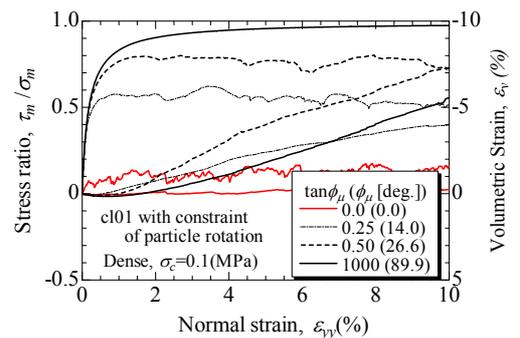


図-15 応力ひずみ関係の解析結果：回転拘束有り

つぎに、破壊時の内部摩擦 ϕ_f と粒子間摩擦角 ϕ_μ の関係を整理した結果を図-16 に示す。回転を拘束しない円形粒子の場合、 $\phi_\mu < 30^\circ$ では $\phi_f > \phi_\mu$ と常識的な結果になる。しかし、 $\phi_\mu > 15-20^\circ$ では ϕ_μ による ϕ_f の増加率は極端に低下し、 $\phi_f > 30^\circ$ では $\phi_f < \phi_\mu$ の関係となり ϕ_f は 35° 程度に収斂してしまう。また、 ϕ_μ による ϕ_f の増加率の低下程度は、回転抵抗が発揮され得る非円形粒子の方が弱まり、粒子自体の回転が拘束され場合にはほとんどの ϕ_μ で $\phi_f > \phi_\mu$ となる。以上のことから、粒状材料の破壊には粒子間すべりの影響もあるが粒子回転の効果が大きく、回転の拘束が強度

を大きく増加させることが分かった。これは従来の内部摩擦角の考え方が回転を全く考慮していないためであり、実際の回転しうる粒子の挙動を正確に追うことはできないためである。以上のことを説明するには、図-17のような柱子 column 構造の座屈現象を検討することが妥当とおもわれる。

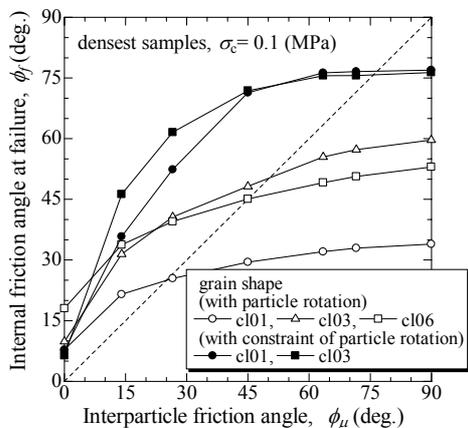


図-16 破壊時の内部摩擦角と粒子間摩擦角の関係

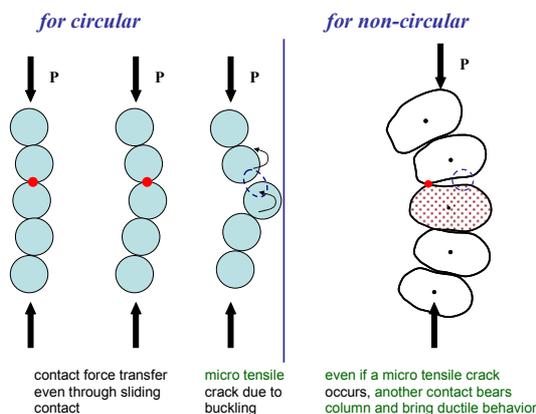


図-17 粒子構造の座屈と回転抵抗に関する概念

5. ミクロな粒子構造の解析結果

5.1 配位数

平均配位数 N_c は間隙比 e と関連付けられてきた。一例として Field¹¹⁾ は、礫について実験を行い、用いた試料において粒度分布や粒子形状の違いに影響されない両者の関係 $N_c = 12/(1+e)$ を求めた。本解析結果において等方応力時で両者 ($N_{c_{ini}}$ と e_{ini}) を整理した結果が図-18 である。

