

# 種々の応力経路下の正規・過圧密粘土の力学挙動とそのモデル化

## — 三軸試験による検討 —

名古屋工業大学 学生員 西村 智  
 名古屋工業大学 正会員 中井 照夫  
 名古屋工業大学 正会員 檜尾 正也  
 名古屋工業大学 学生員 宮田 眞由美

### 1. はじめに

地盤の多次元の変形・破壊挙動の予測は、有限要素法によって境界値問題として解くことになる。ここに、地盤の挙動を的確に予測するには、地盤の力学挙動を適切に表現できる構成モデルがどうしても必要となる。この解析に用いる構成モデルが持つべき特徴として、3次元任意応力経路下の応力～ひずみ挙動を砂・粘土にかかわらず統一的に表現でき、土質パラメータもできるだけ数が少なくタフなものが望ましい。

このような実際地盤の変形・破壊予測問題に適用するモデルとして、密度や拘束応力の影響を考慮した等方硬化型の弾塑性構成モデル(subloading  $t_{ij}$  model)をすでに提案している<sup>1)</sup>。本研究では種々の応力経路下における粘土の三軸試験結果とモデルによる要素解析結果とを比較して、モデルの適用性を検討するとともに、粘性土の変形・強度特性について考察した。

### 2. 構成モデルの概要

正規圧密粘土の構成モデルとして Cam clay モデルがあるが、Cam clay モデルは通常の応力 $\sigma_{ij}$ に基づく応力パラメータ( $p, q$ )を用いた定式化を行っているため、地盤の変形・強度特性に対する中間主応力の影響を考慮できない。そこで中井らは、修正応力 $t_{ij}$ に基づく修正応力パラメータ( $t_N, t_s$ )及び、ひずみ増分パラメータ( $d\epsilon_{SMP}^*, d\gamma_{SMP}^*$ )を用い、 $t_{ij}$ 空間で降伏曲面を考えることによって変形・強度特性の中間主応力の影響を考慮した<sup>2)</sup>。これら $t_{ij}$ に基づく応力・ひずみ増分パラメータと通常の応力 $\sigma_{ij}$ に基づく応力・ひずみ増分パラメータの対比を Table 1 に表す。

$t_{ij}$ 空間で関連流動則すなわち次式で示す直交則を仮定する。

$$dt_N \cdot d\epsilon_{SMP}^{*p} + dt_s \cdot d\gamma_{SMP}^{*p} = 0 \quad (1)$$

そして、Fig. 1 に実線で示す応力比～塑性ひずみ増分比関係式<sup>2)</sup>を与えれば、(1)式の $t_{ij}$ 空間での直交則を使って、降伏関数は次式で与えられる<sup>3)</sup>。

Table 1 応力及びひずみ増分パラメータ

ordinary concept	$t_{ij}$ concept
$\sigma_{ij}$	$t_{ij} = \sigma_{ik} a_{kj}$
$\delta_{ij}$ (unit tensor)	$a_{ij}$
$p = \sigma_{ij} \delta_{ij} / 3$	$t_N = t_{ij} a_{ij}$
$s_{ij} = \sigma_{ij} - p \delta_{ij}$	$t_{ij} = t_{ij} - t_N a_{ij}$
$n = \sqrt{(3/2) s_{ij} s_{ij}}$	$t_s = \sqrt{(t_{ij} t_{ij})}$
$\eta_{ij} = s_{ij} / p$	$x_{ij} = t_{ij} / t_N$
$\eta = q/p = \sqrt{(3/2) \eta_{ij} \eta_{ij}}$	$X = t_s / t_N = \sqrt{(x_{ij} x_{ij})}$
$\eta_{ij}^* = (s_{ij} - s_{ij0}) / p$	$x_{ij}^* = x_{ij} - n_{ij}$
$\eta^* = \sqrt{(3/2) \eta_{ij}^* \eta_{ij}^*}$	$X^* = \sqrt{(x_{ij}^* x_{ij}^*)}$
$d\epsilon_v = d\epsilon_{ij} \delta_{ij}$	$d\epsilon_{SMP} = d\epsilon_{ij} a_{ij}$
$d\epsilon_{ij} = d\epsilon_{ij} - d\epsilon_v \delta_{ij} / 3$	$d\epsilon_{ij}^* = d\epsilon_{ij} - d\epsilon_{SMP}^* a_{ij}$
$d\epsilon_d = \sqrt{(2/3) d\epsilon_{ij} d\epsilon_{ij}}$	$d\gamma_{SMP}^* = \sqrt{(d\epsilon_{ij}^* d\epsilon_{ij}^*)}$

