

塑性膨張時における構造高位化発展則導入によるサイクリックモビリティ挙動の記述

名古屋大学大学院 国際会員 中井健太郎・野田利弘・中野正樹・浅岡顕
 名古屋工業大学大学院 国際会員 張鋒

1. はじめに

著者らは、土の骨格構造（構造・過圧密・異方性）とその働きを記述する弾塑性構成式 Super/subloading Yield Surface Cam-clay model with Rotational Hardening（略してSYSカムクレイモデル¹⁾）を用いて、砂から粘土まで、様々な土の力学挙動記述を試みている²⁾。そして、砂は過圧密解消（正規圧密粘土化）に比して構造劣化（低位化）が卓越しており、かつ異方性の発達/消滅が速い発展則パラメータを選ぶことによって記述でき、逆に粘土は構造劣化に比して過圧密解消が卓越しており、異方性の発達/消滅が遅いとして記述できることを示してきた。この事実を基に得られた砂に関する成果を以下に述べる。

第1として、緩い砂の特徴的現象である締固め挙動を再現・記述した³⁾。図-1は、構造高位で過圧密比が小さいとして定義される緩詰め砂による、側圧一定排水繰返しせん断の構成式応答結果である。表-1、2には計算に用いた材料定数（弾塑性パラメータと発展則パラメータ）と初期値を示す。繰返し載荷によって大圧縮を、特に最初の数回の繰返し時に生じている。この時の、構造の程度 $1/R^*$ （図中(d)）、過圧密比 $1/R$ （図中(b)）の推移を見つめる。先に述べたように砂は構造劣化が卓越していると定義されるので、初期に高位な構造は最初の数回の繰返しで急速に劣化（低位化）し、最終的にはほとんど残っていない。過圧密解消は緩慢なので、過圧密比は繰返しとともに除荷時に蓄積していく。以上のように、構造の急速な劣化とそれに伴う過圧密比の蓄積によって、砂の締固め挙動を再現してきた。さて、締固め挙動を再現したという事は、締固め回数を変えることによって、様々な密度（比体積）の状態を任意に作製できることと等しい。そこで、図-1中の[1]~[5]の状態での排水繰返しせん断を止め、そのまま単調非排水せん断を行った結果が図-2である。表-3には締固め後の非排水せん断を行う前の初期値を示す。緩詰め[1]は、一貫して塑性圧縮を示しながら（ p' の