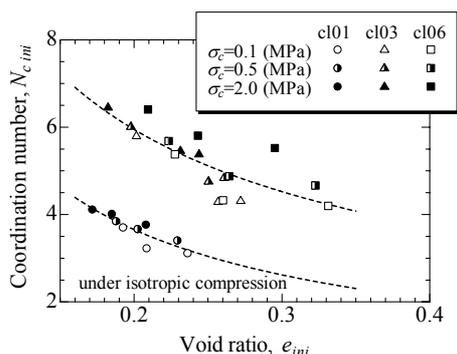
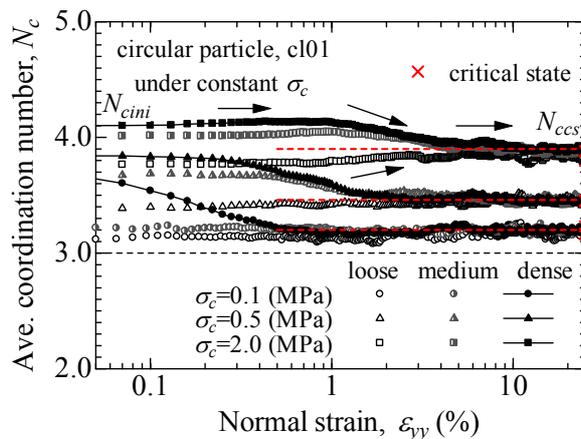


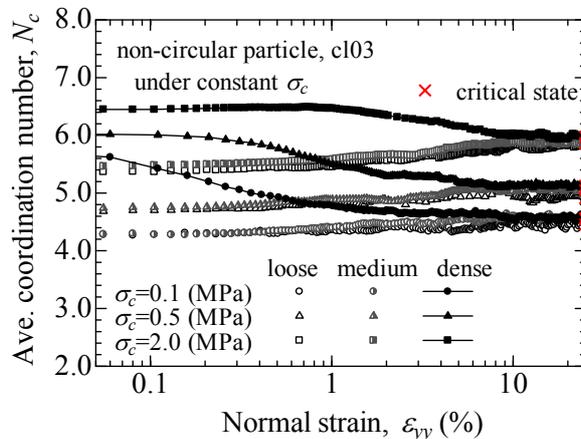
図-18 等方応力時の平均配位数と間隙比

負の関係があることが分かるが、Field が主張するように形状に無関係ではなく、円形粒子と非円形粒子の間には隔たりがある。これが4章で説明したような粒子形状の効果をもたらしたと考えられる。

つぎに、せん断中の平均配位数の変化を図-19 に示す。密および密詰め供試体の N_c はせん断に伴い N_c は減少し一定値に収束する。配位数は構造の安定性と直接関連付くのでせん断に伴い構造が劣化するといつてよい。また、この劣化が著しく進むのはマクロな体積ひずみが圧縮から膨張に遷移するときと一致しているようである。緩い供試体の場合はほとんど変化しないかわずかに増加する。さらに応力レベルが等しい場合には同じ値に収束し限界状態値を有している。平均配位数の観点から捉えると、緩詰め供試体は密詰め供試体と比較すると、既に終局に近い状態にあると考えることができる。



(a) 円形粒子 c101



(b) 非円形粒子 c103

図-19 せん断時の平均配位数 (構造の安定性) の変化 : $\tan\phi_\mu=0.25$ の場合

図-20 に等方圧密、せん断時の N_c の変化を示す。緩、中密、密な供試体のいずれにおいても等方圧縮応力とともに N_c は増加し構造は安定する。一方、 N_c は応力比の増加とともに図-19 のように構造が劣化する。またいずれのケースも最終的には1本の曲線に収束している。これは、マクロな間隙比~平均垂直応力関係と同様に配位数にも限界状態線が存在することを意味し、マクロの間隙比と連動した軌跡を描くことになる。マクロな限界状態の発現は粒子構造の安定性の指標である平均配

位数が限界状態線の存在に起因することになる。図-11 と図-20 中の限界状態にある平均配位数 N_{cs} と間隙比 e_{cs} との関係をもとめたのが図-21 である。同じ限界間隙比に対して凹凸がある粒子の試料の限界配位数が高く、より安定した粒子構造が存在する確率が高いことになる。