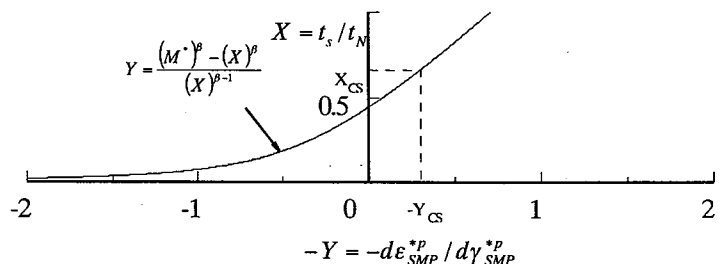


Fig. 1 応力比～塑性ひずみ増分関係

Behavior of normally and over consolidated clays under various stress paths and its elastoplastic modeling

- verification by triaxial tests -

T. Nishimura, T. Nakai, M. Hinokio & M. Miyata (Nagoya Institute of Technology)

$$f = \ln t_N + \zeta(x) - \ln t_{N1} = 0, \quad \zeta(x) = \frac{1}{\beta} \left( \frac{X}{M^*} \right)^\beta \quad (2)$$

ここに、 $M^*$ は Fig. 1 の応力比～塑性ひずみ増分比関係の縦軸切片での応力比( $t_s/t_N$ )で限界状態 (critical state) の応力比  $X_{CS}$  を使って次式で表せる。なお、 $R_{CS}$  は三軸圧縮条件下の限界状態での最大最小主応力比を表す。

$$M^* = \left( X_{CS}^\beta + X_{CS}^{\beta-1} Y_{CS} \right)^{1/\beta} \quad (3)$$

$$X_{CS} = \frac{\sqrt{2}}{3} \left( \sqrt{R_{CS}} - \frac{1}{\sqrt{R_{CS}}} \right) \quad (4), \quad Y_{CS} = \frac{1 - \sqrt{R_{CS}}}{\sqrt{2}(\sqrt{R_{CS}} + 0.5)} \quad (5)$$

ところで、従来は Fig. 1 の応力比～塑性ひずみ増分比関係を直線で与えていたが<sup>4)</sup>、この直線の応力比～塑性ひずみ増分比から得られる降伏曲面は原点および  $t_N$  軸上で降伏曲面が滑らかに変化せず特異点になっていた。しかし、(2)式で与えられる降伏曲面は、 $\beta > 1$  である限り滑らかに変化する。このことは、降伏曲面に垂直な方向で与えられる塑性ひずみ増分方向を決めるにあたって特異点が存在しないことを意味し、実際の境界値問題を解くときに安定した数値計算結果が得られる。

さて、塑性ひずみ増分  $d\varepsilon_{ij}^p$  の方向は  $t_{ij}$  空間での関連流動則より次式で与えられる。

$$d\varepsilon_{ij}^p = \Lambda \frac{\partial f}{\partial t_{ij}} \quad (6)$$

次に、塑性ひずみ増分  $d\varepsilon_{ij}^p$  の大きさを決める係数  $\Lambda$  の決め方について述べる。橋口<sup>5)</sup>の subloading surface の考え方を参考に、剛性、強度におよぼす密度・拘束応力の影響を考慮する。これにより(1)式の降伏関数  $f$  は以下に変形できる。

$$\begin{aligned} f &= \ln \frac{t_N}{t_{N0}} + \zeta(x) - \ln \frac{t_{N1}}{t_{N0}} \\ &= \ln \frac{t_N}{t_{N0}} + \zeta(x) - \left( \ln \frac{t_{N1e}}{t_{N0}} - \ln \frac{t_{N1e}}{t_{N1}} \right) = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

