

粗粒材料の最大・最小間隙率に対する影響因子

名城大学工学部建設システム工学科 板橋一雄

名城大学大学院理工学研究科 内藤充則・神谷圭吾

1. はじめに

粗粒土質材料の力学的特性に影響を与える要因の一つに間隙比がある。そして、異なる砂の詰まり方を比較するために、間隙比から計算される相対密度が用いられている。その際の最大・最小間隙比は、学会基準「砂の最大密度・最小密度試験方法(JSF T161-1990)」が用いられている。この試験方法は、学会内に委員会が設けられ、試験方法、試験条件などの詳細が検討され、例えば、容器の大きさ(内径60mm, 高さ40mm)、許容最大粒径2mm、最大密度は容器の側面を打撃する方法、最小密度は漏斗法などの基準が決められている。その後、より粗い土質材料の最大・最小密度に関する研究も継続されていたが、特に、阪神淡路大震災の時に生じた砂礫層の液状化に注目が集まり、2mm以上の礫の最大密度・最小密度を求めることが更に重要視され、粗粒土質材料の相対密度試験方法の開発や許容最大粒径を大きくするための試験方法に関する研究も進められてきている^{1,2)}。

そこで本論文では、砂よりも粗い粗粒土質材料の最大・最小密度を考えるに当たって、最大・最小間隙比に影響を与える要因について立ち返って考えることを目的とした。そのための方法として、①文献調査による影響因子の整理、②間隙率に対する壁効果の新たな整理方法の提案、③均一なステンレス球や粒度の揃った粗粒土質材料の最密充填実験の実施 の方法を取った。

2. 粗粒材料の最大・最小間隙率に関する文献調査

2.1 最大・最小間隙率への影響因子に関する文献調査 北郷・木崎³⁾によれば、砂の最大・最小密度はそれを求める試験方法によって異なることが指摘されている。過去の文献調査の結果、研究年代や研究者などによって試験方法が異なり、単純な比較ができないことになるが、ここでは、試験方法が異なっても、最大・最小間隙率に対する影響要因とその効果は異ならないと考えた。また、文献の結果をまとめるに当たって、粒子形状や粒度が大きく異なることが予測されるガラスビーズと土質材料とを別々に取り扱うこととした。

(1) ガラスビーズの充填に対する影響因子 ガラスビーズの最大・最小間隙比に対しては、その粒径(平均粒径・最大粒径)、均等係数、粒子形状の影響が指摘されているが、研究者により若干異なる結果が得られている。

①粒径(平均粒径・最大粒径)の影響…Kolbuszewski・Frederick⁴⁾は、最大間隙率は平均粒径の増加に伴い減少するが、その値は理論間隙率(均一球の立方体充填 $n_{max}=47.64\%$)と比較すると、かなり小さいことを指摘している。また、Miura・Maeda⁵⁾、吉村・小川⁶⁾は、最大間隙比だけではなく、最小間隙比もともに、平均粒径の増加に伴って若干減少する傾向を示している。さらに、立元⁷⁾も、最大粒径の増加に伴い、最大・最小間隙比が伴って減少することを示しているが、均等係数2以下の最小間隙率の場合には、この傾向にならないことを述べている。

一方、Dickin⁸⁾は、平均粒径が異なっても、最大・最小間隙率ともにほぼ一定であることを示している。さらに、宮森^{9,10)}は、平均粒径の増加に伴い、最大・最小間隙比は減少・増加を示すが、さらに粒径が大きくなると間隙比が急激に増加する傾向のあることを指摘している。そして、この原因として、供試体表面をならす場合に表面付近の粒子が取り除かれるためであると述べている。また、井上・藤原¹¹⁾ならびに正分・藤原¹²⁾も宮森と同様の結果を示しており、間隙比が急増する粒径の値を最大粒径の制限値と考えている。ただし、最小間隙比に関しては、その最大粒径の制限値までは、ほぼ一定の結果を示している。

The influence factors to maximum and minimum porosities of the coarse granular materials
ITABASHI Kazuo, NAITO Mitsunori and KAMIYA Keigo (Meijo Univ.)

