

# 時間依存性を有する岩質材料の均質化解析に関する研究

名古屋大学大学院工学研究科  
名古屋大学大学院工学研究科  
名古屋大学大学院工学研究科  
基礎地盤コンサルタンツ株式会社

藤井 直樹  
清木 隆文  
市川 康明  
岡本 康伸

Abstract : It is important for the underground space use to know the long term deformation of rock. Generally, the rock material shows non-linear and time-dependent characteristics in the deformation process. In this thesis, the author assumes that the rock mass such as granite indicates time-dependent behavior like elast-viscoplastic properties. Finally, using this constitutive equation suggested by Cristescu, a numerical analysis based on the homogenization method is carried out with microscopically periodic structure.

## 1. はじめに

近年地下空間への需要が高まっているが、その利用の安全性を保証するために地下深部を構成する岩盤の力学的挙動を正確に把握することは必要不可欠である。岩盤を構成する岩質材料は、その変形・破壊過程において著しい非線形性と時間依存性を有する複雑な挙動を示すため、それらの挙動を正確に把握するためには材料の微視構造を反映した解析手法が必要である。微視的な構造特性を反映することのできる解析手法の一つに均質化法がある。ここでいう均質化法 (Homogenization method)<sup>2)</sup>とは微視的に非均質な構造が周期的かつ規則的に配列された物体に対しその構造を反映した巨視的な材料定数 (均質化弾性係数) を求め、それを用いた全体解析により得られる巨視的な挙動から微視レベルの挙動を求めることのできる数学理論である。均質化法は弾性問題については理論が完成しており、非線型問題に対しても適用が試みられている。本研究では、岩盤を Cristescu<sup>1)</sup>のモデルに基づいた弾粘塑性体とみなし、さらに微視的周期構造をもつと仮定して均質化法を適用してその挙動の評価を試みる。

## 2. Cristescu の粘塑性理論

Cristescu は、岩質材料に対するひずみ速度  $\dot{\epsilon}_{ij}$  が

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \dot{\epsilon}_{ij}^e + \dot{\epsilon}_{ij}^{vp} \quad (1)$$

のように、弾性部分  $\dot{\epsilon}_{ij}^e$  と粘塑性部分  $\dot{\epsilon}_{ij}^{vp}$  に分けることができると仮定し、ひずみ速度の粘塑性成分が

$$\dot{\epsilon}_{ij}^{vp} = k \left\langle 1 - \frac{W^{vp}}{H} \right\rangle \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} \quad (2)$$

と表わされるとした。ここで、 $k$  は粘性係数、 $W^{vp}$  は粘塑性硬化パラメーター、 $H$  は降伏関数、 $F$  は粘塑性ポテンシャルをそれぞれ表わす。また、 $\langle A \rangle$  は  $\frac{1}{2} (A + |A|)$  と定義される。

Cristescu は、定常状態の応力を

$$\sigma_{ij}^p = \sigma_{ij}(t_0) \quad (3)$$

とし (添字  $p$  は 'primary' の意)、任意の時刻  $t$  の応力  $\sigma_{ij}(t)$  が

$$H(\sigma_{ij}(t)) > H(\sigma_{ij}^p) \quad (4)$$

を満たすときにひずみ速度の粘塑性成分が発生するとした。

---

Title : Analysis for Time-dependent Behavior of rock mass by Homogenization Method

Authors : Naoki FUJII, Takafumi SEIKI, Yasuaki ICHIKAWA and Yasunobu OKAMOTO

Address : Dept. of Geotechnical and Environmental Engineering, Nagoya University, JAPAN

### 3. 弾粘塑性体への均質化法の適用

均質化法はマイクロレベルで非均質な構造が周期的かつ規則的に配列された物体に対して、その構造を反映したマクロレベルの材料定数を求め、さらにマクロな解析解からマイクロな解を求めることができる理論である。均質化法は元来線形弾性問題に対して適用されてきたが、増分形の定式化などによる工学的近似により非線形問題への適用<sup>3)</sup>が可能となりつつある。

