

DEMによる粒状材料の変形・破壊挙動の密度依存性と過圧密履歴依存性

名古屋工業大学 学生員 大野了悟
 中央復建コンサルタンツ(株) 正会員 桑原直範
 名古屋工業大学 正会員 前田健一

1. はじめに

粒状材料の顕著な非線形変形挙動は、粒子形状、粒子の摩擦特性など個々の粒子が持つ性質および集合体としての密度や応力履歴に強く影響を受ける¹⁻⁴⁾。また、粒子の接触関係によって形成される微細構造の形成・消滅に支配されると考えられる^{5),6)}。したがって、自然堆積地盤の特性の把握のみならず、目的に適した地盤を人工造成するためには地盤材料の粒子特性がマクロな非線形挙動に及ぼす効果について理解する必要がある。

本論文では、個別要素法 (DEM) を用いて、粒子形状が異なる2種類の粒状材料の変形・破壊挙動の密度依存・過圧密履歴依存性などについて、二次元変形解析を行った。解析結果から、ミクロな内部構造の変化とマクロな変形・破壊挙動との関連について検討した。

2. 解析手法と解析条件

本論文では、砂のような粒状材料を対象とし、マクロな変形に伴う供試体内部の幾何学特性、粒子間のすべりや回転を観察するために個別要素法¹²⁾ (Distinct Element Method) を用いた。

表-1 DEM 解析に用いたパラメータ

Parameters	Particle - Particle
Density (kg/m ³)	2700
Diameters (mm)	0.5-1.0
Normal Spring Coefficient k _n (kN/m/m)	5*10 ⁸
Tangential Spring Coefficient k _s (kN/m/m)	5*10 ⁷
Damping	Critical Damping
Resistant Friction Angle φ _μ (deg.)	tan φ _μ = 0.25

用いた解析パラメータを表-1に示す。バネとダッシュポットは接触面法線方向 k_n と接線方向 k_t の両方に配し、接線方向にはクローンの摩擦則に従うスライダーによって要素間の摩擦すべり (摩擦係数 tan φ_μ) を考慮している。粒子と壁の摩擦はなく、粒子-壁間の剛性は粒子間のものに等しくした。本研究では、バネは線形弾性とし、体積力としての重力は作用させていない。また、粒子数は約 4000 個である。粒子要素として、円形粒子と同径の3粒子を三角形状に連結させ1つの粒子とした非円形粒

子の2種類の粒状体を用いた (図-1 参照)。

2.1 供試体内応力・ひずみの定義

二軸圧縮試験であるので、供試体の上下・左右の壁要素にはそれぞれの最大主応力 σ₁ = σ_{yy} と最小主応力 σ₂ = σ_{xx} が作用している。それぞれの直ひずみは、ε_{yy} と ε_{xx} である。また、最大せん断応力と平均主応力は τ_m = (σ_{yy} - σ_{xx})/2、σ_m = (σ_{yy} + σ_{xx})/2 となる。本論文では応力は全て有効応力である。

粒子に作用する接点力を粒子が占める領域で平均化することで等価な応力 σ^p_{ij} (i, j=x, y) が定義できる⁷⁾。

$$\sigma_{ij}^p = -\left(1/V^p\right) \sum_{N_c} x_i^c F_j^c \quad (1)$$

ここで、N_c: 着目した粒子の接点数、V^p: 粒子面積、x^c: 力の作用点、F^c: 接点力である (図-1 参照)。一般性を持たせるために、物質要素 (この場合は粒子) の回転に自由度を加えたマイクロポーラ理論⁸⁾ を適用すると釣り合い式は次のようになる。

$$\sigma_{ij}^p = 0 \quad (2)$$

$$m_{ij} + \sigma_{yx}^p - \sigma_{xy}^p = 0 \quad (3)$$

式(3)が偶応力 m に関する釣り合い式で、回転抵抗が働員されれば偶応力が存在し σ_{yx}^p ≠ σ_{xy}^p となる。そこで、回転抵抗の働員度を回転抵抗度として応力比の関数 (σ_{yx}^p - σ_{xy}^p)/σ_m^p で表すことにする。粒子の回転抵抗が、釣り合い状態にある非円形粒子の幾何学的配置や接点力ベクトルに依存して発現すると考える。回転抵抗を有さない円形粒子では (σ_{yx}^p - σ_{xy}^p)/σ_m^p の値は0となる。しかし、非円形粒子は回転抵抗を有するので値が大きければ回転抵抗を発揮している度合いが大きくなる。

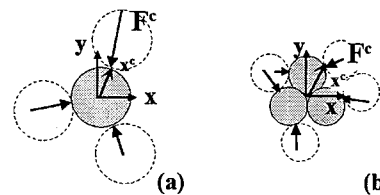


図-1 解析に用いた(a)円形粒子と(b)非円形粒子

2.2 安定な構造条件とファブリックテンソル

粒状材料内にはアーチング作用によって微細構造が形成される。ここで、微細構造単体について、最も安定な構造の形成条件について整理すると表-2のようになる。

表-2 代表的幾何構造の最も安定な条件とファブリックテンソル主値の比 (F_1/F_2)