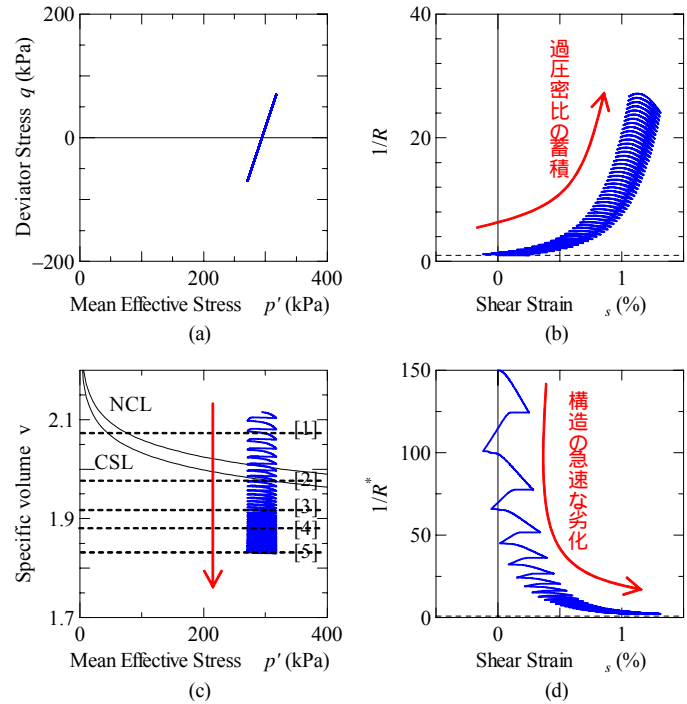


図-1 SYSカムクレイモデルによる締固めの記述

表-1 計算に用いた材料定数

弾塑性パラメータ	
圧縮指数 $\tilde{\lambda}$	0.05
膨潤指数 $\tilde{\kappa}$	0.012
限界状態定数 M	1.00
NCLの切片 N ($p' = 98.1 \text{ kPa}$ の時の v)	2.00
ポアソン比 ν	0.3
発展則パラメータ	
構造劣化指数 a ($b = c = 1.0$)	2.2
正規圧密土化指数 m	0.06
回転硬化指数 br	3.5
回転硬化限界定数 m_b	0.7

減少) 最初硬化した後に軟化を示す。中詰め[2][3]は、軟化を示した後、今度は塑性膨張(p' の増加)を伴う硬化を示す。なお、比体積がより小さく密な[3]の方が、軟化の程度は小さく、硬化の程度は大きい。密詰め[4][5]は、もはや軟化を示さず、塑性圧縮を伴う硬化から塑性膨張を伴う硬化に転じる。比体積が小さく密な[5]の方が、硬化の程度は大きい。これら定性的傾向は砂の非排水せん断挙動として知られている。つまり、第2の成果として、SYSカムクレイモデルが密度の異なる砂の単調せん断挙動を、材料定数の変更なく、統一的に記述できることを示してきた³⁾。

上記のように、SYSカムクレイモデルは単調せん断挙動において十分な再現性能を有していた。しかしながら、従来のモデル(発展則)ではなお、非排水繰返し载荷時に低応力下で見られる「サイクリックモビリティ」挙動の再現が不十分であった。本報では、従来は塑性変形の進展に伴って劣化(低位化)する一方であった構造の発展則に対し、塑性膨張時に構造の生成(高位化)を許すなど、骨格構造の発展則を改良することによって、単調せん断挙動の再現性能を失わずに、砂のサイクリックモビリティ挙動を記述することを目的とする。

2. 砂のサイクリックモビリティ挙動と従来のモデルによる計算結果

2.1. 実験結果

図-3は、中詰め砂供試体(初期比体積 $v_0=1.88$ 、相対密度 $D_r=40\%$)を用いた、側圧一定条件下での非排水繰返し三軸圧縮/伸張試験結果である。有効応力パス(図中(b))を見てみると、繰返し回数の増加とともに p' が減少し、やがて $q=p'=0$ 近傍を通りながら、「 p' の増加を伴う q の増加と p' の減少を伴う q の減少」を繰り返す。応力状態が $q=p'=0$ となっているものの、この段階で供試体は円筒形を保ちながら応力の応答があり、液状化には至らない。この段階の応力~ひずみ関係(図中(a))では、高応力下ではほとんど生じなかった ε_a が、圧縮・伸張側両方に繰返しとともに進展していく。ひずみ曲線は下に凸のカーブを描き、ひずみの進展とともに急激な剛性増大が見られる。载荷方向が変わると、 $q=0$ まで急速に低下し、 $q=0$ 上を這うように逆向きに ε_a が進展していく。さらに繰り返すと、最終的には供試体に応力応答が

表-2 締固め前の初期値

初期比体積 v_0	2.12
初期平均有効応力 p'_0	294.3
初期構造の程度 $1/R_0^*$	150.0
初期過圧密比 $1/R_0$	1.0
初期異方性 ζ_0	0.0

