

名古屋工業大学 正会員 加藤 正司  
 名古屋工業大学 正会員 松岡 元  
 名古屋工業大学 正会員 孫 徳安

1. はじめに

不飽和土は、土粒子接点において水のメニスカスが生じるため、見かけの粒子間付着力を有する。この粒子間付着力は、土塊全体の変形・破壊挙動に影響を及ぼすものと考えられる。一方、盛土構築後の水浸時などに発生する体積圧縮現象（コラプス現象）は、このような粒子間付着力が土粒子骨格全体の構造の保持に重要な役割を果たしていることを示唆している。著者らはこれまで、この粒子間付着力に基づくボンド応力  $\sigma_0$  ( $= c \cdot \cot \phi$ ;  $c$ : 粘着力、 $\phi$ : 内部摩擦角) なるパラメーターを導入することによって、サクシオン一定時の不飽和土の変形・破壊挙動を拡張 SMP 理論により統一的に見ることができていること示している<sup>1)</sup>。ここでは、サクシオンが土塊全体の剛性を高める効果を考慮して、サクシオン変化時の不飽和土の挙動を表現できる拡張 SMP 理論に基づく構成式の提案を試みる。なお、有効応力は  $\sigma' = \sigma - u_a$  ( $\sigma$ : 全応力、 $u_a$ : 間隙空気圧) で定義し、応力記号として平均有効主応力  $p = (\sigma_{a'} + 2\sigma_{r'})/3$ 、サクシオン  $S = u_a - u_w$  ( $\sigma_{a'}$ 、 $\sigma_{r'}$ : 軸圧および側圧、 $u_w$ : 間隙水圧) を用いる。

2. サクシオン効果を考慮した構成式の提案

(1) サクシオン効果と拡張 SMP 上の応力成分

不飽和土の形態は、間隙水の分布状態により異なったものとなる。ここでは、土粒子接点にメニスカスが発達した低含水比状態を対象として考える。さて、土粒子接点のメニスカス水が水の表面張力により負圧となるため、粒子接点には土粒子接平面方向に垂直な付着力を生じている。そして接平面に対し水平な方向に作用して土粒子を滑らせようとする力に対して、この付着力は抵抗してすべりを止める作用を土粒子間に及ぼす。この水の表面張力によるすべりに対する抵抗力が圧縮時には土塊全体の剛性の増加として現れ、破壊時には見かけの粘着成分（ボンド応力）として発揮される。コラプス（体積圧縮）現象は、サクシオンの消失にともなう剛性の低下により生じるものと考えられる。松岡・孫<sup>2)</sup>は、図-1に示す外応力の拡張 SMP に対する垂直成分  $\bar{\sigma}_{SMP}$  とせん断成分  $\bar{\tau}_{SMP}$  として、次式を提案している。

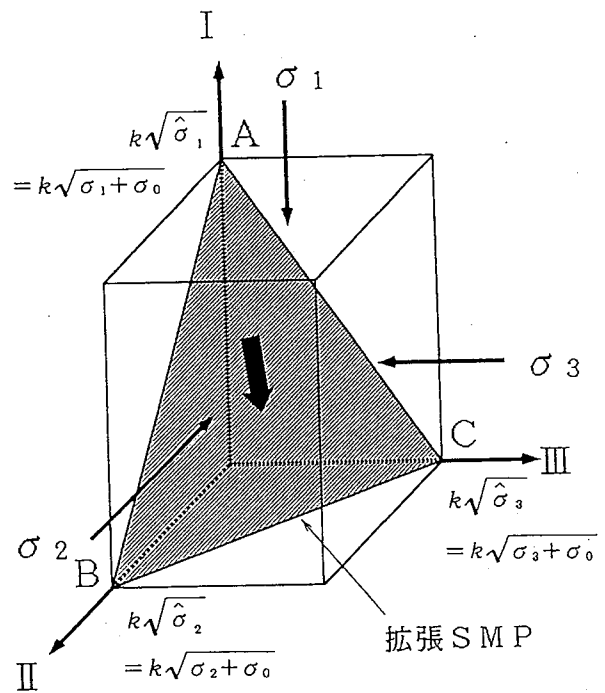


図-1 主応力空間における主応力と拡張 SMP

$$\bar{\sigma}_{SMP} = \sigma_1 \hat{a}_1^2 + \sigma_2 \hat{a}_2^2 + \sigma_3 \hat{a}_3^2 \tag{1}$$

$$\bar{\tau}_{SMP} = \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 \hat{a}_1^2 \hat{a}_2^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 \hat{a}_2^2 \hat{a}_3^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \hat{a}_1^2 \hat{a}_3^2} \tag{2}$$