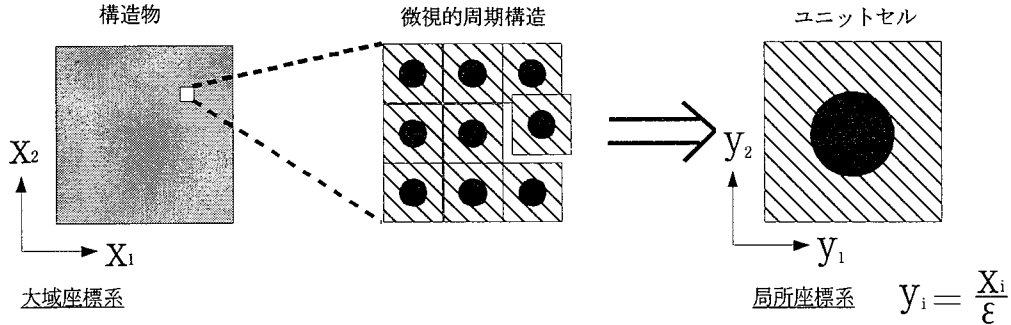


図1 均質化法の概念

弾粘塑性問題に対し時間区分  $[t, t + \Delta t]$  について非線形挙動を記述すると

$$\text{つり合い式} \quad \frac{\partial \Delta \sigma_{ij}^\varepsilon}{\partial x_j} + \Delta f_i^\varepsilon + \left( f_i^{*\varepsilon} + \frac{\partial \sigma_{ij}^{*\varepsilon}}{\partial x_j} \right) = 0 \quad \text{in } \Omega^\varepsilon \quad (5)$$

構成則 Cristescu のモデルより弾粘塑性体においてつぎの関係が成り立つ。

$$\Delta \sigma_{ij} = \bar{D}_{ijkl} \Delta \varepsilon_{kl} - \Delta \sigma_{ij}^{vp} = \bar{D}_{ijkl} \Delta \varepsilon_{kl} - \bar{D}_{ijkl} \varepsilon_{kl}^{vp} \Delta t \quad (6)$$

ここで  $\varepsilon_{kl}^{vp}$  は粘塑性ひずみ速度を  $\Delta \sigma_{ij}^{vp}$  は応力の粘塑性成分を示す。

以上、弾粘塑性問題に対し支配方程式が導かれたので均質化理論を導入するとユニットセルにおける微視問題と、全体構造物における巨視問題についてそれぞれつぎの微分方程式が得られる。

微視問題 (ユニットセル) : 局所系において

$$\frac{\partial}{\partial y_j} \left\{ \bar{D}_{ijkl}^\varepsilon (\Delta \varepsilon_{kl}^{0x} + \Delta \varepsilon_{kl}^{1y}) - \Delta \sigma_{ij}^{vp} \right\} = 0 \quad (7)$$

が得られる。式(7)を弱形式化すると

$$\int_Y \bar{D}_{ijkl}^\varepsilon \Delta \varepsilon_{kl}^{1y} \frac{\partial V_i(\mathbf{y})}{\partial y_j} d\mathbf{y} = \left\{ \int_Y \bar{D}_{ijkl}^\varepsilon \frac{\partial V_i(\mathbf{y})}{\partial y_j} d\mathbf{y} \right\} \Delta \varepsilon_{kl}^{0x} - \int_Y \Delta \sigma_{ij}^{vp} \frac{\partial V_i(\mathbf{y})}{\partial y_j} d\mathbf{y} \quad (8)$$

となる。ここで、 $V_i(\mathbf{y})$  は  $Y$ -periodic な任意関数である。

ここでマクロとマイクロを結ぶ局所系における特性関数  $\chi_k^{pq}$ 、 $\psi_i$  を

$$\Delta u_k^1(\mathbf{x}, \mathbf{y}; t) = \chi_k^{pq}(\mathbf{y}) \frac{\partial \Delta u_p^0}{\partial x_q} + \psi_i(\mathbf{x}, \mathbf{y}; t) + c(\mathbf{x}) \quad (9)$$

と定義すると、ユニットセルにおける微視的問題が以下のように得られる (弱形式)。

$$\left[ \int_Y (\bar{D}_{ijpq} \frac{\partial \chi_p^{kl(n)}}{\partial y_q} - \bar{D}_{ijkl}) \frac{\partial V_i}{\partial y_j} dY \right] \Delta \varepsilon_{kl}^{0x} + \int_Y (\bar{D}_{ijpq} \frac{\partial \psi_p}{\partial y_q} + \Delta \sigma_{ij}^{vp}) \frac{\partial V_i}{\partial y_j} dY = 0 \quad (10)$$