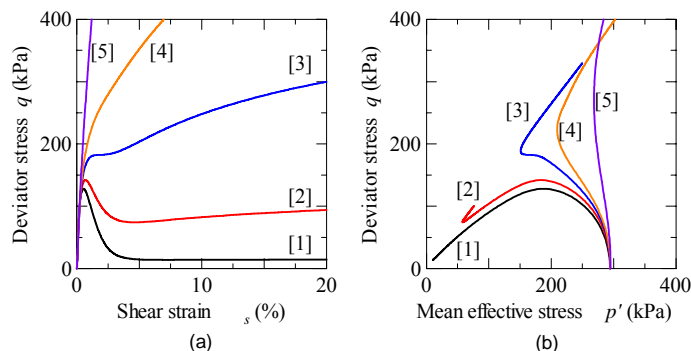


図-2 密度の異なる砂の非排水せん断挙動記述

表-3 せん断前の初期値

	比体積 v	構造の程度 $1/R^*$	過圧密比 $1/R$
[1]	2.08	69.89	1.25
[2]	1.97	9.79	2.50
[3]	1.91	3.25	4.23
[4]	1.88	2.04	6.58
[5]	1.79	1.26	39.65

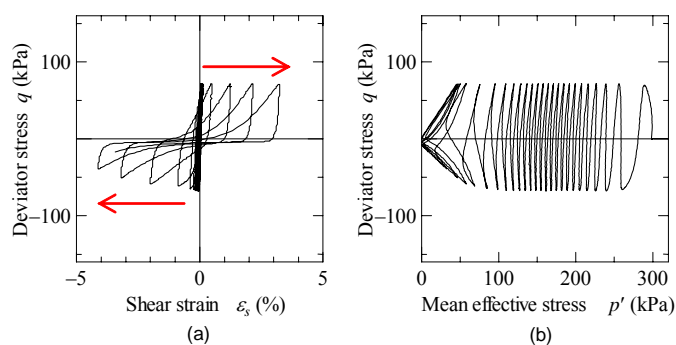


図-3 非排水三軸圧縮/伸張試験結果(実験)

なくなって ε_a が増大し、液状化にいたる。液状化するまでに低応力下で示す繰返し挙動は、サイクリックモビリティ（以下、CM と略記）と呼ばれる。

2.2. 従来の発展則を用いた構成式応答

図-4 に、従来の発展則を用いた非排水繰返しせん断の構成式応答を示す。実験結果（図-3）と比べると、有効応力パスにおいて、実験では CM 中に弾性応答（ $p' = const$ ）をほとんど示さないが、計算では示す、実験では CM 中における p' の減少量が大きく、 $q = p' = 0$ 近傍を通る「く」の字型の繰返し挙動を示すのに対し、計算では p' の減少量が小さく、「8」の字型を描く、応力～ひずみ関係において、実験は下に凸のカーブを描き、剛性増大が見られるのに対し、計算では上に凸のカーブを描く、実験では繰返しとともにひずみが進展し、最終的に応力応答がなくなって液状化を示すのに対し、計算ではひずみの進展が収束してしまい、液状化を示さない、といった違いが見られ、CM を十分に再現できていないことがわかる。