構造形状	最も安定な応力条件 (a, b は構造の長軸, 短軸の半径)	(F_1/F_2)	(F_1/F_2) と主応力比の関係
直線	$\sigma_1 \neq \sigma_2$	∞	—
円形	$\sigma_1 = \sigma_2$ (等方)	1	$(F_1/F_2) \equiv 1$
楕円形	$\sigma_1/\sigma_2 = (a/b)^2$	$\equiv (a/b)^{1.53}$	$(F_1/F_2) \equiv (\sigma_1/\sigma_2)^{0.77}$
ひし形	$\sigma_1/\sigma_2 = (a/b)$	$\equiv (a/b)^2$	$(F_1/F_2) = (\sigma_1/\sigma_2)^2$

(ただし、円形と楕円形状の構造の場合には接点が稠密に連続的に並んでいるとし、ひし形の場合には等粒径の4粒子によって構成されていると考えた場合)

微細構造の最も安定な条件は、最大主応力方向に長軸が向いた、より扁平な異方性を有する構造ほど安定である (構造の限界粒子構成数・サイズは既報¹⁰⁾に詳しい)。

一方、粒子の接触状態の異方性度合を示す幾何学的指標としてファブリックテンソル⁹⁾を用いる。その主値を F_1, F_2 とする。主値の比 (F_1/F_2) が大きいほど、構造の異方性度合が高い。代表的な幾何構造の安定な応力条件とファブリックテンソル主値の比 (F_1/F_2) を表-2 に示す。

3. 解析結果と考察

本節では、せん断試験は正規圧密と過圧密の供試体について、側圧一定試験と定体積試験の解析結果を示す。円形粒子については密度依存性がほとんどみられなかった。間隙比 e_0 は供試体作成時の平均主応力 $\sigma_{c0} = k_n \times 5 \times 10^{-5}$ の下での間隙比である。また、せん断初期 (所定の圧密応力) の等方応力を σ_{n0} とする。

3.1 マクロな変形・破壊挙動

まず、非円形粒子の等方圧縮とせん断時の間隙比 e と平均主応力 σ_n との関係を図-2 に示す。正規圧密と過圧密供試体のせん断時の $e \sim \sigma_n$ 関係を図-3 に示す。また、図-4, 5 はそれぞれ非円形粒子のせん断挙動の密度依存性 ($\sigma_{n0} = k_n \times 10^{-4}$)、拘束圧依存性について示している。通常の実験で観測されるように緩詰めで拘束圧が高い方が破壊時の応力比が低く、収縮傾向が強い延性的挙動がみられる。また、図-2, 3 中の破線領域に示すように、十分せん断が進んだ状態を結んだ限界状態線が存在するようである。しかし、緩詰めで密詰めでの限界状態には差がみられる。図は供試体全体の間隙比を示しているが、変形の局所化が生じやすい密な供試体のせん断帯では他の領域に比べ大きな間隙比を有することが種々の実験から指摘されている⁷⁾。よって、今後、せん断帯領域と他の領域に分けて検討する必要があるとおもわれる。

つぎに、図-6 はそれぞれ、定体積下 (土の実験での非

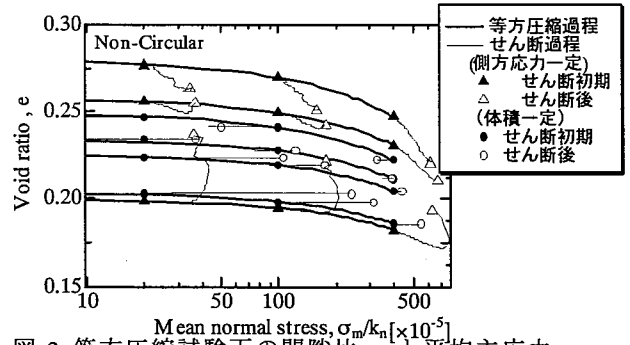


図-2 等方圧縮試験下の間隙比 e と平均主応力 σ_{n0} ;