②均等係数の影響…Kolbuszewski・Frederick⁴⁾、宮森^{9,10)}、立元⁷⁾、吉村・小川⁶⁾らは、粒度幅が広くなり、均等係数が大きくなるほど、最大・最小間隙比は減少することを示している(これ以外の研究成果はない)。

③粒子形状の影響…Kolbuszewski・Frederick⁴⁾は、ガラスビーズと粉碎したものを混合した材料(混合割合を変化)を用いた実験も実施しており、円磨度の大きい方が最大間隙率が小さいことを示している。一方、Holubec¹³⁾ならびに吉村・小川⁶⁾は、後述する粗粒材料の間隙率に対する粒子形状の影響がガラスビーズにも当てはまり、角張っているほど最大・最小間隙率が大きくなることを示している。

(2)粗粒土質材料の充填に対する影響因子 粗粒土質材料の最大・最小間隙比に対しても、ガラスビーズと同様、その粒径(平均粒径・最大粒径)、均等係数、粒子形状の影響が指摘されているが、研究者により若干異なる結果が指摘されている。

①粒径(平均粒径・最大粒径)の影響…Kolbuszewski⁴⁾、小田・榎本ら¹⁴⁾、Dickin⁸⁾、立元⁷⁾、諸戸¹⁵⁾、三浦・松本ら¹⁶⁾、吉村・小川⁶⁾、越智・藤原ら¹⁷⁾、國生・原¹⁸⁾、Miura・Maedaら⁵⁾、奥村・藤原ら²⁾は、平均粒径あるいは最大粒径の増加に伴い最大・最小間隙比が減少することを示している。また、その原因として、Dickinは粒径による自然砂の球形度の相違、諸戸は粒径による円磨度の相違、三浦・松本らは粒径による角張り度の相違であると述べている。しかし、奥村・藤原らは、粒子形状を凹凸係数FUで表現した結果、それが最大・最小間隙比と有意な関係が認められないため、粒子形状の相違によって最大・最小間隙比の粒径依存性を説明できないと述べている。

一方、Youd¹⁹⁾、井上・藤原ら²⁰⁾は、平均粒径と最大・最小間隙比あるいは最小間隙比の間には相関性がないことを示し、池見・工藤ら²¹⁾は、角礫材の最大粒径が変化しても、最大・最小間隙比は変化しないことを示している。

②均等係数の影響…Youd¹⁹⁾、立元⁷⁾、渋江²²⁾、池見・工藤ら²¹⁾、諸戸¹⁵⁾、高橋・春日井²³⁾、吉村・小川⁶⁾、井上・藤原ら²⁰⁾、國生・原¹⁸⁾、Miura・Maedaら⁵⁾は、均等係数の増加に伴い最大・最小間隙比が減少することを示している。一方、國生・原ら²⁴⁾は、細粒分を含む試料では逆に均等係数の増加と共に最大・最小間隙比が増加することを、また、畑中・内田ら²⁵⁾は、礫分含有率の増加によって最大・最小間隙比が大きくなることを示している。

③粒子形状の影響…土質材料の粒子形状は種々の評価パラメータが用いられているので、その評価別に示す。三笠・高田ら²⁶⁾、加藤・浅川ら²⁷⁾は、扁平な粒子が多いほど最大・最小間隙比は大きくなることを示している。また、Kolbuszewski⁴⁾とYoud¹⁹⁾は円磨度の増加に伴い、Holbec・D' Appolonia¹³⁾と立元⁷⁾は角張り度の減少に伴い、最大・最小間隙比が減少することを示している。一方、小田・榎木ら¹⁴⁾と渋江²²⁾は最大間隙比に関しては修正円磨度の増加に伴い減少するが、最小間隙比はさほど変化しないことを示している。また、最近では、吉村・小川により提案された凹凸係数FUが大きいほど、最大・最小間隙比あるいは最大間隙比が小さいことを、吉村・小川⁶⁾と森脇・村上²⁸⁾、越智・藤原ら¹⁷⁾が指摘している。しかし、一方で奥村・藤原ら²⁾は、凹凸係数FUと最大・最小間隙比の間には関係が認められないと述べている。