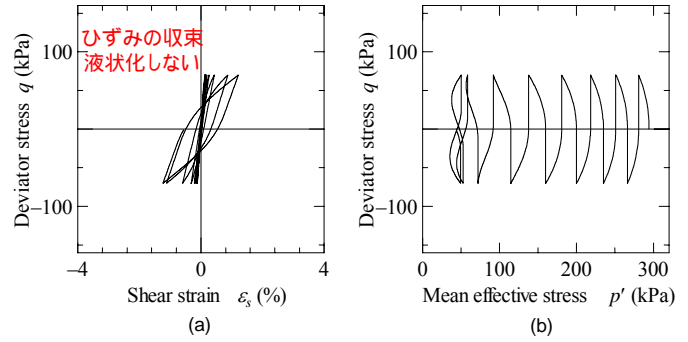


図-4 従来発展則による非排水繰返しせん断挙動

3. 骨格構造の発展則

サイクリックモビリティで見られた実験と計算結果の相違点を手がかりに、構造・過圧密・異方性の発展則を見直し、改良を加える。

3.1. 構造の発展則改良 ～塑性膨張時における構造高位化～

2.2.中 で示したように CM 中に剛性増大し、で示したように最終的に液状化するためには、CM 中の構造高位化が必要と考えた。従来の構造の発展則は、

$$\dot{R}^* = JU^* \sqrt{\frac{2}{3}} \|D_s^p\| \quad (1)$$

で与えられ、塑性変形の進展とともに構造は劣化（低位化）する一方で、高位化することはなかった。そこで新しく、発展則の塑性測度を、塑性ストレッチングの偏差成分 $\|D_s^p\|$ と体積成分 $-D_v^p$ の2つの線形和の形を用いて、次式とする。

$$\dot{R}^* = JU^* \left\{ c_s \sqrt{\frac{2}{3}} \|D_s^p\| + (1 - c_s)(-D_v^p) \right\} \quad (2)$$

$0 \leq c_s \leq 1$ であり、偏差成分と体積成分、両者の比率を決定する。すると、塑性圧縮時 ($D_v^p < 0$) は常に $\dot{R}^* > 0$ となり、従来どおり構造は低位化しかしないが、塑性膨張時 ($D_v^p > 0$) は $\dot{R}^* < 0$ の場合もあり、構造が高位化し得る。また、 c_s は定数ではなく、現有効応力 p' 、構造の程度 R^* ($0 < R^* \leq 1$) および過圧密の程度 R ($0 < R \leq 1$) の関数を用いて次式とした。 R^* および R はともに、0に近いほど状態が高位であることを示す。

$$c_s = \exp\left(-\frac{R^*}{R} \frac{p'^2}{p_r'^2}\right) \quad (p_r' : \text{参照応力}) \quad (3)$$

式から、現有効応力 p' が小さいほど、構造が低位なほど (R^* が大きいほど) そして過圧密が高位なほど (R が小さいほど) c_s は小さくなり、塑性測度の割合は体積成分 $-D_v^p$ が大きい事となる。さらに、特に高応力比で構造の低位化/高位化が顕著となるよう、構造劣化指数を応力比 η の関数として次式で与える。

$$a = a_0 \eta^{1/4} \quad (4)$$

3.2. 過圧密の発展則 ~ 低拘束圧下で緩慢化する過圧密解消 ~

CM は非排水時（等体積）挙動なので、2.2.中 で示したように p' が大きく減少（弾性膨張）するためには大きな塑性圧縮が必要である。SYS カムクレイモデルでは、塑性体積ひずみ増分 $\dot{\epsilon}_v^p$ が

$$\dot{\epsilon}_v^p = f(T', \beta) + MD \ln \frac{\dot{R}^*}{R^*} - MD \ln \frac{\dot{R}}{R} \quad (T' : \text{有効応力}, \beta : \text{異方性}) \quad (5)$$

となるから、構造劣化 (R^* の増加) は塑性圧縮 ($\dot{\epsilon}_v^p > 0$) を生み、過圧密解消 (R の増加) は塑性膨張 ($\dot{\epsilon}_v^p < 0$) を生む。負荷時に過圧密が解消し構造が劣化する場合、 p' 減少量を大きくするには、塑性膨張が生じないように過圧密解消を抑える必要がある。そこで、CM を示す低拘束圧下でのみ過圧密解消を緩慢化させるように正規分布関数を用いて、正規圧密土化指数 m を p' 、 R^* および R の関数として次式で与えた。

$$m = m_0 \times \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{R^*}{R} \frac{p'^2}{p_r'^2}\right) \right\} \quad (p_r' : \text{参照応力}) \quad (6)$$