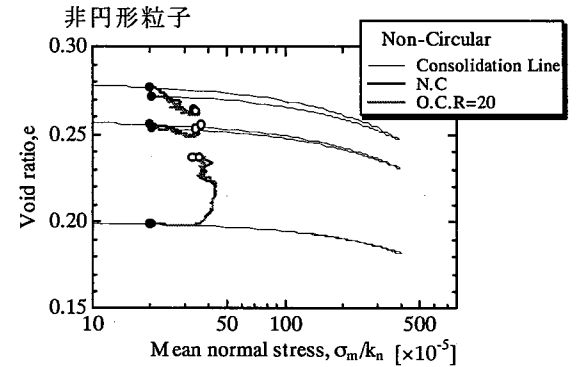


図-3 正規圧密・過圧密の間隙比 e と平均主応力 σ_{n0} ; 非円形粒子

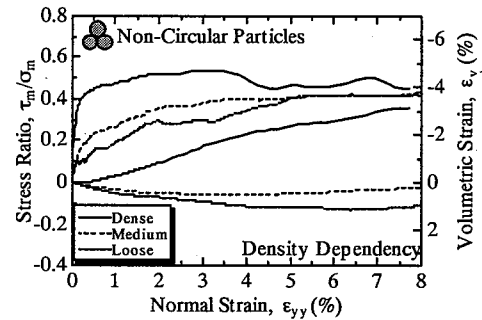


図-4 側圧一定下の変形・破壊挙動の密度依存性 ; 非円形粒子, 正規圧密

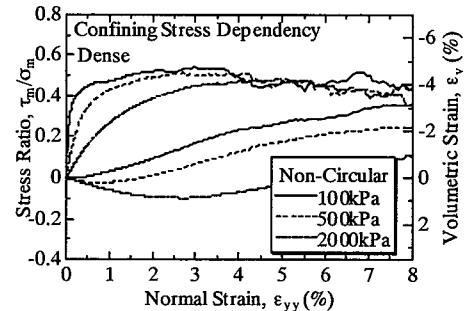
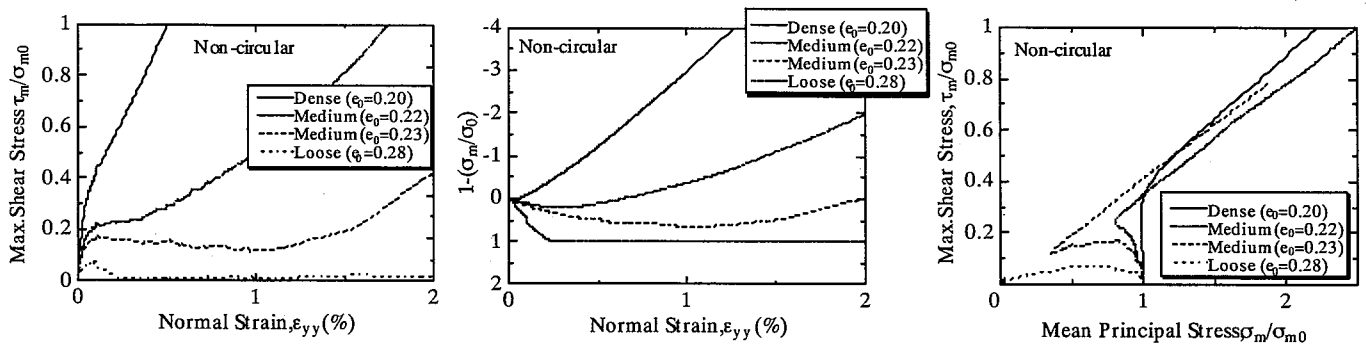


図-5 側圧一定下の変形・破壊挙動の拘束圧依存性 ; 非円形粒子, 正規圧密, $e_0=0.200$ (密詰め)

排水試験)のせん断挙動の密度依存性 ($\sigma_{n0} = k_n \times 10^{-4}$) について示している。十分な緩詰め ($e_0=0.200$) の場合、ひずみの増加に伴い軟化を伴う流動的な変形を示す。このとき、平均主応力の関数 $(1 - \sigma_n/\sigma_{n0})$ はほぼ1となり、液状化状態に至っている。一方、密度の増加に伴って変形挙動は非流動的となっている。砂の実験においても同様な結果が得られる¹¹⁾。



(a) 応力ひずみ関係, (b) 平均有効応力の変化, (c) 応力経路

図-6 定体積下の変形・破壊挙動の密度依存性；非円形粒子，正規圧密

さらに、図-7, 8 は側圧一定下でのせん断挙動の過圧密の影響をそれぞれ円形粒子と非円形粒子（緩詰め）の場合について示している。円形粒子では過圧密比 OCR=20 であっても過圧密の影響が現れない。ガラスビーズやアルミ棒の実験でも同様の傾向がみられる。一方、非円形粒子の場合、過圧密の影響によりせん断初期では剛性が高くなるが強度を発揮する時点では同じ強度になることが確認される。この傾向は実際の砂と同様¹¹⁾であり非円形粒子を用いることにより実際の砂らしいの変形挙動が再現できるといえる。このことから、砂の変形挙動は摩擦に加え粒子形状に大きく依存していると考えられる。