2.2 間隙率に対する壁効果に関する文献調査 粉体工学の分野では、粒状体の充填密度に対する壁効果に関して、古くから研究が行われている。McGeary²⁹⁾は、円筒形容器の内径Dとそこに詰める粒子径dとの比によって粒状体の密度を整理している。そして、均一球の充填に対して、最大充填密度はD/dを10以上にしなければ得られないことを示している。また、Eastwood・Matzenら³⁰⁾は、種々の粒状対の間隙比をD/dによって整理した結果、その関係に大きなばらつきが生じることを指摘し、容器に充填した粒状体の間隙比には、内径Dの効果と粒子径dの効果が別個にあるという提案を行っている。一方、植松・土屋ら³¹⁾やScott³²⁾は、容器の体積と表面積との比によって粒状体の密度が変化することを指摘している。しかし、残念ながらそうした視点での実験データの整理は行っていない。また、陶野³³⁾、畑中・内田ら²⁵⁾、奥山・藤原ら²⁾は容器の大きさ(内径、深さ)によって最大間隙比や最小間隙比が変化することを示している。

3. 粗粒材料の間隙率に対する壁効果とその評価法の提案 前述したように、充填材料の間隙率に対する壁効果の程度は、容器内径Dと粒子径dとの比によって整理されている。また、粒状体の平均径や最大径、

詰める容器の大きさや形状が異なる充填実験結果を比較する場合、一般的には、奥山・藤原ら²⁾が示したように、その容器内径や高さとの関係で整理されている。一方、板橋・植下³⁴⁾は、乱さない洪積熱田砂の密度が供試体の大きさの影響を受けることを指摘し、それが供試体の全表面積と体積の比率によって評価できることを示している。また、立石・板橋ら³⁵⁾は、モデル実験に用いられるアルミ棒積層体の密度が詰める容器の大きさによって異なり、これも全表面積と体積の比率に関係することを示している。さらに、板橋・姫野ら³⁶⁾は、長方形容器にきっちり詰まる均一球の菱面体充填(最密充填状態, 最小間隙率)を考え、試料の量が増加する(供試体高さが高くなる)ことに伴う間隙率変化を定式化している。容器と試料の境界の存在(壁効果)のために、供試体高さの増加に伴い間隙率は大きな波をうち低下していくが、菱面体充填の理論間隙率($n=25.95\%$)には、中々ならないことを示している(図-1(a))。最密状態を考えているにもかかわらず、間隙率に大きな幅のことができることが壁効果の影響である。このことは、最小間隙率が供試体の大きさ(直径や高さ)によって異なることを示しており、特に

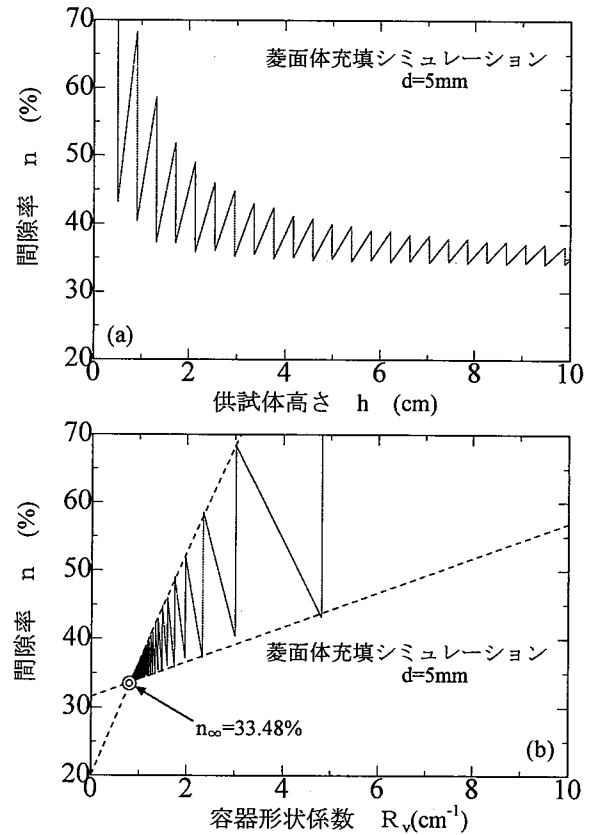


図-1 菱面体充填のシミュレーション結果の一例

礫などを含む粗粒土質材料の間隙率を考える際には重要な指摘と考えられる。また、この間隙率変化を次式で示す容器形状係数によって整理する方法を提案している(図-1b)。