式から過圧密解消は、現有効応力 p' が小さいほど、構造が低位なほど (R^* が大きいほど) そして過圧密が高位なほど (R が小さいほど) 緩慢化する。

3.3. 異方性の発展則 ~ 異方性発達とともに扁平となる降伏面 ~

降伏面内部では弾性応答を示すので、2.2.中 で示したように CM 中の弾性応答を小さくするためには、降伏面の形状を扁平とする必要がある。従来の正規降伏関数は、関口・太田⁴⁾による異方性を表す応力パラメータ η^* とその発展を考慮した回転硬化概念 (Hashiguchi and Chen)^{5),6)}を有する修正カムクレイモデル⁷⁾を用いて、下式としていたが、

$$MD \ln \frac{\tilde{p}'}{\tilde{p}'_0} + MD \ln \frac{M^2 + \eta^{*2}}{M^2} + \int_0^t Jtr \mathbf{D}^p d\tau = 0 \quad (7)$$

異方性の発達 (ζ^2 の増加) とともに、降伏面の形状が扁平になるように下式とした⁸⁾。

$$MD \ln \frac{\tilde{p}'}{\tilde{p}'_0} + MD \ln \frac{M^2 \exp(-\zeta^2) + \eta^{*2}}{M^2 \exp(-\zeta^2)} + \int_0^t Jtr \mathbf{D}^p d\tau = 0 \quad (8)$$

4. 新発展則を用いた砂の力学挙動記述

表-3、4 に計算に用いた材料定数 (弾塑性パラメータ・発展則パラメータ) と初期値を示す。図-5 は新しい

表-3 計算に用いた材料定数

弾塑性パラメータ	
圧縮指数 $\tilde{\lambda}$	0.05
膨潤指数 $\tilde{\kappa}$	0.012
限界状態定数 M	0.70
NCL の切片 N ($p' = 98.1 \text{ kPa}$ の時の v)	2.00
ポアソン比 ν	0.1
発展則パラメータ	
初期構造劣化指数 a_0	8.0
初期正規圧密土化指数 m_0	0.20
回転硬化指数 br	30.0
回転硬化限界定数 m_b	1.0

表-4 各密度における初期値

	中 (図-6)	緩 (図-7)	密 (図-8)
初期比体積 v_0	1.93	2.07	1.79
初期平均有効応力 p'_0	294.3	294.3	294.3
初期構造の程度 $1/R_0^*$	10.0	50.0	1.05
初期過圧密比 $1/R_0$	8.0	1.2	50.0
初期異方性 ζ_0	0.0	0.0	0.0