$t_{N1}$  および  $t_{N1e}$  は Fig. 2(a) に示すように、subloading 曲面および正規降伏曲面の  $t_N$  軸上の値である。また、 $t_N = t_{N0}$ ,  $X = 0$  の等方状態で塑性体積ひずみ  $\varepsilon_v^p = 0$  とし、 $d$  を同じ応力状態にある正規圧密土との間隙比の差 (Fig. 2(b) 参照) とすれば<sup>6)</sup>、それぞれ

$$\varepsilon_v^p = C_p \ln \frac{t_{N1e}}{t_{N1}} \quad \left( C_p = \frac{\lambda - \kappa}{1 + e_0} \right) \quad (8) \quad d = (\lambda - \kappa) \ln \frac{t_{N1e}}{t_{N1}} \quad (9)$$

したがって、(7), (8), (9)式と適応条件  $df = 0$  から、

$$\begin{aligned} df &= \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} - \frac{1}{C_p} \left( d\varepsilon_v^p - \frac{1}{1 + e_0} d(d) \right) \\ &= \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} - \frac{1}{C_p} \left( \Lambda \frac{\partial f}{\partial t_{ii}} - \frac{1}{1 + e_0} d(d) \right) = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

さて、ここで過圧密土は  $d$  (過圧密比の対数に比例) が同じであればその応力比～ひずみ関係や破壊応力比が拘束応力の大きさによらず同じであること、塑性ひずみが発生するのに伴い正規圧密状態の土に近づき

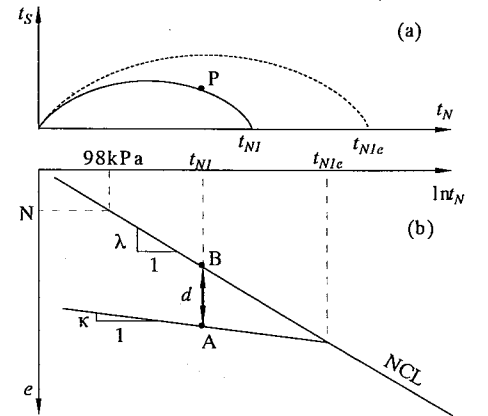


Fig. 2 subloading 曲面、正規降伏曲面、 $d$  の説明

$(-d(d)<0)$  最終的には正規圧密状態と同じ限界状態(critical state) に到達することを満足するためには、 $d(d)/(1+e_0)$ は $\Lambda$ に比例するとともに負でかつ拘束応力の-1乗の関数である必要がある。

この条件を満たす関数として、

$$\frac{d(d)}{1+e_0} = \Lambda \frac{-G(d)}{t_N}, \quad (G(d): G(0)=0 \text{となる単調増加関数}) \quad (11)$$

を与える。したがって、正規・過圧密粘土の塑性ひずみは(11)式を満足する $G(d)$ を与えることにより次式で求められる。

$$d\varepsilon_{ij}^p = \Lambda \frac{\partial f}{\partial t_{ij}} \left( \Lambda = \frac{df}{h^p} = \frac{df}{\frac{1}{C_p} \left( \frac{\partial f}{\partial t_{ii}} + \frac{G(d)}{t_N} \right)} \right) \quad (12)$$

ここに、 $d=0$ すなわち $G(d)=0$ の時は前述したように降伏関数の形状は異なるが、従前の $t_{ij}$ -clay model<sup>4)</sup>に一致する。なお、負荷規準は軟化時や繰り返し再載荷時の塑性ひずみの発生条件を考慮し、浅岡ら<sup>7)</sup>の subloading Cam-clay model 同様 $\Lambda=df/h^p>0$ の時塑性ひずみ増分が発生するとする。また、上のような定式化では、破壊強度と密度の関係は $h^p=0$ から容易に決定することが可能である。なお、ここでは単調増加関数 $G(d)$ を以下の式で与えた<sup>5)</sup>。