ただし、 $\sigma_i$ : 有効主応力 ( $i=1,2,3$ )

$\hat{a}_i$ : 拡張SMPの方向余弦 ( $i=1,2,3$ )

本研究ではこの外応力 ( $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ ) による2つの成分、 $\bar{\sigma}_{SMP}$ 、 $\bar{\tau}_{SMP}$ とボンド応力  $\sigma_0$ に基づいて考察を進める。そして、コラプス現象の原因である剛性低下をボンド応力の消失に基づいて表現できる構成式を提案する。

## (2) 等方応力面上の降伏線

軽部<sup>3)</sup>はサクシヨン一定条件下での不飽和土の三軸圧縮試験を行い、それから得られるダイレイタンスー補正した破壊強度  $q_f'$  による破壊線からサクシヨン応力  $f(S)$  を定義している (図-2)。そして、サクシヨン一定条件下での圧縮時の間隙比は、サクシヨン応力  $f(S)$  と平均有効主応力  $p$  により次式で示されるとしている。

$$e = e_0 - C_c \cdot \log \left\{ \frac{p + f(S)}{p_0 + f(S)} \right\} \quad (3)$$

ここで、 $e_0$ : 基準応力での間隙比

$C_c$ : 圧縮指数

$p_0$ : 基準応力

さらに、サクシヨン  $S$  とサクシヨン応力  $f(S)$  の関係が図-3に示すような放物線で近似できるものとしている。一方過去のデータ<sup>1)</sup>に基づくサクシヨンとボンド応力の関係では、図-4に見られるように原点を通る直線付近にデータがプロットされる。データ数が少ないため、この関係が図-3に示すような放物線近似で表されるかどうかは明らかではない。しかしボンド応力  $\sigma_0$  とサクシヨン応力  $f(S)$  は、共にサクシヨン一定条件下の破壊強度に基づき定義されることを考慮すれば本質的に近いものであると考えられる。そこで式(3)の関係から次式の関係を設定する。

$$e = e_0 - C_c \cdot \log \left\{ \frac{p + \sigma_0}{p_0 + \sigma_0} \right\} \quad (4)$$

式(4)は  $\log(p + \sigma_0)$  を用いて等方圧縮時の間隙比を整理した場合、サクシヨンの大きさにかかわらず圧縮曲線の傾きは等しくなることを意味している。さて、図-5、6は過去に行われた締め固めカオリン粘土試料を用いたサクシヨン一定の等方圧縮時の間隙比変化<sup>4), 5), 6)</sup>を示している。図-5は  $\log p$  により、図-6は  $\log(p + \sigma_0)$  により整理したものである。  $e \sim \log p$  関係で整理すれば、サクシヨンが大きくなると先行圧縮応力が増加して圧縮曲線の傾きが小さくなると言われているが、図-5はわずかながらその傾向を示している。また、式(4)によれば  $e \sim \log(p + \sigma_0)$  関係において圧縮曲線の傾きはサクシヨンの大きさにかかわらず同じとなるが、図-6ではそのような傾向を示している様である。

さらに等方圧縮時には式(1)において  $\hat{a}_1 = \hat{a}_2 = \hat{a}_3 = 1/\sqrt{3}$  となるので、 $\bar{\sigma}_{SMP} = p$  となる。このため、式(4)の関係は、次式のように表される。

$$e = e_0 - C_c \cdot \log \left\{ \frac{(\bar{\sigma}_{SMP} + \sigma_0)}{(\bar{\sigma}_{SMP0} + \sigma_0)} \right\} \quad (5)$$