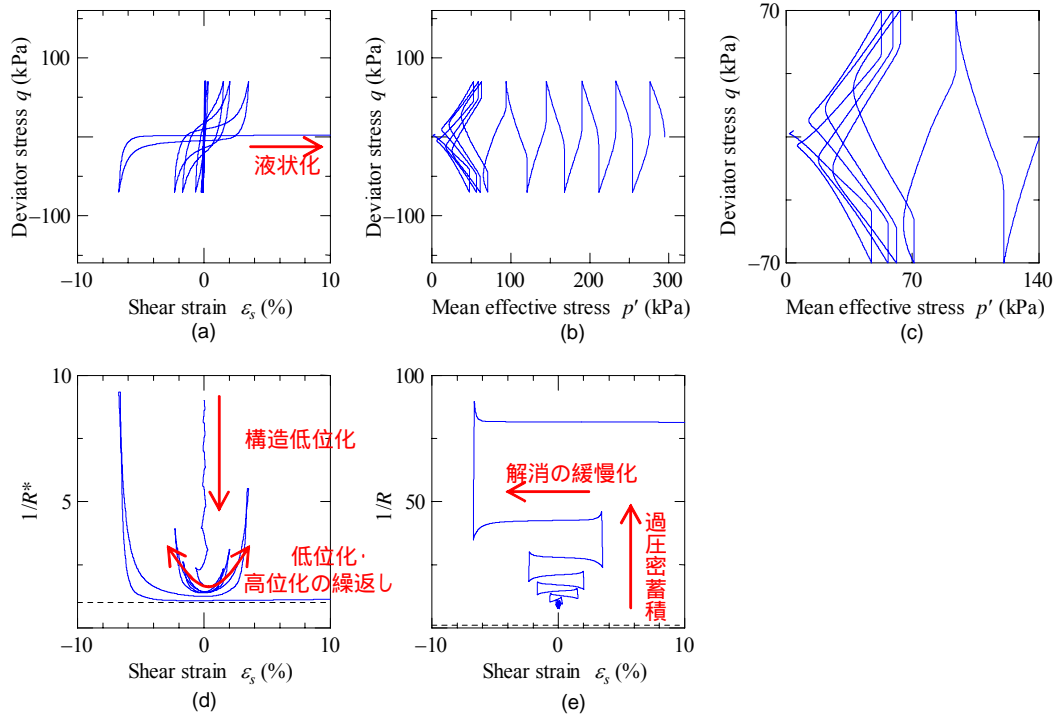


図-5 構造高位化概念等、新しい発展則によるサイクリックモビリティおよびその後の液状化挙動記述

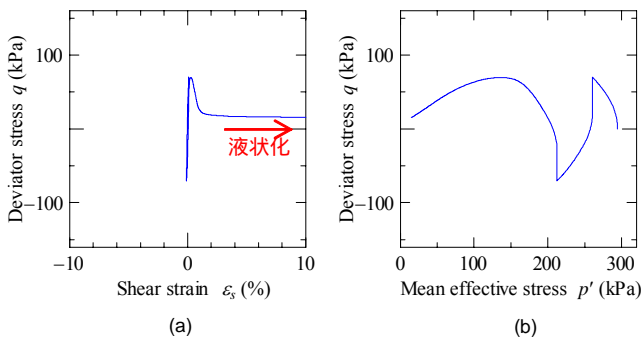


図-6 緩詰め砂の非排水繰返しせん断挙動

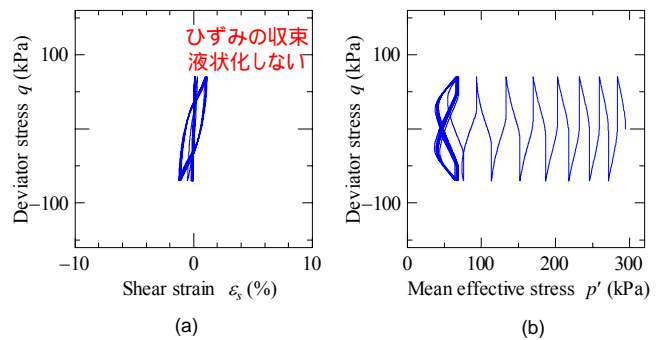


図-7 密詰め砂の非排水繰返しせん断挙動

発展則を導入した中詰め砂の非排水繰返しせん断の構成式応答結果である。CM中の弾性応答が小さい、 p' の減少量が大きく、 $q=p'=0$ 近傍を通る「く」の字型の繰返し挙動を示す、

下に凸の応力～ひずみ曲線を描き、剛性増大が見られる、ひずみが繰返しとともに進展し、最終的には液状化する、といった、CMおよびその後の液状化挙動を記述することができる。構造の推移(図中(d))を見てみると、CMに至るまでは劣化(低位化)する一方だが、CM中は低位化と高位化を繰り返している。過圧密比を見てみると(図中(e))、CM中は過圧密解消が緩慢化され、次第に蓄積している様子もわかる。図-6には緩詰め砂の、図-7には密詰め砂の非排水繰返しせん断挙動を示す(初期値はともに表-4に示している)。緩詰め砂はCMを示さずに液状化を示し、一方で密な砂は途中から p' の減少を示さず、CMも液状化もしない。図-8は、同じ初期値(表-4)のもとでの単調非排水せん断の

