

1. 概要 一般に地盤は、土粒子、水、気体からなる三相混合体であり、その土中水は蒸発散、液化、凍結などの現象を通して相変化を繰り返す。それ故、不飽和地盤の挙動は、土中水の相変化も考慮した三相混合体の理論で記述されねばならず、そのポテンシャルエネルギーであるサクシジョンも熱力学的な考察が必要である。しかしながら、力学的な現象を中心的に取り扱う土質力学の範疇では、理論的なアプローチというよりはむしろ、数少ない有名な力学試験の結果¹⁾に基づいてサクシジョンを間隙空気圧 u_a と間隙水圧 u_w の差と定義し、今日の不飽和土の研究の基礎として認識されている。そこで本研究では、サクシジョンに関する現状の理論的基礎を明らかにする。そして、より一般的な物理原理である熱力学の理論を用いてこのサクシジョンの定義を検討すると共にその問題点にも言及する。

2. はじめに 土中水の熱力学的な研究はかなり古くから、主に土壌学分野で行われてきた。まず、Schofield (1935) は pF の概念、すなわち Gibbs の自由エネルギーの対数表示を提案し、土中水のエネルギー概念を確立した。また、Edlefsen and Anderson (1943)は、「水分状態の熱力学」を出版し、化学ポテンシャルの使用を強調した。その後、水分移動に関する熱力学的な研究が盛んとなり、国際土壌学学会(1963)では土中水の全ポテンシャルを定義した。それに対し、岩田(1972a,1972b,1995)はより一般的な土中水のエネルギー概念を確立し、その内容は先の全ポテンシャルの定義を包括していると主張した。地盤工学者の間でも熱力学的なアプローチによる研究が行われるようになり、Aitchison (1965) は、サクシジョンの定義とその熱力学的な考察に関する国際シンポジウムを組織し、その中で土のサクシジョンと間隙水蒸気圧の関係式を誘導した。彼の考察は非常に貴重ではあるが土粒子間力に関して全く言及していない点に問題がある。その後、彼の概念は地盤工学の研究に導入され、比較的最近の研究としては Fredlund and Rahardjo (1988)が挙げられる。そこで、本研究では、土壌物理学で発展された岩田ら(1995)による土中水の熱力学理論とコロイド科学の DLVO 理論から、これまでのサクシジョンの定義の特殊性を述べると共に、更なる問題点を抽出し、不飽和土の研究の一助とする。

3. 毛管作用のみによるサクシジョン

3. 1 円管上昇現象によるサクシジョンの定義 土質力学の教科書によく使われる最も基本的なサクシジョンの定義について述べよう。図-1は円管に働くメニスカス

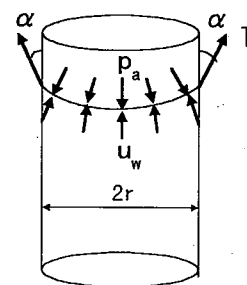


図-1 円管上昇によるサクシジョンの概念図

を示したもので、単位長当たりの表面張力を T 、大気圧を p_a 、間隙水圧を u_w とし、鉛直方向のつり合い式は、

$$u_w(\pi r^2) = p_a(\pi r^2) - T \cos \alpha (2\pi r)$$

$$u_w = p_a - \frac{2T \cos \alpha}{r} \quad (1)$$

であり、この式の大気圧 p_a を間隙空気圧 u_a とおくと、毛管作用によるサクシジョンの式が得られる。

$$s = u_a - u_w = \frac{2T \cos \alpha}{r} = \rho g h_c \quad (2)$$

ここに、 ρ は水の密度、 h_c は毛管上昇高さである。これはマトリックサクシジョンの拠り所である。

3. 2 2球モデルによるサクシジョンの定義 前項では毛管上昇によるサクシジョンを調べたが、それはあくまで円管での現象で、さらに実際に近い定義を得るには2粒子間の付着水によるサクシジョンを定義する必要がある。図-2は2球モデルによるサクシジョンの概念図である。

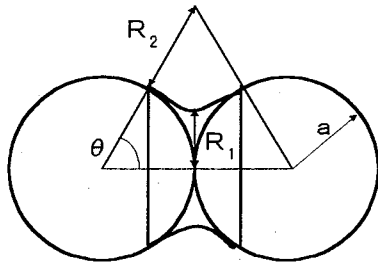


図-2 2球モデルによるサクシジョンの概念図

この2つの球間に付着する水はレンズ状をしており、間隙水圧は、以下のLaplaceの式から求められる。

$$u_w = p_a + \sigma \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad (3)$$