$$\text{容器形状係数 } R_v = A/V = (2/h) + (4/D) \quad (\text{cm}^{-1})$$

ここに、 D , h はそれぞれ、円柱供試体の直径(cm)と高さ(cm)であり、 A , V はそれぞれ供試体の全表面積、体積である。図-1(b)に基づけば、間隙率変化が二本の直線(最密間隙率直線、最疎間隙率直線)の間を増減を繰り返しながら、原点方向のある極限の点に近づいていくことがわかる。すなわち、いま供試体の直径 D が決まっているので、供試体高さ h を無限にすると、容器形状係数の極限值 R_∞ が求まることになる。また、前述の二本の直線(最密間隙率直線、最疎間隙率直線)とこの極限の容器形状係数の値から、対応する極限の間隙率(極限間隙率 n_∞)が求められる。この極限間隙率 n_∞ の値は、その粒径の充填材料と容器を用いた場合の間隙率の代表値と考えることができる。

4. 粗粒材料の最密充填実験 従来の研究成果を整理した結果、粗粒材料の最大・最小間隙比には、粒径(平均粒径, 最大粒径)、粒度(均等係数など)、粒子形状、容器の大きさなどが複雑に絡んで影響を与えることが予想される。また、均一粒度の菱面体充填のシミュレーション結果から、最小間隙率には従来には気付かれていなかった特徴的な変化の現われることが分かってきた。そこで最初に、粒径や粒子形状特性が異なる数種類の粒状体を用いて、最も単純な条件下での最密充填(最小間隙比)の特徴を把握することとした。

4.1 最密充填実験の方法 充填実験には、内径 $D=5\text{cm}$, 高さ $h=8\text{cm}$ の円筒形のステンレス容器を用いた。また、充填材料はステンレス球ならびに5種類の粗粒土質材料(熊野灘礫, 木曾川礫, 藤岡花崗岩礫, 静岡海岸礫, 安倍川礫)を用い、ランダムに充填する実験を行った。なお、ステンレス球の直径 $d=2, 3, 4, 5\text{mm}$ の4種類、粗粒土質材料の粒径 $d=4.00\sim 4.75\text{mm}$ の1種類とした。これは、JIS規格ふるい1つ分の範囲であり、均一粒度と考えられるが、当然、ステンレス球の場合と比較すると僅かに粒度幅を持つことになる。

僅かな試料を増した後、供試体表面を水平にならし、容器をフロー試験機の上に置き、50回の衝撃(1秒に1回)を与えた。さらに、落とし蓋を載せ150回の衝撃(1秒に1回)を加えた後、供試体高さを測定した。供試体