下で $N_c=4$ である。等方圧縮時には平均主応力 σ_m の増加に伴い配位数 N_c は増加している。一方、せん断時にはせん断に伴い $N_c=2.5$ 程度まで低下している。特に、図-6 と図-11 を比較すると緩詰め供試体のように液状化に至るような場合には N_c がほぼ 2 近くなっている。以上のことから、剛性を十分に保持するか剛性を回復するときの N_c は 3 程度であることがわかる。たとえば、 $N_c=4$ の場合の接触経路は分岐し交差した曲線群（網状）となるが、 $N_c=2$ 程度の場合、平均的にある粒子が含まれる粒子間の接触経路は一曲線状（一本道状）となる。その構造は置かれた応力条件や幾何条件のわずかな変化に対しても脆弱になると考えられる。図-12, 13, 14 は図-9, 10, 11 に対応した接触構造のフラクタル次元¹³⁾の遷移を示している。フラクタル次元が高いものほど内部構造は複雑に発達していることを意味する。次元は 2.0 に近い値を示し、いずれもせん断過程では次元の低下がみられる。特に、図-14 では図-11 の配位数 N_c と同様に液状化状態に至った場合には 1.8 程度まで低下しており構造が脆弱化していることがうかがえる。フラクタル次元についても局所化領域での検討も必要と考えられる。

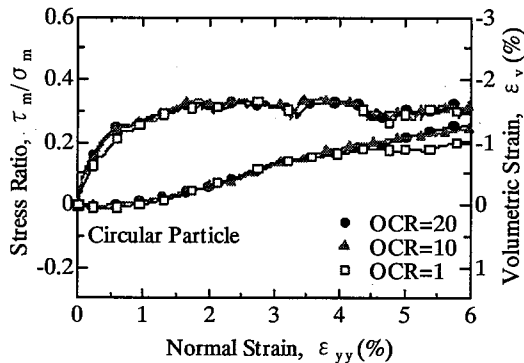


図-7 側圧一定下の変形・破壊挙動の過圧密比 (OCR) 依存性；円形粒子

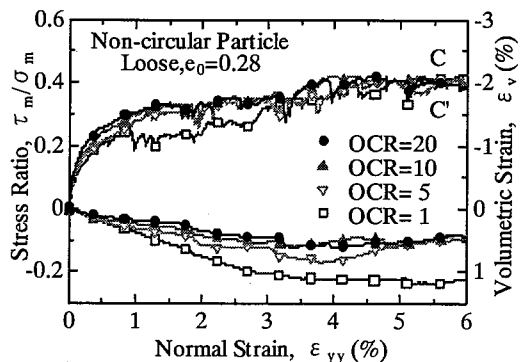


図-8 側圧一定下の変形・破壊挙動の過圧密比 (OCR) 依存性；非円形粒子， $e_0=0.280$ （緩詰め）

3.2 ミクロな幾何学量の変化

図-9, 10, 11 はそれぞれ等方圧縮時、側圧一定下と定体積下でのせん断過程における配位数 N_c （一粒子当りの平均接点数）¹²⁾ の変化を示している。密詰めでは等方応力

一方、主応力比 σ_1/σ_2 の変化に伴う異方性の発達度合をファブリックテンソルの主値比 F_1/F_2 で示したのが図-15, 16 である。異方性の主軸方向は最大主応力方向と一致している。主応力比の増加に伴い、主値比 F_1/F_2 は増加し異方性が発達している。これらの関係は、粒子形状、密度、拘束圧、過圧密比に関係なく図中に破線で示した次式のべき関数で近似できるようである。

$$F_1/F_2 = (\sigma_1/\sigma_2)^{0.5} \quad (4)$$

このような関係は、摩擦則に基づく考察からも導かれ¹⁴⁾、修正応力の変換にも用いられる¹⁵⁾。異方性の発展則は弾塑性構成則のモデル化に重要な役割を果たしている。式(4)で、表-2 に示した最も安定な構造に対する関係式のべき数に比べ小さくなっているのは、供試体内の不均質性に起因する内部の応力状態の乱れが生じ、必ずしもマクロな最大主応力方向にのみ構造の主軸が発達する必要がないためと考えられる。