ここに、 σ は空気-水境界面での表面張力である。さらに、レンズ状の付着水の曲率 R_1 、 R_2 は、図-2の幾何学的関係から計算できる。

$$R_1 = a \tan \theta - R_2 \quad (4)$$

$$R_2 = a(\sec \theta - 1) \quad (5)$$

式(2)を導いたのと同様に、 p_a を u_w と置き換えて、サクシジョンを表すと、

$$s = u_a - u_w = -\sigma \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) = \rho g h_c \quad (6)$$

となる。2球モデルの場合も、サクシジョンは $u_a - u_w$ として表されることが分かる。すなわち、毛管作用だけの考慮であれば、サクシジョンの定義は $u_a - u_w$ で矛盾ない。

4. 土中水の化学ポテンシャルの一般表示

一般に熱力学と言っても、その適用範囲は非常に広い。そこで、議論を容易にするために、土壌物理学で発展された熱力学に絞ってサクシジョンを考察する。この土中水の熱力学的な研究では地盤の安定平衡状態を記述する指標として、単位量の水が持つギブスの自由エネルギー、すなわち化学ポテンシャル μ_w が用いられる。この μ_w の記述と不飽和地盤への適用には種々の議論があったが、ここではその一般形として以下の岩田ら²⁾の記述に従う。

$$d\mu_w = -S_w dT + v_w dp + \frac{v_w}{4\pi} \left(\frac{1}{\epsilon} - 1 \right) dD + \left(\frac{\partial \psi}{\partial z} \right) dz + g dh + \sum_{j=1}^{k-1} \left(\frac{\partial \mu_w}{\partial C_j} \right) dC_j + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{2\sigma}{r} v_w \right) dr \quad (7)$$

ここに、 S_w : エントロピー、 T : 温度、 v_w : 水の体積、 p : 外力と内力の和、 ϵ : 誘電率、 D : 電位、 ψ : 粘土粒子表面と単位質量水分子間の内部分子相互作用ポテンシャルエネルギー、 h : 高さ、 C_j : j 番目の成分の濃度、 k : 成分の数、 σ : 水の表面張力、 r : 空気-水境界面での曲面の半径である。ただし、付着水は球形と単純化している。右辺の第1項から順に影響要因を示すと、①温度、②圧力、③電気変位、④粒子表面からの距離、⑤重力場、⑥溶質の種類と量、⑦毛管作用 となる。

5. サクシジョンの一般的概念 サクシジョンの概念を説明する際には、図-2で示したように、メニスカスの作用で土粒子間に付着した間隙水による粒子間力を描いた図がよく用いられる。しかし、これは式(7)の一部、すなわち⑦毛管作用を考慮したに過ぎず、サクシジョンのもっと一般的な議論を行うには土粒子表面の界面作用も考慮した図が必要である。土壌物理学³⁾での記述を参考にすると図-3の概念図が得られる。

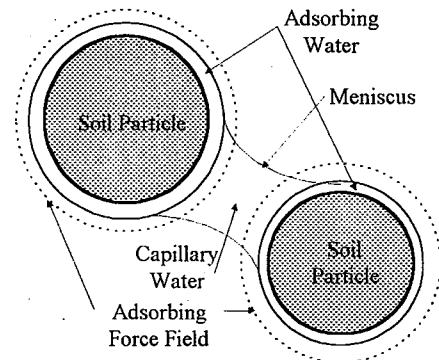


図-3 サクシジョンの概念図

土中水は大きく分けて、土粒子間の隙間にメニスカス作用で存在する毛管水と、土粒子表面に作用する電気的な力(F_R)やファン・デル・ワールス力(F_A)によって表面水を形成している。また、図の破線はこのような力が作用する限界、すなわち吸着力場を示している。毛管作用によっては当然、粒子間力(F_C)が働き、2つの土粒子は引き寄せられる。一方、式(7)からも分かるように、土粒子表面の帯電によって電気二重層が形成され、イオン濃度の低い場合では反発力(F_R)が発生すると考えられる。すなわち、サクシジョンを一般的に議論するには、これら F_A 、 F_R 、 F_C の相互関係を明確にする必要がある。

6. 土粒子間力の推定 式(7)の第7項のメニスカスによる粒子間力はすでに式(2),(6)で示したので、それ以外の

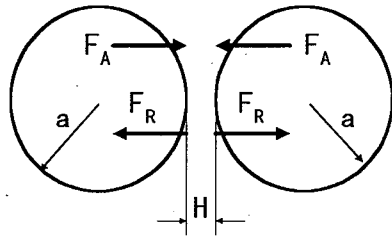


図-4 粒子間力の相互作用

第3項と第4項を考える。この範疇での粒子間力には、表面電荷のまわりに広がる電気二重層の重なり合いに基づく静電的な相互作用力 F_R (第3項) と粒子間に普遍的に働くファン・デル・ワールス力 F_A (第4項) によるものがある。まず前者について、コロイド粒子に対して構築された DLVO 理論⁴⁾ に基づくと、半径 a の2球形粒子の電気二重層の重なりによる反発ポテンシャルは以下のように推定できる。なお、この理論は平板間の相互作用エネルギーに対して得られているが、Derjaguin の近似式を用いれば2球間の相互作用力を求めることができる⁵⁾。この近似式は、 $H \ll a$ の条件を満たす範囲であれば、どんな種類の力に対しても成り立つ。なお、式の展開を容易にするために、図-4に示すような同径の2球を考える。

$$F_R(H) = \frac{64\pi n a k T}{\kappa} \gamma^2 \exp(-\kappa H) \quad (N/m^2) \quad (8)$$