$$G(d) = a \cdot d^2 \quad (a: \text{材料パラメーター}) \quad (13)$$

さて、通常の塑性論によれば塑性ひずみ増分方向は応力増分方向の影響を受けないことになるが、実測値によれば破壊時を省いて応力経路により塑性ひずみ増分比(塑性ひずみ増分方向)が応力経路の影響をうけることになる。このような挙動を説明するため、接線塑性や複数の降伏関数を考えることもあるが、そのような場合それらの関数を決めるため新たな仮定やパラメータが必要となる。ここでも、従来の正規圧密土の対するモデル( $t_{ij}$ -clay model)<sup>4)</sup>同様、降伏関数やひずみ硬化パラメータ(塑性体積ひずみ)は1つのままで $dt_N>0$ かつひずみ硬化時( $h^p>0$ )の時は $d\varepsilon_v^p = d\varepsilon_v^{p(AF)} + d\varepsilon_v^{p(IC)}$ を常に満たすように、塑性ひずみ増分を与えることで応力経路依存性を表現する<sup>4)</sup>。すなわち全塑性ひずみ増分は関連流動側に従う成分 $d\varepsilon_{ij}^{p(AF)}$ と等方的な圧縮成分 $d\varepsilon_{ij}^{p(IC)}$ の和で与えられ、具体的に各成分は以下のように表される。

$$\left. \begin{aligned} d\varepsilon_{ij}^p &= d\varepsilon_{ij}^{p(AF)} + d\varepsilon_{ij}^{p(IC)} \\ d\varepsilon_{ij}^{p(AF)} &= \frac{df - \frac{1}{C_p} K_{NC} \langle dt_N \rangle}{h^p} \cdot \frac{\partial f}{\partial t_{ij}} \\ d\varepsilon_{ij}^{p(IC)} &= \frac{a_{ii}}{a_{ii} + G(d)} \cdot K_{NC} \langle dt_N \rangle \frac{\delta_{ij}}{3} \\ K_{NC} &= C_p \frac{1}{t_N} \cdot \frac{t_N}{t_{N1}} = C_p \frac{1}{t_N} \cdot \exp\{-\xi(x)\} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

このように定式化することによって、変形・強度におよぼす中間主応力の影響、塑性ひずみ増分方向におよぼす応力経路の影響、変形・強度特性におよぼす密度・拘束応力の影響等が表現可能となっている。

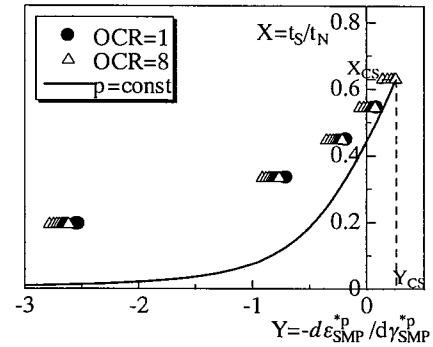


Fig. 3 p=const. および R=const. 試験の応力比～塑性ひずみ増分比関係

### 3. 三軸試験結果によるモデルの検証

藤の森粘土を使用した三軸試験結果を、Table 2 の材料パラメータを使って解析する。ここで  $R_{CS}$  は正規圧密粘土の三軸圧縮せん断時の強度(主応力比  $\sigma_1/\sigma_3$ )、 $\nu_e$  はポアソン比である。 $N$  は正規圧密曲線の  $p=98\text{kPa}$  時の間隙比である。 $\beta$  は Fig. 1 に示す応力比・塑性ひずみ増分比関係のパラメータである。

Table 2 藤の森粘土の材料パラメータ

$\lambda/(1+N)$	$5.08 \times 10^{-2}$
$\kappa/(1+N)$	$1.12 \times 10^{-2}$
$R_{CS}$	3.5
$N$	0.77
$\beta$	1.5
$\nu_e$	0.2
$a$	500