結局、式(10)の  $\Delta \varepsilon_{kl}^{0x}$  に関する恒等式がユニットセルにおける微視的問題になる。

巨視問題(全体構造物): ユニットセルに対する平均化  $\langle \bullet \rangle = \frac{1}{|Y|} \int_Y \bullet dy$  を施すとつぎの巨視問題が得られる。ここで  $D_{ijkl}^H$  はミクロな幾何構造を反映したマクロな定数であることから均質化弾性定数とよばれる。

$$\frac{\partial \{ D_{ijkl}^H \Delta \varepsilon_{kl}^0 \}}{\partial x_j} = - \frac{\partial}{\partial x_j} \langle \bar{D}_{ijkl} \frac{\partial \psi_k}{\partial y_l} - \Delta \sigma_{ij}^{vp} \rangle - \langle \Delta f_i^\varepsilon \rangle - \langle f_i^{*\varepsilon} \rangle - \frac{\partial \langle \sigma_{ij}^{*\varepsilon} \rangle}{\partial x_j} \quad (11)$$

$$D_{ijkl}^H = \frac{1}{|Y|} \int_Y (\bar{D}_{ijkl} + \bar{D}_{ijop} \frac{\partial \chi_o^{kl}}{\partial y_p}) dY$$

式(11)を弱形式化すると、

$$\int_{\Omega} D_{ijkl}^H \Delta \varepsilon_{kl}^0 \frac{\partial v_i}{\partial x_j} dv = \int_{\Omega} \left[ \frac{\partial}{\partial x_j} \langle \bar{D}_{ijkl} \frac{\partial \psi_k}{\partial y_l} - \Delta \sigma_{ij}^{vp} \rangle - \langle \Delta f_i^\varepsilon \rangle - \langle f_i^{*\varepsilon} \rangle - \frac{\partial \langle \sigma_{ij}^{*\varepsilon} \rangle}{\partial x_j} \right] v_i dv + \int_{\partial \Omega} \Delta F_i v_i dS \quad \forall v_i (v_i = 0 \text{ on } \partial \Omega_u) \quad (12)$$

となる。式(12)の右辺第一項は粘塑性項による荷重を表し、超過応力関数による降伏判定を行うことで計算される。

#### 4. 数値解析

解析例として、図2のように両端から300mの間には穴があいてなく、その間の600mに穴が周期的にあいている岩盤構造物を考える。穴の断面は正方形とし、荷重は地下2000mを想定して単位体積重量( $\gamma$ )×深さ( $h$ )の等分布荷重を構造物にかける。本解析ではユニットセルをA)、B)の2種類を用意し、構造物の穴のない部分にはA)、穴のある部分にはB)のユニットセルを用いる。解析は図2に示すように、測点1から測点4の4つの測点をもうけてその挙動を比較する。各測点の高さは構造物の中央であり、横方向の位置は左端から、測点1(50m)、測点2(290m)、測点3(310m)、測点4(590m)、である。また、材料定数はBrace、Cristescuの実験および解析例から以下の値を用いることとする。

表1 花崗岩の材料物性値

体積弾性係数	$K(GPa)$	51.28
せん断弾性係数	$G(GPa)$	32.26
単位体積重量	$\gamma(kg/cm^3)$	2.6
粘性係数	$k(s^{-1})$	$2.226 \times 10^{-6}$