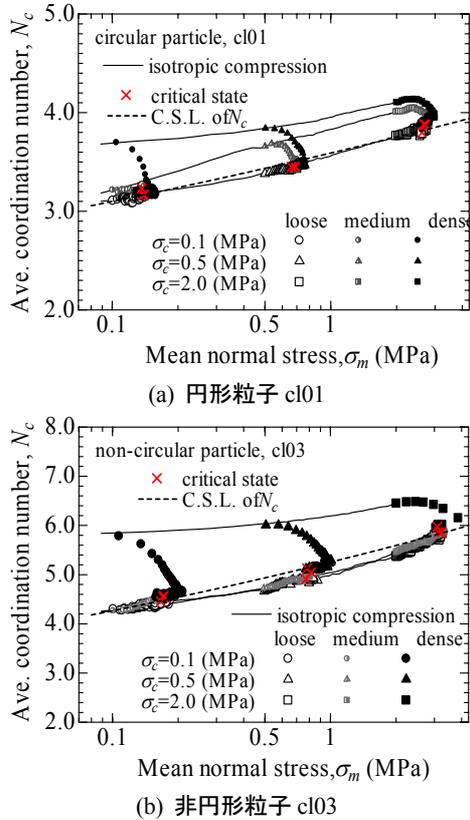


図-20 平均配位数 N_c と平均主応力 σ_m の関係（等方圧縮時、せん断時）：平均配位数の限界状態の存在

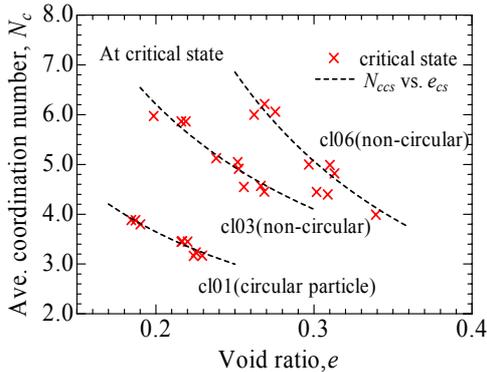
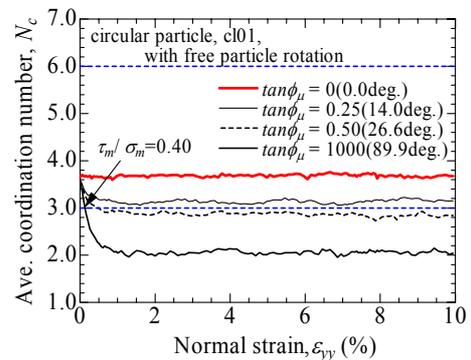


図-21 限界状態にある平均配位数と間隙比の関係

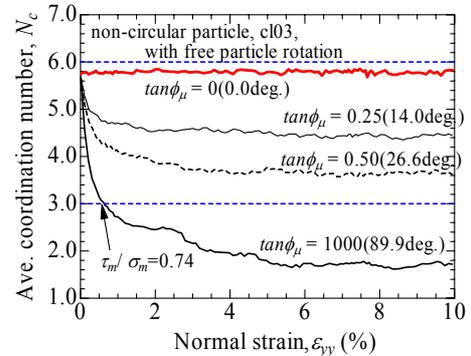
さらに、平均配位数の変化に及ぼす粒子間摩擦特性の影響および粒子回転拘束の影響が異なる場合について検討する。図-22(a-c)はそれぞれ図-14(a), 図-14(b), 図-15 の変形・破壊挙動に対応したせん断変形に伴う平均配位数の変化を示している。まず、粒子回転を拘束しない図-22(a), (b)の場合、粒子間摩擦が無い $\tan\phi_\mu=0$ ときにはせん断初期の段階で平均配位数 $N_c < 6$ であるので既に不安定な粒子構造であり、供試体は耐力を発揮できないことがわかる。変形中には、釣り合いのために大きな変位を有し不安定な動的平衡状態が続くために応力ひずみ曲線が大きく振動するものと考えられる。また、粒子間摩擦係数

$\tan\phi_\mu=0.25, 0.50$ と極端に高くない場合、 $N_c \geq 3$ の不静定条件が満たされたまま破壊している (N_c が3を下回るとは難しい)。しかし、 $\tan\phi_\mu=1000$ の場合、発生する応力比がある程度高くなると $N_c < 3$ となっている。粒子間摩擦係数が大きくても平均配位数が低下し粒子構造の不安定構造化で供試体全体として変形が顕著に増大すると考えられる。図-22(a)と(b)を比較すると $\tan\phi_\mu=1000$ のケースで N_c が3を下回った後、円形粒子 cl01 の場合には直ぐにピーク荷重を迎えるにもかかわらず、非円形粒子 cl03 の場合には破壊までの変形に余裕がある。これは粒子間摩擦以外にも粒子の凹凸によって粒子構造を支える作用があること意味している。