ここでのモデルと実測値の比較を以下の3つのシリーズで試験を行った。全て排水条件下によるものである。

- ① 正規圧密粘土の三軸圧縮及び伸張試験
- ② 過圧密粘土の三軸圧縮及び伸張試験
- ③ 正規圧密粘土の繰返し载荷試験

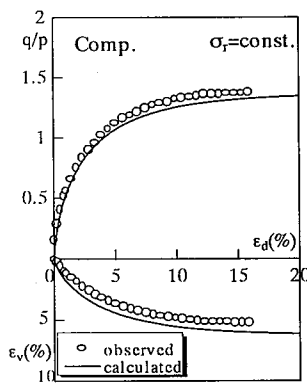


Fig. 4 三軸圧縮試験結果と解析結果 (側圧一定)

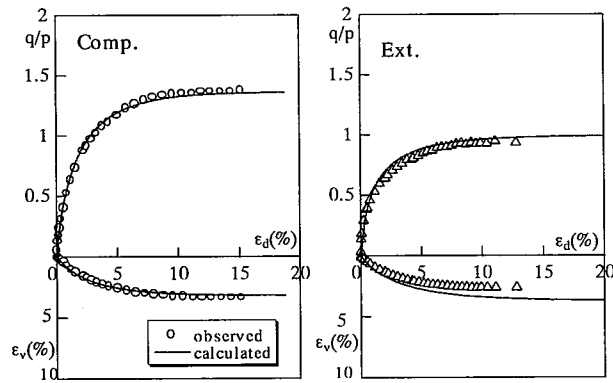


Fig. 5 三軸圧縮・伸張試験結果と解析結果 (平均主応力一定)

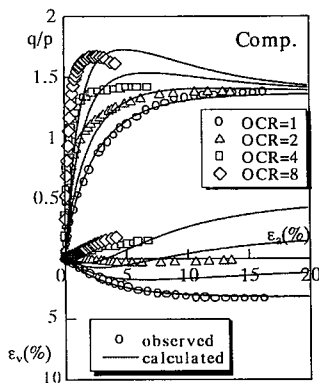


Fig. 6 過圧密比の異なる粘土の三軸圧縮試験結果と解析結果

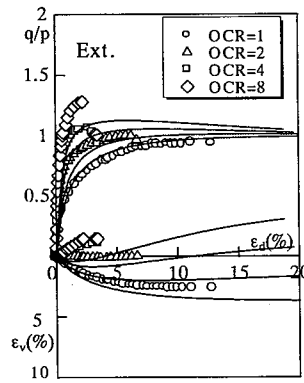


Fig. 7 過圧密比の異なる粘土の三軸伸張試験結果と解析結果

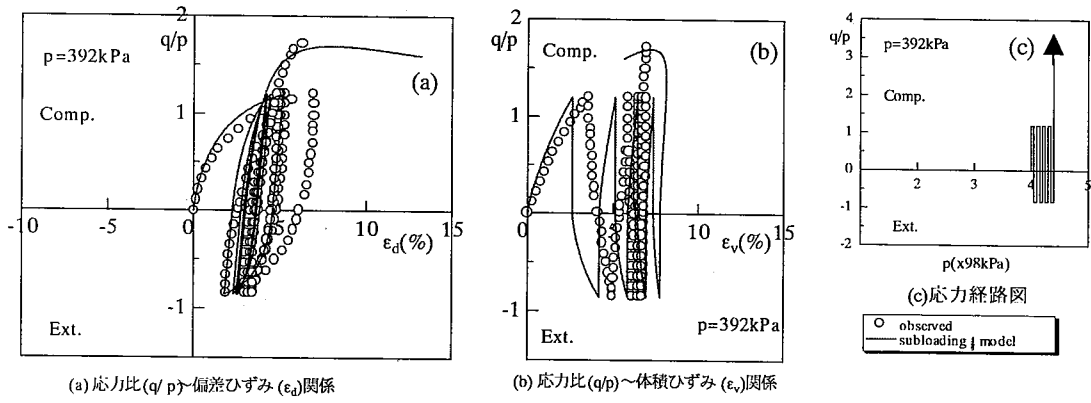


Fig. 8 三軸繰返し試験結果と解析結果 (平均主応力一定、主応力振幅一定)