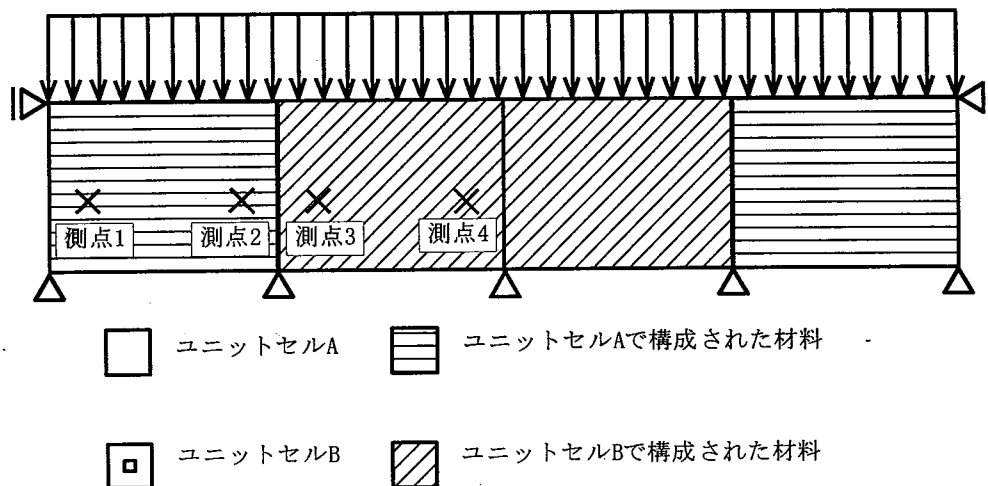


図2 岩盤構造物の解析モデル

## 解析結果と考察

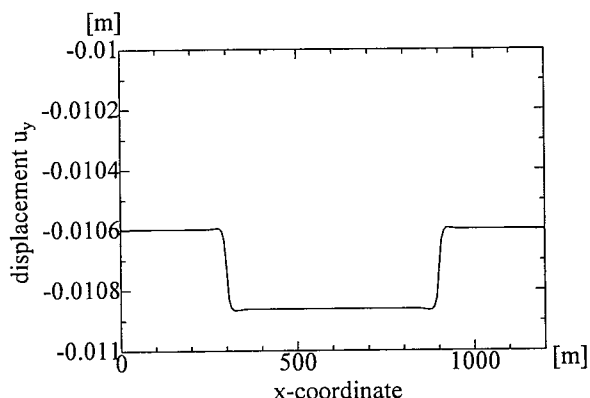


図3 岩盤の上面の変位図(載荷時、 $t=0$  sec)

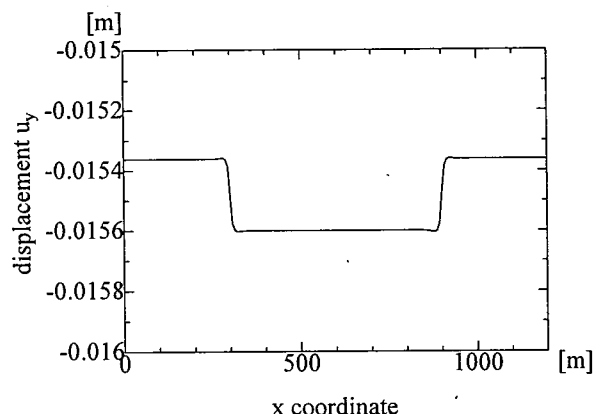


図4 岩盤の上面の変位図(安定時、 $t=5 \times 10^5$  sec)

図3、図4の岩盤上面の変位図を示した結果を見ると、穴のあいているユニットセルが入っている部分のほうが、穴のあいていないユニットセルの入っている部分よりも多く変位しているという結果が得られた。これは穴のあいているユニットセルが入っている部分の強度が下がっていると考えればほぼ当然の結果といえる。しかし、載荷した直後と安定状態とで変位の差はほぼ同じという結果が得られた。これは構造物の内部でのクリープ変形が全体に均等に進んだためであると考えられる。

次に、図5の各測点におけるひずみの時間依存性を示した結果を見ると、測点1および、測点4についてはそれぞれの材料の安定した変形挙動を示しているが、測点2および測点3については隣り合う材料の影響を受けていることがわかる。特に穴があいている材料のほうは穴のあいていない材料に比べて強度が落ちるため隣り合う材料の影響をより受けやすいといえる。測点1と測点2の変化の割合より、測点3と測点4の変化の割合が大きいのはこのような理由が考えられる。

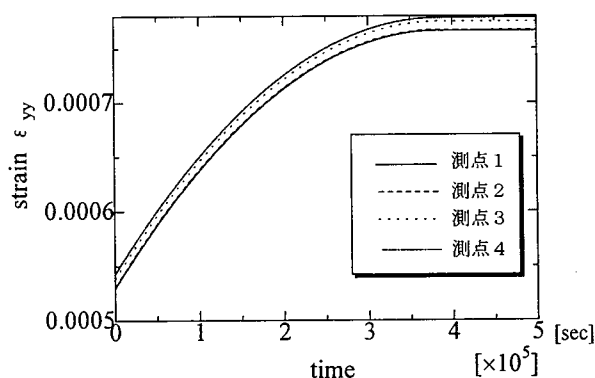


図5 各測点におけるクリープ挙動

## 5. まとめ

構造的な周期性を持つ岩盤に対し均質化法を適用し、微視的構造を反映したマクロなクリープ挙動について解析例を示した。その結果岩盤の解析に均質化法を用いた弾粘塑性解析が適用できることがわかった。しかし、微視的構造を反映した解析のできる均質化法の有用性を言うために、今後は構造的の周期性だけでなく材料の変化まで考慮した解析を行うことが必要であると考えられる。

## 参考文献

- 1) N.Cristescu : Rock Rheology ; Kluwer Academic Publishers
- 2) E.Sanchez-Palencia: Non-homogeneous media and vibration theory; Lecture notes in physics, Springer-Verlag, 1980
- 3) Jian-Guo Wang: A Homogenization Theory for Geomaterials, Nonlinear Effect and Water Flow ; Doctoral thesis in Nagoya Univ., 1996