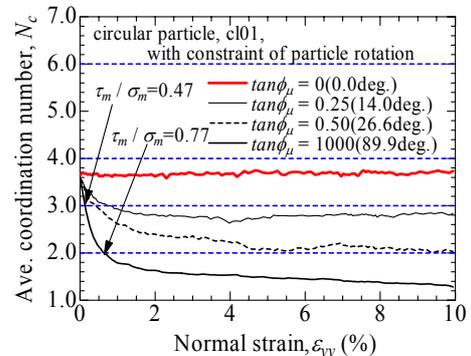
粒子回転を拘束している図-22(c)の場合では、粒子構造が不静定となる条件は $N_c \geq 2$ であるから、より高い応力比まで構造としての安定度を保つことができる。つまり、回転を拘束することで粒子間摩擦の効果をより発揮しやすくなる。



(a) 円形粒子 cl01：粒子回転拘束無し



(b) 非円形粒子 cl03：粒子回転拘束無し



(c) 円形粒子 cl01：粒子回転拘束有り

図-22 せん断時の平均配位数（構造の安定性）の変化：粒子間摩擦と粒子回転拘束の影響

5.2 異方性

図-23 は破壊前の応力誘導異方性について調べた結果であり、粒子特性や試験条件に関わらず異方性の発展は主応力比のみで支配されており図中に示す単純な関係に沿って発達することが分かる。

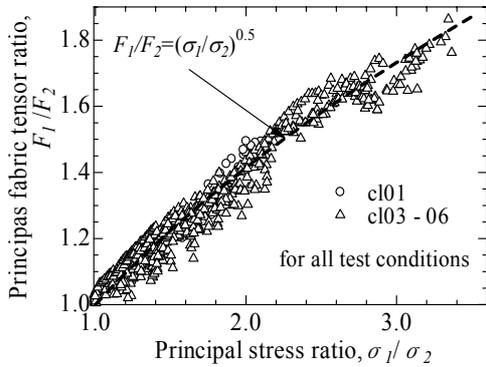
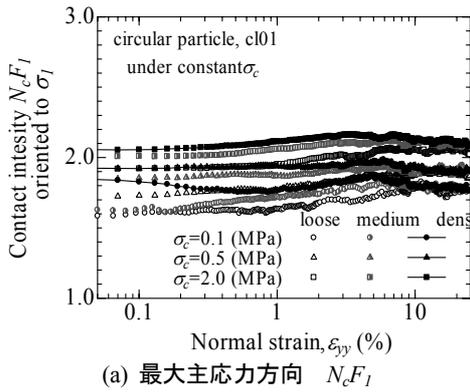
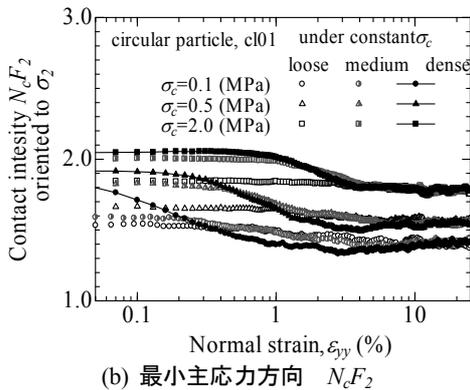


図-23 応力誘導異方性 F_1/F_2 と主応力比

また、最大主応力方向と最小主応力方向の平均接点数である $N_c F_1$ と $N_c F_2$ について考察する。この指標が大きいとそれぞれの方向に構造は強く、小さくなると構造が劣化することを意味する。図-24, 25 はそれぞれ $N_c F_1$ と $N_c F_2$ のせん断に伴う変化を示している。