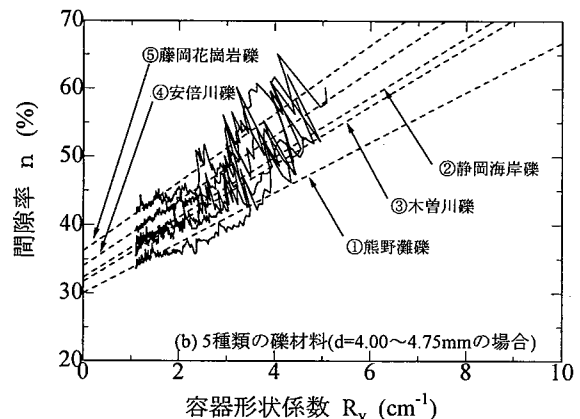
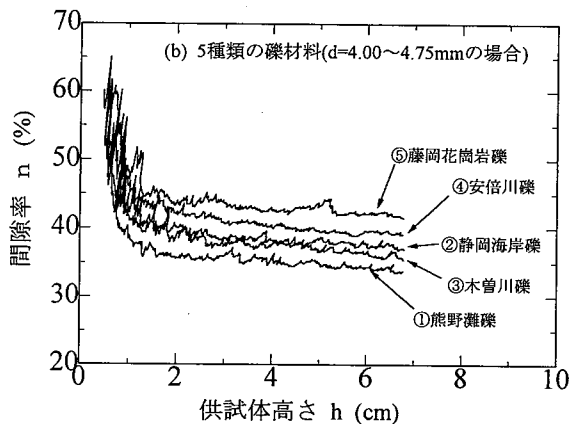
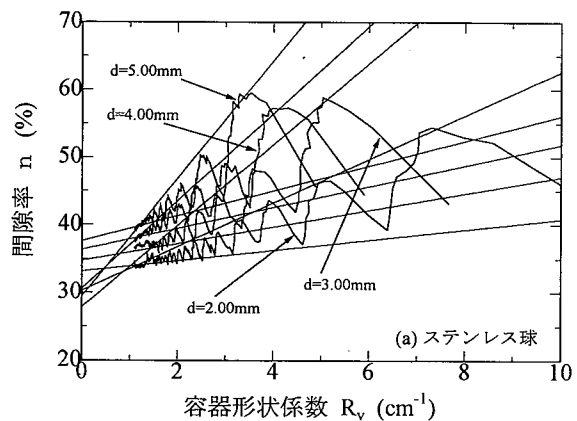
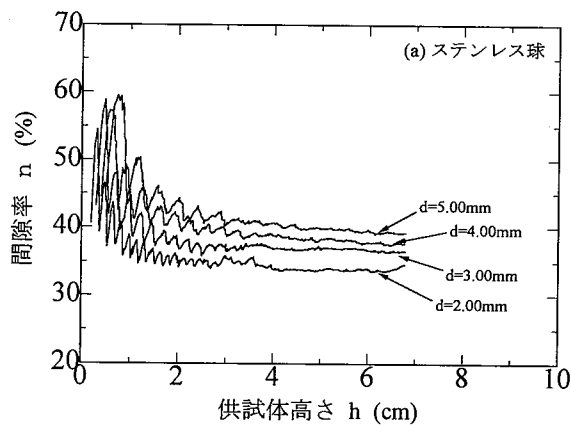


図-2 間隙率 n と供試体高さ h との関係

図-3 間隙率 n と容器形状係数 R_v との関係

の高さが7cm程度になるまで、この操作を繰り返し、300~400組(試料重量と供試体高さ)のデータを得た。なお、こうした充填方法を取った理由は、破碎性の高い粗粒土質材料も対象としたためである。また、豊浦標準砂を用いた実験も実施したが、学会基準の方法で求めた最小間隙比に近い値が得られることを確認している。

4.2 充填実験の結果 図-2には、4粒径のステンレス球ならびに5種類の粗粒土質材料の充填実験結果を間隙率 n と供試体高さ h との関係で示してある。ステンレス球の場合、どの粒子径 d の場合でも、供試体高さ3cm程度までは高さの増加に伴い間隙率は規則的で大きな増減の繰返しを示し、なおかつ、平均的な値は低減する傾向を示している。特に、試料重量が少なく、供試体高さが低い場合には、間隙率の値が15%程度の大きな変化を示している。こうした現象が現われる最も大きな原因は、充填材料の増加に伴う間隙率に対する壁効果の影響が考えられる。したがって重要なことは、供試体高さがこの程度までの間では、詰める試料の重量が僅かに異なるだけで、最密状態に詰めたとしても、得られる間隙率が大きく異なることとなり、室内力学試験用の供試体の作成に十分な注意が必要であることを示唆している。

一方、供試体高さが3cm程度を越えると、どの直径のステンレス球の場合でも、微小な間隙率変化しか示していない。この微小な変化は測定誤差と考えられるが、平均的な傾向は、供試体高さの増加に伴う間隙率の減少を示しており、供試体高さがさらに高くなれば、より小さな間隙率になることを示唆している。