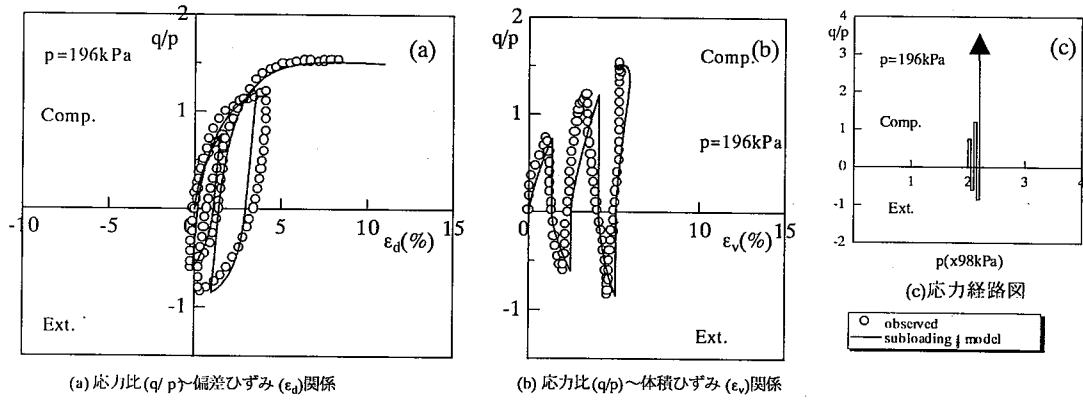


Fig. 9 三軸繰返し試験結果と解析結果 (平均主応力一定、主応力比振幅増大)

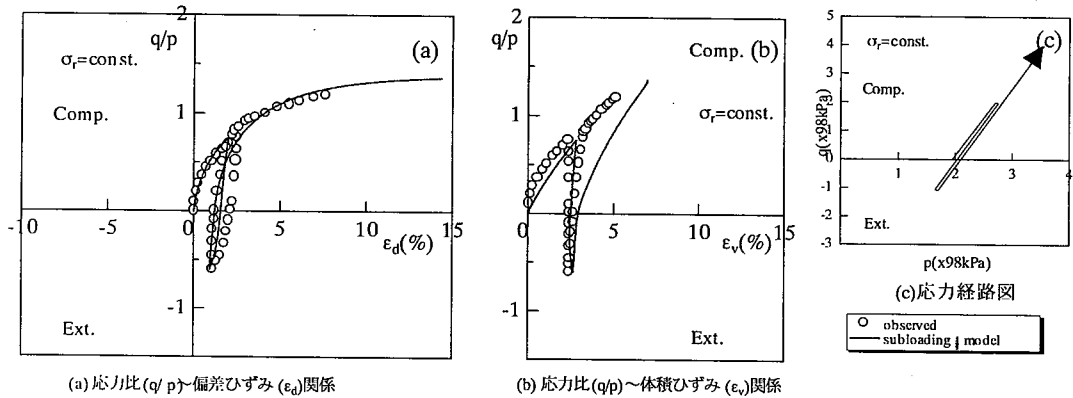


Fig. 10 三軸繰返し試験結果と解析結果 (側圧一定)

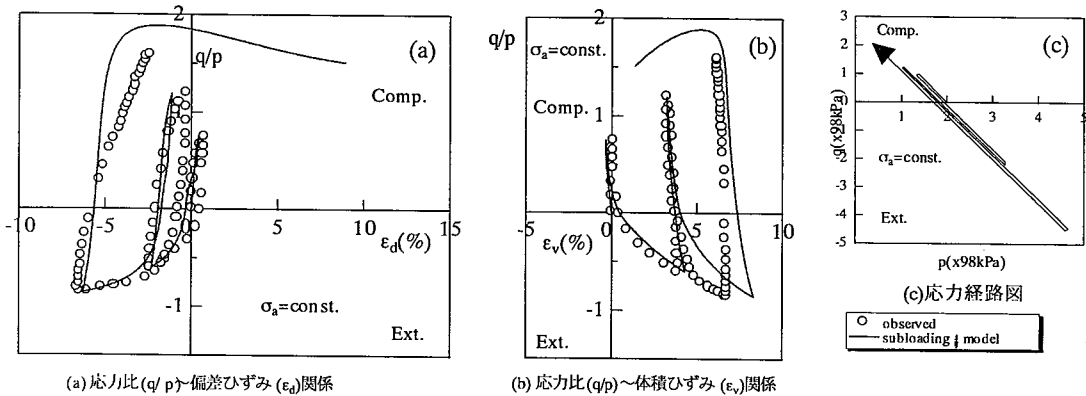


Fig. 11 三軸繰返し試験結果と解析結果 (軸圧一定)