(a) 最大主応力方向 $N_c F_1$

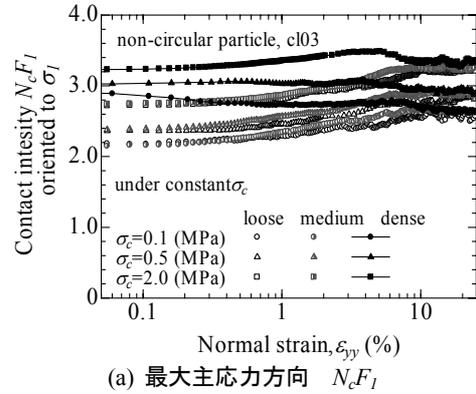


(b) 最小主応力方向 $N_c F_2$

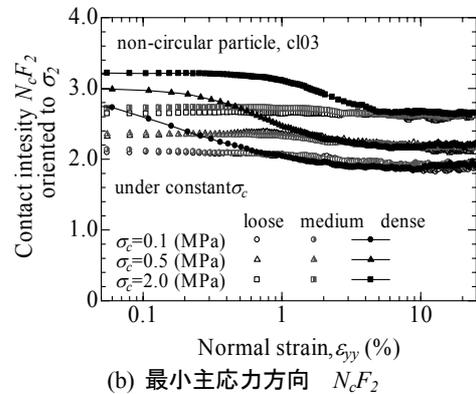
図-24 配位数 $N_c F_1$ と $N_c F_2$ のせん断に伴う変化: 円形粒子 c101

最大主応力方向 (y 方向) の構造である $N_c F_1$ はせん断に伴ってあまり変化がない。一方、最大主応力方向 (x 方向) の $N_c F_2$ はいずれの場合においてもせん断に伴い減少している。このことから、粒状体の構造の劣化は最小主応力方向に卓越し、それに伴い相対的に最大主応力方向に異方性が卓越することがわ

かる。またこの合計である N_c が減少する。密な供試体ほどせん断に伴う $N_c F_2$ の低下は顕著で、体積が圧縮から膨張に転じる段階で低下度合いが増加していることがわかる。よって、最小主応力方向に構造が劣化し、それが体積膨張と応力誘導異方性をもたらす、供試体を破壊させるといえる。

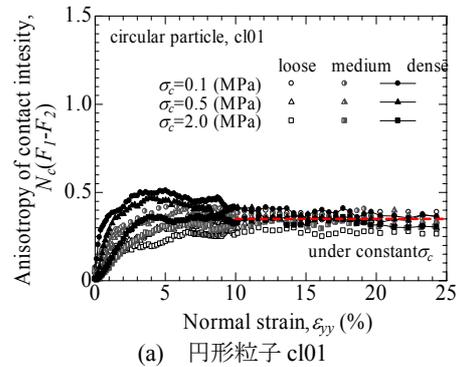


(a) 最大主応力方向 $N_c F_1$

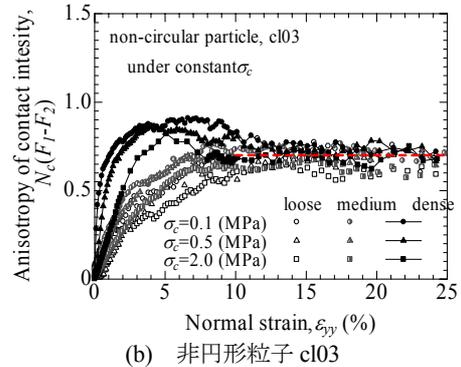


(b) 最小主応力方向 $N_c F_2$

図-25 配位数 $N_c F_1$ と $N_c F_2$ のせん断に伴う変化: 非円形粒子



(a) 円形粒子 c101



(b) 非円形粒子 c103

図-26 平均接点数の偏差 ($N_c F_1 - N_c F_2$) (異方性) のせん断に伴う変化

図-26(a,b)は配位数の偏差 $N_c (F_1 - F_2)$ について円形粒子と非円形粒子について密度・拘束圧が異なるケースについて示している。配位数の偏差 $N_c (F_1 - F_2)$ は構造の安定度の異方性ともいえる。図からわかるように、応力比ひずみ関係と同様に挙動し、密や中密の場合にはピーク値を有している。マクロな限界状態ではこの異方性の尺度も一定値に収束している。このことから、せん断中に発現することが可能な最大の異方性は密度や拘束圧に依存するが、マクロな限界状態での極限值は材料に固有の値をとるようである。また、この固有の値は円形粒子に比べ非円形粒子の方が大きい。

以上の4章、5章の結果から粒子間の滑りだけでなく粒子回転抵抗が重要であることが確認された。さらに単なる接点の統計量としてでなく粒子構造の構造力学的検討が重要であることがわかった。したがって、次章では図-17 のような単純な column 粒子構造を考えて破壊メカニズム特に図-16 について考察する。