以上の結果より、均一な充填材料の粒径が間隙率に与える影響が明らかになる。同じ供試体高さのものを比較する場合、粒径が小さいほど間隙率が小さくなっており、壁効果の現われと考えられる。また、菱面体充填の理論間隙率が25.95%であることを考えると、粒径2mmの場合でも図中の間隙率の最小値が33%程度であるので、壁効果の影響が非常に大きいことがわかる。

粗粒土質材料の場合には、ステンレス球の場合とは異なり、供試体高さが低い間隙率の規則的で大きな増減は認められず、不規則な変化を示している。特に、藤岡花崗岩礫や木曾川礫の場合には、間隙率の値の変動が大きくなっている。ただし、ステンレス球の場合と同様、供試体高さの増加に伴う間隙率の減少傾

向は続いており、より小さな間隙率になる傾向がうかがえる。

5種類の礫材料の結果を比較すると、同一の粒度であるにもかかわらず、間隙率の大きな相違が認められる。供試体高さが1.5cm程度までは、それぞれの礫材料の間隙率の大きな変動のために、間隙率の大きさの順序

は一定していない。しかし、それ以降の供試体高さでは、間隙率の大きい順序はほぼ固定され、

藤岡まさ礫>安倍川礫>木曾川礫≒静岡海岸礫>熊野灘礫の順序

となっている。このように、同一粒度の礫材料によって最密充填状態の間隙率が大幅に異なる原因の一つとして粒子形状や粒子表面の凹凸状態の相違が考えられる。従来の研究では、粒子形状を扁平度、円磨度、角張り度などで表現しているが、粒子表面の凹凸状態までも考慮して粒子形状を表現できるような形状指標を模索することが今後必要となろう。

図-3には、上記のデータを間隙率 n と容器形状係数 R_v との関係で整理した図を示してある。ステンレス球の場合には、容器形状係数による整理結果に特徴的な傾向が現われている。すなわち、シミュレーション結果で示したと同様、間隙率の図中の山と谷が明確であり、両者ともそれらの値がほぼ直線的に並んでいることである。実験データは両直線の間を増減を繰返しながらある値に収束しており、その収束値は粒子径が小さいほど小さくなることも明らかになっている。そこで、全データを用いて直線回帰式を求めてみた。相関係数は0.896以上となり、相関性の高い一次式が得られた。その回帰係数(a, b)と極限間隙率 n_∞ をあわせて、表-1に示してある。係数aは31.40~32.57の間のほぼ一定値であるが、係数bは粒径dの減少に伴って急激に小さくなっていることがわかる。その結果として、極限間隙率も粒径依存性を示している。

一方、5種類の礫材料の場合には、ステンレス球で見られるような明確な山と谷は認められず、不規則な変動を示しながら間隙率減少の方向に向かっている。そこで、ステンレス球の場合を参考にし、全データを用いて回帰直線を求めてみた。相関係数は、0.881以上となり、この場合も相関性の高い一次式が得られた。この回帰係数(a, b)と極限間隙率も表-1に示してある。同一の粒度であるにもかかわらず、回帰係数が異なり興味深い。特に、極限間隙率は熊野灘礫の最小値33.00%から藤岡花崗岩礫の40.25%までの幅が現われており、こうした差異を粒子形状などの相違で評価することが今後の課題となろう。

5. まとめ

粗粒材料の最大・最小間隙率に対する文献調査の結果、それらに影響する因子として、粒径(最大粒径・平均粒径)、粒度(均等係数, 細粒分含有率など)、粒子形状(円磨度, 角張り度など)、容器の大きさのあることが分かった。ただし、その影響の仕方は研究者により異なる結果も示されており、今後の分析が必要になろう。また、より粗粒な粒状体の最大・最小密度を求めるためには、現在の最大・最小密度試験には考慮されていない壁効果の影響も考慮する必要があるだろう。さらに、異なる粒状体の充填特性の相違を適切に表現できる粒子形状の表現方法も今後の課題となろう。また、本論では最小間隙比(最密充填状態, 菱面体充填)のシミュレーションや充填実験のみを述べてが、最も緩く詰める最疎充填も今後の課題となろう。なお、実験には本学4年生の協力を得た。記して謝意を表する。