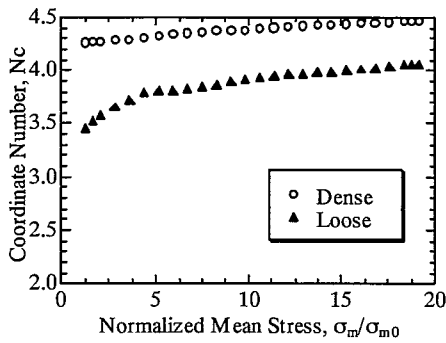


図-9 等方圧縮過程の配位数 N_c の変化; 非円形粒子

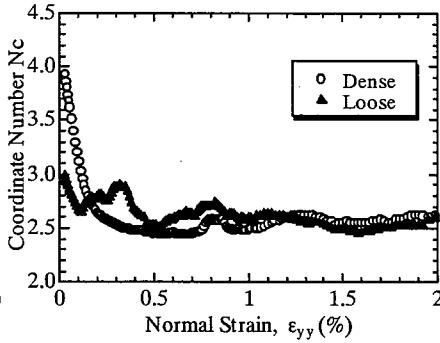


図-10 側圧一定下せん断過程の配位数 N_c の変化に及ぼす密度の影響; 非円形粒子

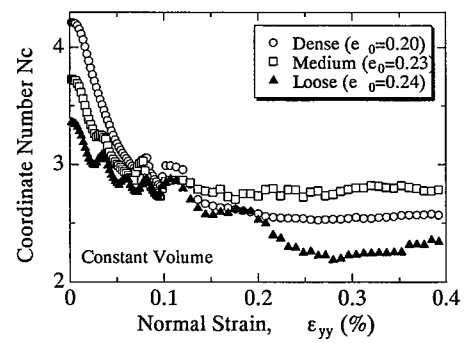


図-11 定体積下せん断過程の配位数 N_c の変化に及ぼす密度の影響; 非円形粒子

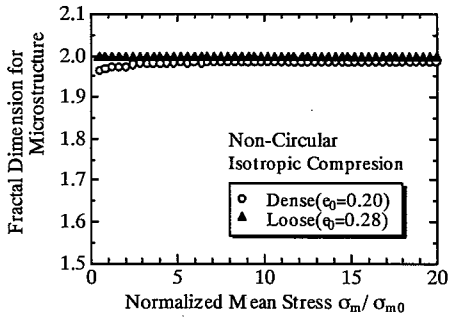


図-12 等方圧縮過程の粒子接触構造のフラクタル次元

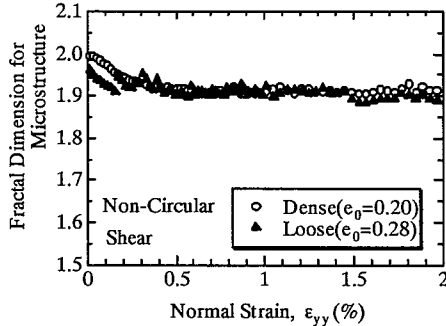


図-13 側圧一定せん断過程の粒子接触構造のフラクタル次元

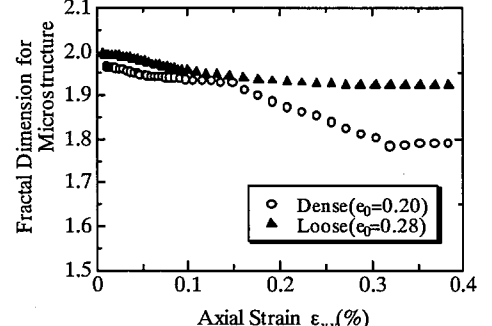


図-14 定体積下せん断過程の粒子接触構造のフラクタル次元

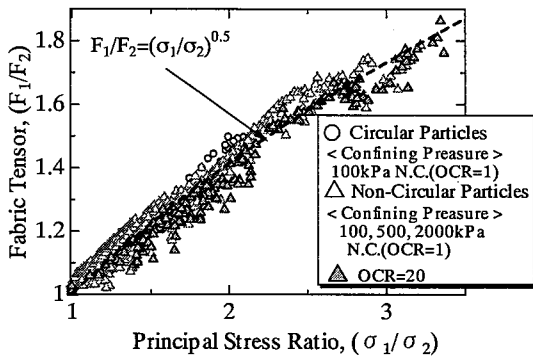


図-15 側圧一定下の異方性の変化; ファブリックテンソルの主値比 F_1/F_2 と主応力比 σ_1/σ_2

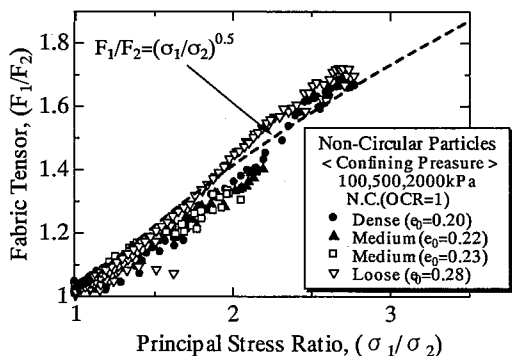


図-16 定体積下の異方性の変化; ファブリックテンソルの主値比 F_1/F_2 と主応力比 σ_1/σ_2

3.3 粒子の回転抵抗発揮度の変化

ここでは、2.1 節で導入した粒子周りの回転抵抗度 ($\sigma_{yx} - \sigma_{xy} / \sigma_m$) に着目する。

それぞれの粒子について調べ、回転抵抗度と粒子数の頻度分布をせん断過程で調べた結果が図-17 である。いずれの過程においても回転抵抗度の分布は平均値 0 の正規分布とみなすことができ、その標準偏差を供試体全体の回転抵抗発揮度とする。