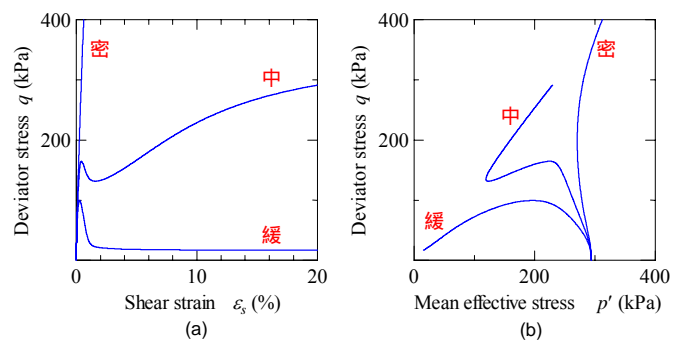


図-8 新しい発展則による単調非排水せん断挙動

図-8は、同じ初期値(表-4)のもとでの単調非排水せん断の

構成式応答結果である。典型的な緩～密の砂の非排水せん断挙動を示しており、構造高位化概念を導入によって、単調非排水せん断の再現性能を失わずに、CM を記述することができた。

5. まとめ

構造に関する発展則の塑性測度を、塑性ストレッチングの体積成分 $-D_v^p$ と偏差成分 $\|D_s^p\|$ の線形和で与え、塑性膨張時に構造高位化を可能とした。さらに、過圧密は低応力下で解消が緩慢化するようにし、異方性の発展則についても改良を加えた結果、高拘束圧下の単調せん断挙動の再現性能を保持しつつ、低拘束圧下で見られるサイクリックモビリティ挙動の記述が可能となり、特にサイクリックモビリティ中の剛性増大のために、塑性膨張時の構造高位化概念が重要であることを示した。

著者らの一部は、剛性増大を異方性発達に起因する過圧密比増大によっても記述できることを示している⁸⁾。今後、実験等を実施し、上記 2 つの捉え方を中心に据えて、サイクリックモビリティ中における土の骨格構造の変化過程を詳細に検証してゆきたい。

参考文献

- 1) Asaoka A., Noda T., Yamada E., Kaneda K. and Nakano M. (2002) : An elasto-plastic description of two distinct volume change mechanics of soils, *Soils and Foundations*, No.42, Vol.5, pp.45-57.
- 2) Asaoka A. (2003) : Consolidation of Clay and Compaction of Sand-An elasto-plastic description-, Keynote lecture, *Proc. of 12th Asian Regional Conf. on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering*, Leung et al. Singapore, Aug., Vol.2, pp.1157-1195.
- 3) 中井健太郎, 中野正樹, 野田利弘, 浅岡顕 (2004) : 間隙比・有効拘束圧依存の砂の非排水せん断挙動に関する初期構造と過圧密の違いによる記述, 中部地盤工学シンポジウム論文集, pp.81-90.
- 4) Sekiguchi, H. and Ohta, H. (1977) : Induced anisotropy and time dependency in clays, *Constitutive Equations of Soils (Proc. 9th Int. Conf. Soil Mech. Found. Eng., Spec. Session 9)*, Tokyo, pp.229-238.
- 5) Hashiguchi, K. and Chen, Z.-P. (1998) : Elastoplastic constitutive equations of soils with the subloading surface and the rotational hardening, *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech.*, Vol.22, pp.197-227.
- 6) Hashiguchi, K. (1989) : Subloading surface model in unconventional plasticity, *Int. J. of Solids and Structures*, Vol.25, pp.917-945.
- 7) Roscoe, K. H. and Burland, J. B. (1968) : On the generalized stress-strain behavior of 'wet' clay, in J. Heyman and F. A. Leckie (eds.), *Engineering plasticity (Cambridge: Cambridge University Press)*, pp.535-609.
- 8) Zhang F., Bin Y., Noda T., Nakano M. and Nakai K. (2006) : Explanation of Cyclic Mobility of Soils: Approach by Stress-induced Anisotropy, *Soils & Foundations*, to be submitted.