ここに、 n は拡散層中のイオンの個数濃度、 k はボルツマン定数、 T は絶対温度で、 κ は次式で与えられる。

$$\kappa = \sqrt{\frac{2nz^2e}{\epsilon_r \epsilon_0 k T}} \quad (9)$$

ここに、 z はイオンの価数、 e は電気素量、 ϵ_r は媒質の比誘電率、 ϵ_0 は真空の誘電率で、 $1/\kappa$ は拡散電気二重層の厚さを表している。なお、 κ^2 は Debye-Huckel のパラメータで 25°C の水溶液では、

$$\kappa = 3.3 \times 10^9 z \sqrt{c} \quad [m^{-1}] \quad (10)$$

となり、電解質濃度 $c = 0.001 \text{ mol dm}^{-3}$ で $1/\kappa = 10 \text{ nm}$ 、 $c = 0.1 \text{ mol dm}^{-3}$ で $1/\kappa = 1 \text{ nm}$ のように電解質濃度が増加すると電気二重層は薄くなる。また、式(8)中の γ は、

$$\gamma = \tanh\left(\frac{ze\psi_0}{4kT}\right) \quad (11)$$

$$\psi_0 = \frac{RT}{zF} \ln \frac{c}{c_0}$$

ここに、 ψ_0 は表面の電位を表しており、 R は気体定数、 F はファラデー定数、 c は電位決定イオンのバルク濃度、 c_0 は ψ_0 がゼロになる c の値を示している。また、 25°C の水溶液では、 $\psi = 25.6 \text{ mV}$ で $e\psi/kT = 1$ となる。したがって、粒子間の相互作用エネルギー $E_R(H)$ は、

$$E_R(H) = - \int_{\infty}^H F_R(H) dH = \frac{64\pi n a k T}{\kappa^2} \gamma^2 \exp(-\kappa H) \quad (12)$$

となる。これらの式の単位は a は μm 、 c は mol dm^{-3} 、 κ は m^{-1} で $E_R(H)$ の単位は kJ である。 25°C の水溶液で

$$E_R(H) = \frac{1.21 a c \times 10^{23}}{\kappa^2} \gamma^2 \exp(-\kappa H) \quad (13)$$

は次式で近似可能である。

もう一つの作用力である半径 a の2球間のファン・デル・ワールス力 F_A とそのエネルギー $E_A(H)$ は次式で与えられる。

$$F_A(H) = - \frac{aA}{12H^2} \quad (14)$$

$$E_A(H) = - \frac{aA}{12H} \quad (15)$$

ここに、 A はハマカー定数で、物質固有の定数である。したがって、2粒子間の全相互作用エネルギー $E_T(H)$ は、

$$E_T(H) = E_R(H) + E_A(H) \quad (16)$$

で計算できる。

7. 粒子間力の相互作用 上述のように、式(8)~(16)の關係を用いれば、図-4で示した2粒子間の相互作用が計算される。しかし、これらの式にある定数を推定することは非常に困難である。したがって、計算された力の絶対量を無視して、 F_A 、 F_R とその合力 F_T の關係を相対的に求めてみる。式(8)と式(14)に注目すると、前者は F_R が半径 a に比例し、距離 H に指数的に減少することを表している。また、後者は明らかなように、 F_A が同様に a に比例し、 H の2乗に反比例することを示している。そこで、大胆な単純化ではあるが、これらの式を a と H だけの関数と見なし、その他の係数は単位量となうように設定する。当然のことながら、粒子間力は電解質濃度 c にも大きく依存しているが、ここではその影響が現れないように単位量とした。図-5は F_A 、 F_R 、 F_T が H に対してどのように変化するかを調べたものである。この場合、粒径 a は $1 \mu\text{m}$ と固定している。図に