回転抵抗発揮度が等方圧縮・除荷時においてどの程度発揮しているのか調べた結果が図-18 である。緩い供試体の方が高い回転抵抗発揮度を示している。緩い供試体の方が高い回転抵抗発揮度を有した供試体を作成するには粒子が角張っていて粒子周りの回転抵抗発揮度が必要であるといえる。等方圧縮・除荷時では緩詰、中詰ともに圧縮過程では回転抵抗発揮度が小さくなるが、密詰においては回転抵抗発揮度が大きくなる傾向がある。しかし、除荷過程ではどの供試体も圧縮過程に比べ大きな値を示している。

さらに、せん断過程での発揮度の遷移を図-19 に示す。等方圧縮・膨張時で過圧密履歴を受けた供試体の回転抵抗発揮度が正規圧密のものに比べて大きくなっている。したがって、せん断初期では過圧密の回転抵抗発揮度が大きくなる。しかし、せん断が進むにつれその差は徐々に解消されている。つまり、過圧密履歴を受けた供試体はせん断初期において回転抵抗発揮度の発達分だけ剛性が高くなるが、せん断に伴い回転抵抗発揮度が解消され、正規圧密と同じ強度になると考えられる。

すなわち、過圧密履歴による影響は粒子形状に依存するところが大きく回転抵抗発揮度の差が変形挙動の違い

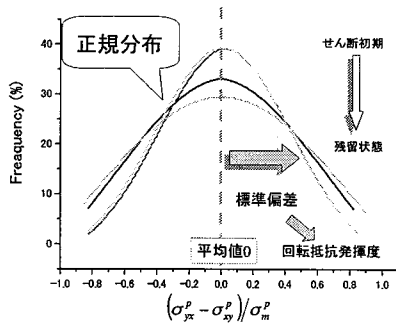


図-17 せん断過程における回転抵抗度分布の遷移

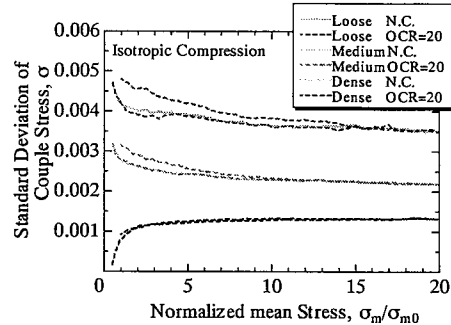


図-18 等方圧縮・除荷時における回転抵抗発揮度 $(\sigma_{yx}^p - \sigma_{xy}^p) / \sigma_m^p$ の標準偏差 σ の遷移

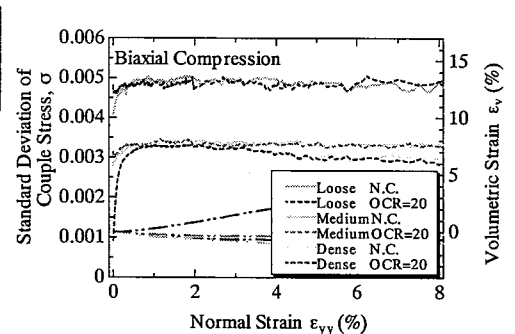


図-19 せん断過程における回転抵抗発揮度 $(\sigma_{yx}^p - \sigma_{xy}^p) / \sigma_m^p$ の標準偏差 σ の遷移

を発生させていると考えられる。

3.4 構造の安定性の変化

さらに、粒子間すべりの危険度 $1/F_s = \tan \phi_c / \tan \phi_\mu$ (粒子間に働員される摩擦角 ϕ_c ; 粒子の物理摩擦角 ϕ_μ) を用いて考察する。粒子一個あたりの複数の接点に働員される最大の $1/F_s$ をその粒子の危険度 $1/F_s$ とする。図-20 は円形粒子のせん断過程における、危険度 $1/F_s$ と働員回転抵抗 $(\sigma_{yx}^p - \sigma_{xy}^p) / \sigma_m^p$ に関する粒子数の頻度分布の遷移を示したものである。円形なので回転抵抗を発揮している粒子は存在せず、すべりに対する危険度 $1/F_s$ のみが遷移している。また、せん断初期では安定な粒子接点の割合が多いが、せん断が進むにつれ危険度の高い ($1/F_s$ が大きい) 接触状態にある粒子の割合が増えている。つまり、せん断破壊は粒子間の安定な接触構造が消失することにより生じると考えられる。また、図-21 に示すように非円形粒子の場合にも同様の傾向が見られるが、安定性の高い ($1/F_s$ が小さい) 接触構造が消失する¹⁶⁾とともに働員回転抵抗が発揮されている。非円形粒子の場合、構造の消失しながらも回転抵抗を発揮するため、粘り強い砂らしい変形挙動をすると考えられる。