参考文献 1) 礫質土の力学特性についての研究委員会:【委員会報告】礫質土の力学特性に関する技術の現状報告、砂礫の最大・最小密度の一斉試験報告、礫質土の力学特性に関するシンポジウム発表論文集, pp. 1-164, 2001. 2) 奥山一典・藤原身江子・越智洋秀・井上真理子:砂の最大・最小密度試験における最大粒径制限値の拡大に関する研究, 土木学会論文集, No. 638/III-49, pp. 11-27, 1999. 3) 北郷繁・木崎英美雄:砂の相対密度に関する実験的研究, 土と基

表-1 間隙率と容器形状係数との回帰式、相関係数、極限間隙率

材料	粒径(mm)	回帰式 $n=a+b \cdot R_v$			極限間隙率 $n_\infty(\%)$
		a	b	相関係数	
ステンレス球	5.00	32.57	5.964	0.907	37.34
	4.00	32.58	4.659	0.923	36.31
	3.00	32.43	3.412	0.896	35.16
	2.00	31.40	2.193	0.909	33.15
① 熊野灘礫	4.00~4.75	30.06	3.672	0.888	33.00
② 静岡海岸礫		32.36	4.398	0.881	35.88
③ 木曾川礫		31.73	4.282	0.945	35.16
④ 安倍川礫		34.05	4.762	0.951	37.86
⑤ 藤岡花崗岩礫		36.23	5.025	0.928	40.25