6. column 粒子構造の座屈特性と粒状体の破壊

図-26 の粒子 column 構造の変形を曲げ変形とせん断変形の両方を考慮する Timoshenko column (座屈荷重 P_T) を用いて連続体近似しその変形・破壊特性を調べた^{12), 13)} (図-27)。

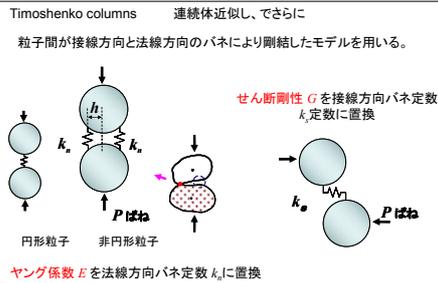
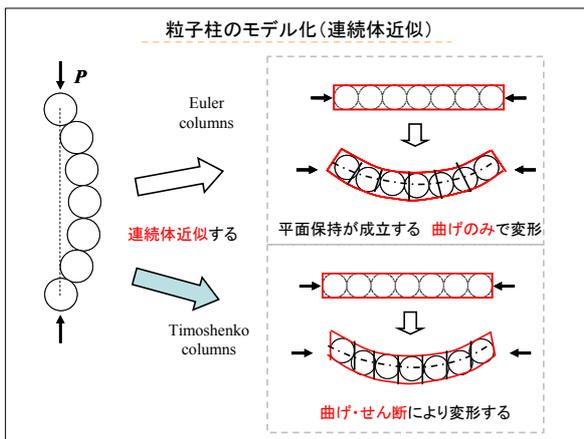


図-27 単純な粒子柱の連続体近似モデル

初期形状は長さ l の \sin 関数で近似し、中点の初期たわみ a_0 を与えた (図-28)。比較のために Euler column (実用梁) も考えた (座屈荷重 P_E)。粒子性を考慮するために、まず、DEM と同様に接点バネ k_n, k_s を考え、非円形粒子のように接する二つの粒子間で接点が2つ存在する場合を考えた (図-27)。バネを2本設置し、この距離を $2h$ とするとこれが近似した連続柱の厚さ (断面の大きさ) となる。粒子直径 D に対する比率 $2h/D$

が高くなるといわゆる曲げ剛性 (粒子回転効果) が高くなる。弾性係数はバネ定数で表現される。また粒子間の滑りを考えせん断力と軸力の比が想定する粒子間摩擦 $\tan\phi_\mu$ を超えると柱は崩壊すると考えた ($k_s \rightarrow 0$) (図-28)。

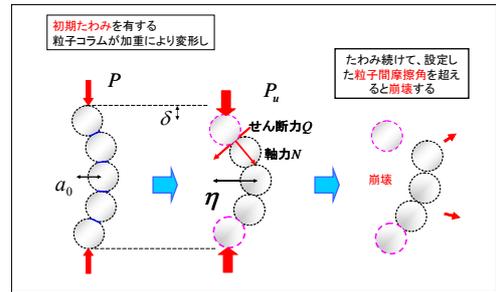


図-28 単純な粒子柱の滑りによる崩壊

連続体近似された column の座屈荷重は、 $P_E = 2/3 k_n D (\pi h / l)^2$ 、 $P_T = P_E / (1 + P_E / k_s D)$ となる (図-29)。また、初期不整を有する柱の軸方向の鉛直たわみ量 δ とそれに伴う柱中央部での側方への水平たわみ量 η との関係は図-30 のようになる。柱の縮みに伴い側方にたわむことで複数の柱に囲まれた領域は膨張すると考えることができる。