つぎに、非円形粒子の密詰め、緩詰め供試体のせん断初期における危険度 $1/F_s$ と働員回転抵抗の頻度分布をそれぞれ図-22(a, b)に示す。密詰めはせん断初期において安定な接触構造が多いが、緩詰めはせん断初期から破壊に構造(図-21(c)、図-22(c)参照)の割合が高くなっている。つまり、密度による変形挙動の違いはせん断初期の安定な構造の発達とその消失に支配されているといえる。

4. まとめ

個別要素法を用いて、粒子形状が異なる粒状材料のマクロな変形・破壊挙動の密度依存・過圧密履歴依存性と内部の構造変化を考察した主な結果は以下のである。

- 1) 個別要素法に非円形粒子を導入することで、粒状材料の密度依存性、拘束圧依存性や過圧密履歴依存性を含めて再現でき延性で粘りのある挙動が再現可能であることが確かめられた。変形・破壊挙動の密度・拘束圧・過圧密依存性には粒子形状の果たす役割が

大きいことがわかった。緩詰めの高位な構造の生成や過圧密効果発現には回転抵抗の発生が必要とわかった。

- 2) せん断に伴い誘導される異方性は式(4)で示される主応力比のべき関数に従うといえる。この関係は安定な内部構造の条件を考えることで理解される。
- 3) 緩詰めの方が密詰めに比べ粒子周りに発生する回転抵抗度が高いが、せん断初期から安定な接触構造が失われているために剛性や強度が低いといえる。また、過圧密効果は回転抵抗度の発揮に起因するため、せん断初期では正規圧密と過圧密の試料の挙動に差が生じる。しかし、せん断の進行に伴い安定な接触構造の消失効果が過圧密の効果を上回るため破壊付近の挙動の差異がなくなると考えられる。

参考文献

- 1) Miura, K., Maeda, K., Furukawa, M. and Toki, S.: Physical characteristics of sands with different primary properties, Soils and Foundations, Vol.37, No.3., pp.53-64, 1997.
- 2) Miura, K., Maeda, K., Furukawa, M. and Toki, S.: Mechanical Characteristics of Sands with Different Primary Properties, Soils and Foundations, Vol.38, No. 4., pp.159-172, 1998.
- 3) Maeda, K. and Miura, K.: Confining Stress Dependence of Mechanical Properties of Sands, Soils and Foundations, Vol.39, No.1., pp.53-68, 1999.
- 4) Maeda, K. and Miura, K.: Relative Density Dependence of Mechanical Properties of Sands, Soils and Foundations, Vol.39, No.1., pp.69-80, 1999.
- 5) 桑原直範・前田健一; 個別要素法解析による粒子特性が異なる粒状体中の微細構造の発達・消滅過程の考察, 応用力学論文集, Vol.3, pp.469-480, 2000.
- 6) Maeda, K., Miura, K. and Toki, S.: Mechanical properties of elliptic microstructure formed in granular materials, Soils and Foundations, Vol.35, No.2, pp.1-13, 1995.
- 7) M. ODA and K. Iwashita: An Introduction Mechanics of Granular Materials, A.A.BALKEMA, 1999.
- 8) 大南正瑛 編: マイクロメカニクス入門, オーム社, pp. 29-54, 1980.
- 9) Satake, M.: Fabric tensor in granular materials, IU TAM-Conference on Deformation and Failure of Granular Materials, pp.63-68, 1982.
- 10) 前田健一・三浦均也: 楕円微細構造体に着目した初期構造の異なる粒状体の非線形変形挙動, 土木応用

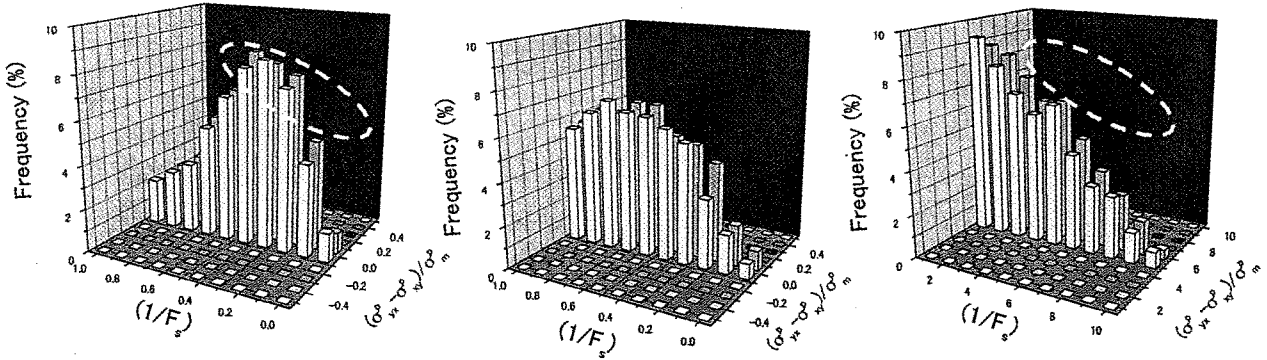


図-20 せん断過程での粒子当りの接触関係の安定性 $\tan \phi_c / \tan \phi_\mu$ 、回転抵抗発揮度 $(\sigma^{p_{yx}} - \sigma^{p_{xy}}) / \sigma^{p_m}$ とその存在割合の遷移; 円形粒子 (図-7 参照)