Fig. 4 と Fig. 5 は、正規圧密粘土の三軸圧縮( $\sigma_2=\sigma_3$ )および三軸伸張( $\sigma_2=\sigma_1$ )条件下の単調載荷試験の偏差ひずみ( $\epsilon_d$ )～応力比( $q/p$ )関係の実測値と解析値である。三軸圧縮試験では応力経路の異なるせん断試験、すなわち平均主応力( $p'=196\text{kPa}$ )が一定条件と、側圧( $\sigma_r=196\text{kPa}$ )を一定条件にした2種類のせん断試験を行った。この図(Fig. 5)より、粘土は中間主応力の違いによって強度や変形挙動が異なる性質を、解析値はよく表現できていることがわかる。

Fig. 6 と Fig. 7 は過圧密比が異なる三軸試験の圧縮及び伸張試験の実測値と解析結果の比較を示す。粘土は過圧密比を OCR=2, OCR=4, OCR=8 と変えていったが、過圧密比(密度)が大きくなるにしたがって強度・剛性が大きくなり、また正のダイレイタンスの卓越やピーク強度後のひずみ軟化も顕著になる特徴がある。解析値はこのような実測値の傾向を妥当に表現している。

Fig. 8～Fig. 11 は正規圧密粘土の両振り繰返し試験の実測値と解析値である。(a)図に偏差ひずみ( $\epsilon_d$ )～応力比( $q/p$ )関係、(b)図に体積ひずみ( $\epsilon_v$ )～応力比( $q/p$ )関係、(c)図に応力経路図を示す。Fig. 8 は平均主応力( $p'$ )が一定で主応力比振幅( $\sigma_1/\sigma_3$ )が一定な両振り繰返し試験、Fig. 9 は平均主応力( $p'$ )が一定で主応力比振幅( $\sigma_1/\sigma_3$ )が増大する試験、Fig. 10 は側圧( $\sigma_r$ )が一定で主応力比振幅が増大する試験、Fig. 11 は軸圧( $\sigma_a$ )が一定で主応力比振幅が増大する試験での実測値と解析値である。解析値は移動硬化モデルを使っていないにもかかわらず実測値の繰返し特性を表している。すなわち、繰返し载荷を受ける毎にひずみ増分量が次第に減少し、ひずみが収束する傾向や、繰返し载荷後のせん断時には初期が正規圧密であるにも拘わらず正規圧密粘土より大きなピーク強度を持ち、その後徐々に軟化する傾向を表せた。

このように *subloading  $t_{ij}$  model* は少ないパラメータにも関わらず過圧密粘土の単調載荷の挙動及び正規圧密粘土の繰返し载荷による挙動を適切に表現できた。つまり粘土の材料が決まれば正規・過圧密の如何に関わらず粘土の挙動を表すことができるモデルだと言える。

#### 参考文献

- 1) 中井・檜尾・城戸・西村・宮田(2002): 第37回地盤工学研究発表会(投稿済み)
- 2) Nakai & Mihara(1984): S & F, 24(2), 82-94.
- 3) Chowdhury & Nakai(1998): Computers and Geotechnics, 23, 131-164.
- 4) Nakai & Matsuoka(1986): S&F, 29(1), 119-137.
- 5) Hashiguchi(1980): J. of Appi. Mech., ASTM, 102(2), 266-272.
- 6) 檜尾・中井・星川・吉田(2001): 地盤工学論文報告集 Vol.41, No.3, pp.125-140.
- 7) Asaoka, Nakano & Noda(1997): S & F, 37(1), 13-28.