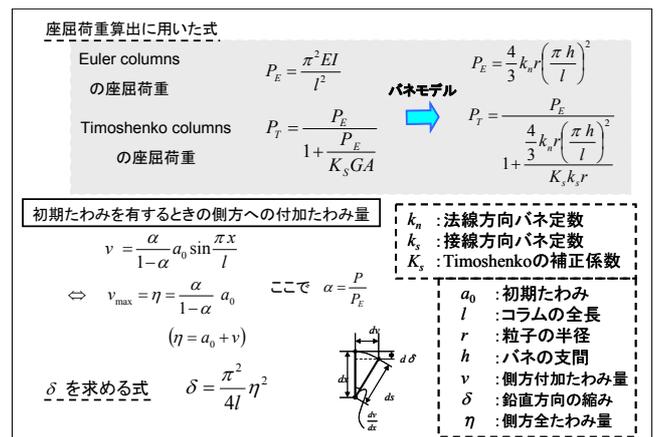


図-29 基準となる座屈荷重と主なパラメータ

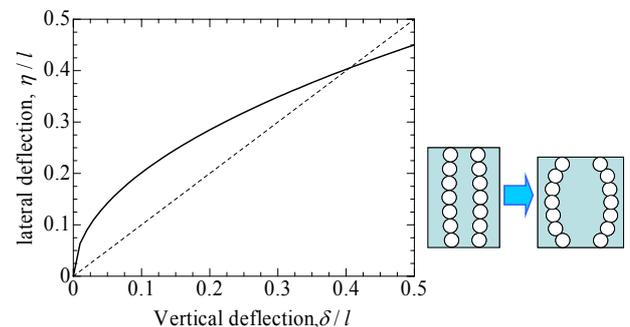


図-30 柱の鉛直たわみと柱中央部の側方たわみの関係

粒子 column 構造の大きさ (構成粒子数) l/D の違いによる column 構造の変形・破壊挙動の例を図-31 に示す。構成粒子数 l/D が小さいものほど耐力 P がある。また、6 個以上の column では支えることのできる荷重が極端に小さくなり挙動に大きな違いがみられないことからこのような column は存在しにくいことが伺える。

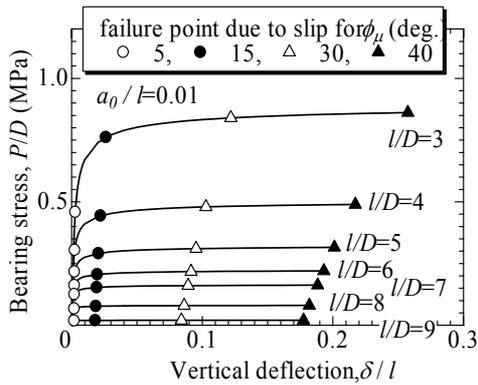


図-31 連続体近似した粒子柱の変形・破壊挙動

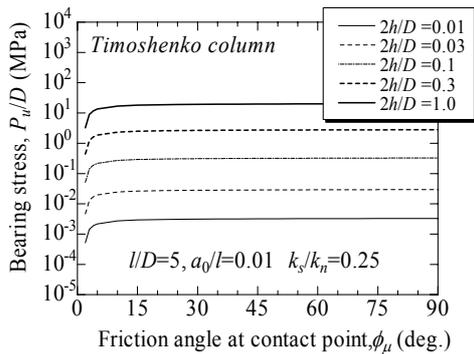


図-32 連続体近似した粒子柱の変形・破壊挙動

図-32には、異なる回転抵抗度 $2h/D$ について、設定した ϕ_μ に対して発揮できる column の最大耐力 P_u の関係をまとめている。ここで、 P_u は図-30 の滑りによって崩壊するときの荷重 P (例えば○●△▲の箇所) の値である。回転抵抗度が高くなると柱の耐力が大きくなっている。しかし、 ϕ_μ を 15° 以上では column の耐力の増加度は低く、 $\phi_\mu > 30^\circ$ では一定値で耐力は座屈強度で決まる。これらの結果は図-16の結果と一致する。

7. おわりに

DEM を用いて二軸圧縮試験における供試体内の粒子構造の幾何学量と変形・破壊挙動について調べた。また破壊メカニズムについて座屈現象に着目して考察した。主な結果は以下のようである。

- 1) 粒子構造の平均配位数 N_c を構造力学的にその物理的意味を考察し安定条件を明確にした。平均配位数はマクロな幾何学量である間隙比と同様に限界状態をもち、材料に固有の限界状態線をもち、粒子が角張っていて回転抵抗を發揮生じやすい材料ほど限界状態線は上方にシフトする。
- 2) 応力誘導異方性はファブリックテンソルの主値の比 F_1/F_2 で表現すると主応力比の平方根のみの関数となる。最大・最小主応力方向の平均配位数 $N_c F_1$ と $N_c F_2$ を用いると、最小主応力方向に構造が劣化し、異方性が誘導されるとともに体積膨張傾向が顕著になることが示された。
- 3) 発展できる異方性(構造の劣化)には限界があり、材料に固有の極限状態があることがわかった。粒子が角張っており回転抵抗を生じやすい材料ほど極限值は大きくなる。以上をまとめると図-33のようになる。
- 4) 柱状の粒子構造を考え連続体近似することでその座屈荷