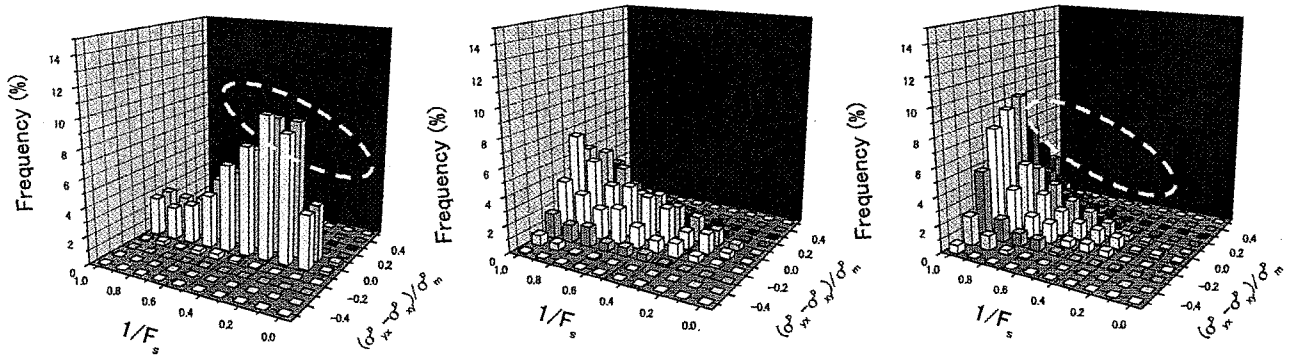


図-21 せん断過程での粒子当りの接触関係の危険度 $1/F_s = \tan \phi_c / \tan \phi_\mu$ 、回転抵抗発揮度 $(\sigma^{p_{yx}} - \sigma^{p_{xy}}) / \sigma^{p_m}$ とその存在割合の遷移; 非円形粒子 (図-4 参照)

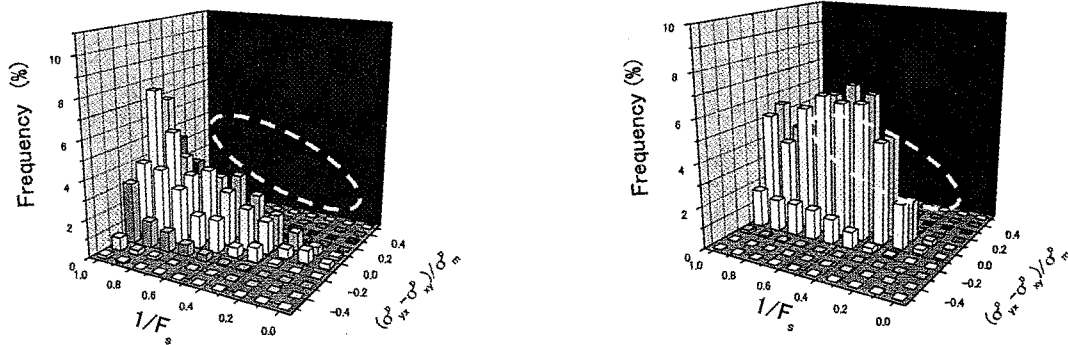


図-22 せん断初期 ($\varepsilon_{yy}=0.0\%$) での粒子当りの接触関係の危険度 $1/F_s = \tan \phi_c / \tan \phi_\mu$ 、回転抵抗発揮度 $(\sigma^{p_{yx}} - \sigma^{p_{xy}}) / \sigma^{p_m}$ とその存在割合に及ぼす密度の影響; 非円形粒子 (図-4 参照)

力学論文集, Vol.2, pp.439-447, 1999.

- 11) Ishihara, K. and Okada, S.: Yielding of overconsolidated sand and liquefaction model under cyclic stresses, Soil and Foundations, Vol.18, No.1, pp.52-72, 1978.
- 12) 粒状体の力学、土質工学会、pp.56-60, 1993.
- 13) フラクタル、高安秀樹、朝倉書店、1997.
- 14) 佐武正雄; 粒状体における誘導異方性と修正応力について、第33回地盤工学研究発表会、pp549-550, 1998.
- 15) Teruo Nakai And Yasuji Mihara; A New Mechanical Quantity For Soils And Its Application To Elastoplastic Constitutive Models, Soils And Foundations Vol.24, No.2, pp.82-94, 1984.
- 16) 浅岡顕・中野正樹・野田利弘: 「構造」を持った過圧密土の弾塑性挙動, 土木学会応用力学論文集, Vol.3, pp.335-342, 2000.