礎, Vol. 7, No. 5, pp. 4-8, 1959. 4) Kolbuszewski, J. J. and Frederick, M. R. : The Significance of Particle Shape and Size on the Mechanical Behaviour of Granular Materials, Proc. European Conference on SMFE. Vol. I, pp. 253-263, 1963. 5) K. Miura, K. Maeda, M. Furukawa and S. Toki : Physical Characteristics of Sands with Different Primary Properties, S & F, Vol. 37, No. 3, pp. 53-64, 1997. 6) 吉村優治・小川正二: 粒状対の間隙比およびせん断特性に及ぼす一次性質の影響, 土木学会論文集, No. 487/III-26, pp. 99-108, 1994. 7) 立元勉: 砂質土の粒度粒形などが最大・最小間隙比に及ぼす影響について, 砂の相対密度と工学的性質に関するシホ・シウム発表論文集, pp. 71-78, 1981. 8) Dickin, E. A. : Influence of Grain Shape and Size upon the Limiting Porosities of Sands, ASTM STP. 523, pp. 113-120, 1972. 9) 宮森建樹: 粒度分布が砂の最大密度および最小密度に及ぼす影響について, 第13回土質工学研究発表会, pp. 141-144, 1978. 10) 宮森建樹: 最大密度試験における粒状体の締固め特性について～とくに粒度との関連において～, 砂の相対密度と工学的性質に関するシホ・シウム発表論文集, pp. 39-40, 1981. 11) 井上真理子・藤原身江子・奥山一典: 砂の最大・最小密度試験における最大粒径制限とモールド形状の関係, 第32回地盤工学研究発表会, pp. 311-312, 1997. 12) 正分典夫・藤原身江子・奥山一典: 最大粒径が最大・最小間隙比に及ぼす影響-単一粒径に近いガラスビーズの場合-, 土木学会第49回年次学術講演会, pp. 22-23, 1994. 13) Holubec, I. and E. D'Appolonia. : Effect of Particles Shape on the Engineering Properties of Granular Soils, ASTM STP. 523, pp. 304-318, 1972. 14) 小田匡寛・榎本文勇・鈴木正: 砂粒子の形状・組成が砂の土質工学的性質に及ぼす影響に関する研究, 土と基礎, Vol. 19, No. 2, pp. 5-12, 1971. 15) 諸戸靖史: 河川の砂礫のせん断強度に関する一実験, 土と基礎, Vol. 33, No. 6, pp. 31-35, 1985. 16) 三浦均也・松本吉英・長谷川敬寿・土岐祥介: 砂の物理的性質に及ぼす粒子形状および粒度分布の影響, 北海道大学工学部研究報告, 第148号, pp. 17-31, 1989. 17) 越智洋秀・藤原身江子・奥山一典: 相似粒度をなす砂の最大間隙比の粒度依存性について, 土木学会第52回年次学術講演会, pp. 18-19, 1997. 18) 國生剛治・原忠: 礫質土の最大・最小密度試験法の検討, 土木学会第52回年次学術講演会, pp. 20-21, 1997. 19) Youd, T. L. : Factor Controlling Maximum and Minimum Densities of Sands, ASTM STP. 523, pp. 98-112, 1972. 20) 井上真理子・藤原身江子・奥山一典: 砂の最小間隙比に及ぼす上載圧の影響, 第31回地盤工学研究発表会, pp. 511-512, 1996. 21) 池見元宣・工藤康二・國生剛治: 砂礫材料の相対密度試験について, 第19回土質工学研究発表会, pp. 127-128, 1984. 22) 渋江昌志: 砂の粒形と粒度と圧縮指数との関係, 第16回土質工学研究発表会, pp. 197-200, 1981. 23) 高橋邦夫・春日井康夫: 捨石材の超大型三軸試験による力学特性(その3), 第21回土質工学研究発表会, pp. 247-248, 1986. 24) 國生剛治・原忠・平岡良介・荒井隆俊: 細粒分含有率を変化させた礫質土の最大・最小密度試験, 第33回地盤工学研究発表会, pp. 401-402, 1998. 25) 畑中宗憲・内田明彦・安達俊彦・塚田達也・鴨居正雄: 礫分含有率が礫質土の最大・最小乾燥密度に及ぼす影響, 第35回地盤工学研究発表会, pp. 41-42, 2000. 26) 三笠正人・高田直俊・望月秋利・三輪重昭: 土粒子形状の一試験法, 第24回土木学会年次学術講演会, pp. 17-20, 1969. 27) 加藤渉・浅川美利・林貞夫・森谷仁: 砂のせん断強さに及ぼす粒子形状の影響について, 第16回土質工学研究発表会, pp. 477-480, 1981. 28) 森脇武夫・村上康弘: 画像解析による土粒子形状の定量化に関する基礎的研究, 土木学会第50回年次学術講演会, pp. 324-325, 1995. 29) McGeary, R. K. : Mechanical packing of Spherical Particles, Journal of The American Ceramic Society, Vol. 44, No. 10, pp. 513-522, 1961. 30) Eastwood, J., E. J. P. Matzen, M. J. Young and N. Epstein: Random loose porosity of packed beds, British Chemical Engineering, Vol. 14, No. 11, pp. 1542-1545, 1969. 31) 植松時雄・土屋建治・岡村進: 粒体の充填および摩擦, 日本機械学会誌, 第17巻56号, pp. 72-77, 1951. 32) Scott, G. D. : Packing of Spheres, Nature, Vol. 188, pp. 908-909, 1961. 33) 陶野郁雄: 紙漏斗による砂の最小密度試験, 第12回土質工学研究発表会, pp. 161-164, 1977. 34) 板橋一雄・植下協: 乱さない洪積熱田砂の力学的特性, 土質工学会論文集, Vol. 20, No. 3, pp. 101-109, 1980. 35) 立石哲郎・板橋一雄・石川靖晃・蟹江伸次郎: 積層体の密度に対する容器形状の影響と補正式の提案, 土木学会中部支部研究発表会概要集, pp. 367-368, 1996. 36) 板橋一雄・姫野圭・神谷圭吾: 容器に充填した粗粒な均一粒状体の間隙率変化の表現方法～許容最大粒径を決定するための基礎的研究～, 礫質土の力学特性に関するシホ・シウム, 地盤工学会, pp. 191-198, 2001.