重や荷重～軸変位～側方変位関係を解析的に求めた。その結果、柱の耐力に及ぼす粒子間摩擦特性の影響は大きいが座屈による大変形によって粒子構造の耐力は喪失する。粒子間摩擦係数が十分に大きくても破壊強度には上限があるという二軸圧縮試験結果を説明することができた。このような座屈特性や座屈長を考えることで異方性の発達限界や粒状体の特性長が明らかになるものと考えられる。

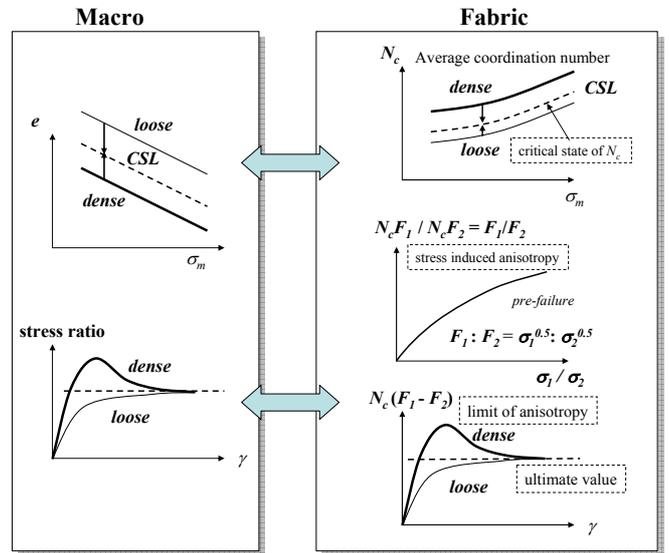


図-33 マクロ挙動の限界状態と粒子構造の限界状態

参考文献:

- 1) Oda, M. & Iwashita, K. 1999. *An Introduction mechanics of granular materials*, Rotterdam, BALKEMA, 1999.
- 2) Maeda, K., Miura, K. & Toki, S. 1995. Mechanical properties of elliptic microstructure formed in granular materials, *Soils and Foundations*, **35**(2): 1-13.
- 3) Maeda, K. and Hirabayashi, H. 2006. Influence of grain properties on macro mechanical behaviors of granular media by DEM, *Journal of Applied Mechanics, JSCE*, **9**: 623-630.
- 4) Miura, K., Maeda, K., Furukawa, M. & Toki, S. 1997. Physical characteristics of sands with different primary properties, *Soils and Foundations*, **37**(3): 53-64.
- 5) Miura, K., Maeda, K., Furukawa, M. & Toki, S. 1998. Mechanical characteristics of sands with different primary properties, *Soils and Foundations*, **38**(4): 159-172.
- 6) Maeda, K. & Miura, K. 1999. Confining stress dependency of mechanical properties of sands, *Soils and Foundations*, **39**(1): 53-68.
- 7) Maeda, K. & Miura, K. 1999. Relative density dependency of mechanical properties of sands, *Soils and Foundations*, **39**(1): 69-80.
- 8) 地盤工学会 2000. 土の強さと地盤の破壊入門 (入門シリーズ13), 地盤工学会: 131-132.
- 9) 前田健一他 2007. 講座「粒子特性の評価と工学的意義」7. 粒子の集合体としての評価と力学挙動, 土と基礎, Vol.55, No.9.
- 10) Satake, M. 1982. Fabric tensor in granular materials. *IU-TAM-Conference on Deformation and Failure of Granular Materials*: 63-68.
- 11) Field, W. G. 1963. Towards the statistical definition of a granular mass, *Proc. 4th Australia-New Zealand Conf. Soil Mech.*, 143-148.
- 12) Wang C. M., Wang C. Y. & Reddy J.N. 2005. *Exact solutions for buckling of structural members*, CRC PRESS.,
- 13) C.L.ディム, I.H.シャームス, 1977. 材料力学と変分法, 理工学海外名著シリーズ26, ブレイン図書出版.