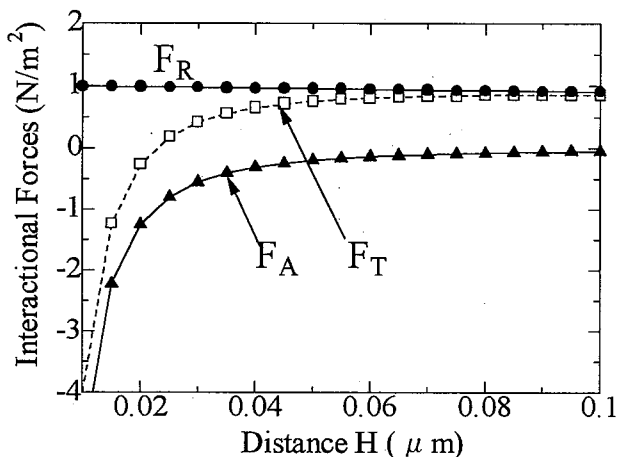


図-5 2粒子間の相互作用力

示すように、土粒子の表面近くではかなり大きな反発力と引力とが発生していて、その合力は、Hの増加と共に引力から反発力へと転じていることが分かる。一般に、これらの関係には2つの極小値が見られるが、今回の計算では確認できなかった。また、式(6)によるサクシオンとも比較したかったが、これらの作用力の絶対値に信頼性がないため、今後の課題としたい。

8. 熱力学的考察 ここでは通常用いられているマトリックサクシオンと対応させるために、等温で純水の場合、すなわち第1項と第6項が無視できる場合を考える。

$$d\mu_w = v_w dp + \frac{v_w}{4\pi} \left(\frac{1}{\varepsilon} - 1 \right) dD + \left(\frac{\partial \psi}{\partial z} \right) dz + gdh + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{2\sigma}{r} v_w \right) \quad (17)$$

以降、式(17)を基礎式として考察を加える。

まず、圧力のみの影響を考える。このとき、液体の水に対しては間隙圧 u は $\Delta\mu_w$ に等しくなる。また、気体に対してはボイルの法則 $pV=RT$ (P : 気体圧, R : 気体定数) の関係が成り立つので次式が成立する。

$$\Delta\mu_w = RT \log_e \frac{p}{p_0} \quad (18)$$

ここに、 p は土中水の蒸気圧で、 p_0 は自由水の蒸気圧であり、その比 (p/p_0) は相対湿度である。また、この式は間隙圧とサクシオンの関係を示している⁵⁾。

次に表面張力の影響を考えると、式(17)の5項と式(18)から次式を得る。

$$\log_e \frac{p}{p_0} = \frac{v}{RT} \left[\frac{2\sigma}{r} + (p - p_0) \right] \quad (19)$$

ここに、 σ は水の表面張力で、 r は空気-水界面の曲率半径である。多くの場合、 P は P_0 と等しいと見なすことができ、さらに、 r を毛管半径と単純化してしまえば、

$$\underline{u} = RT \log_e \frac{p}{p_0} = \frac{2\sigma}{r} = gh_c \quad (20)$$

ここに、 \underline{u} は空気-水界面での圧力差で、 h は水の高さと等価なマトリックサクションを表している。

6. おわりに 本研究は、土壌物理学の化学ポテンシャルの一般的な表示式から、その式の持つ個々の要因を調べて考察を加えたものである。得られた結果を要約すると、以下のようである。

1) メニスカスの作用だけでなく、電気二重層も含めた粒子間力の概念図から、サクシオンには、電気二重層の重なりによる静電力とファン・デル・ワールスカの考慮の必要性を示した。

2) 1) で述べた2粒子間の相互作用力にコロイド科学で提案された DLVO 理論を適用し、それらの作用力を具体的に計算した。その結果、土粒子表面にはかなり大きな引力と反発力が作用しており、その合力も複雑に変化することが分かった。

3) 上記の要因を除き、さらに、熱力学では本質的な温度と溶質の変化が無視できる条件下を想定し、いくつかの仮定を設けることによって、化学ポテンシャルは近似的にマトリックサクシオンと一致することを示した。

8. 参考文献 1) Bishop, A.W. and Donald, I. B. : 1961, The Experimental Study of Partly Saturated Soil in the Triaxial Apparatus, Proc. of the 5th ICSMFE, Vol.1, pp.13-22. 2) S. Iwata, T. Tabuchi and B. P. Warkentin : 1995, Soil-water interactions, Marcel Dekker, Second Edition, pp. 1-38. 3) 山崎不二夫監修 1969: 土壌物理, p. 69, 養賢堂 4) Verwey, E. J. W. and J. Th. G. Overbeek : 1948, Theory of Stability of Lyophobic Colloid, Elsevier, Amsterdam. 5) 日本化学学会編 1995: コロイド化学 1.基礎および分散・吸着, 東京化学同人, pp.166-227. 6) 土壌物理研究会編 1979: 土の物理学-土質工学の基礎-, 森北出版, pp.36-71, pp.199-238. 7) D.G. Aitchison 1965: Engineering concepts of moisture equilibria and moisture changes in soils, Statement of Review Panel, Ed., published in Moisture Changes in Soils Beneath Covered Areas, A Sym.-in-print Australia, Butterworths, pp.7-21.