ここで除荷曲線の傾きをサクシヨンの大きさにかかわらず一定であると仮定すると、式(5)より等方圧縮時

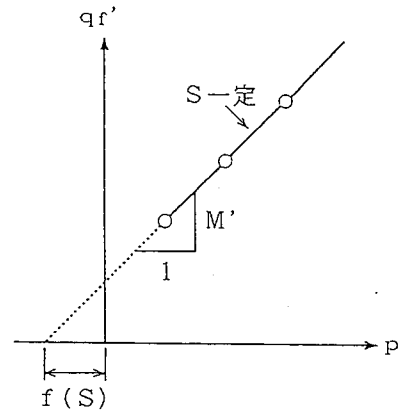


図-2 サクシヨン応力  $f(S)$  の定義<sup>3)</sup>

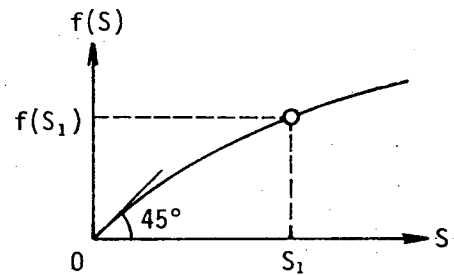


図-3 サクシヨンと  $f(S)$  の関係<sup>3)</sup>

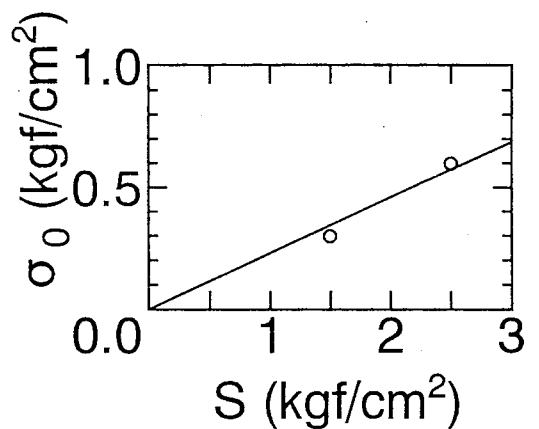


図-4 サクシヨンとボンド応力  $\sigma_0$  の関係

の塑性体積ひずみ  $\varepsilon_v^p (10)$  は次式で与えられる。

$$\varepsilon_v^p (10) = (\lambda - \kappa) / (1 + e_0) \ln \{ (\bar{\sigma}_{SMP} + \sigma_0) / (\bar{\sigma}_{SMP0} + \sigma_0) \} \quad (6)$$

ここで、 $\lambda$ 、 $\kappa$ ：圧縮、膨潤指数

よって、塑性体積ひずみ増分  $d\varepsilon_v^p (10)$  は次式で与えられる。

$$d\varepsilon_v^p (10) = (\lambda - \kappa) / (1 + e_0) d(\bar{\sigma}_{SMP} + \sigma_0) / (\bar{\sigma}_{SMP0} + \sigma_0) \quad (7)$$

さて松岡・孫<sup>2)</sup>は、次式で示す拡張SMPに基づく塑性仕事相当量  $\bar{w}^{*p}$  の概念を導入し、 $c$ 、 $\phi$  材料の挙動を表現できる構成式を提案している。

$$\begin{aligned} \bar{w}^{*p} &= \int \bar{\sigma}_{ij}^* d\varepsilon^p_{ij} \\ &= \int (\bar{\sigma}_{SMP}^* d\hat{\varepsilon}_{SMP}^{*p} + \bar{\tau}_{SMP}^* d\hat{\gamma}_{SMP}^{*p}) \end{aligned} \quad (8)$$

ここで、 $\bar{\sigma}_{ij}^* = \sigma_{ik} \hat{b}_{kj}$

$\sigma_{ik}$ ：有効応力テンソル

$\hat{b}_{kj}$ ：拡張SMPの方向余弦  $\hat{a}_i$  の  $\sqrt{3}$  倍を主値とする対称テンソル

$$\bar{\sigma}_{SMP}^* = \sqrt{3} \bar{\sigma}_{SMP}$$

$$\bar{\tau}_{SMP}^* = \sqrt{3} \bar{\tau}_{SMP}$$

なお式(8)中の  $d\hat{\varepsilon}_{SMP}^{*p}$ 、 $d\hat{\gamma}_{SMP}^{*p}$  は塑性主ひずみ増分ベクトルの拡張SMPに対する垂直成分およびせん断成分であり、次式により定義される

$$d\hat{\varepsilon}_{SMP}^{*p} = d\varepsilon_1^p \hat{a}_1 + d\varepsilon_2^p \hat{a}_2 + d\varepsilon_3^p \hat{a}_3 \quad (9)$$

$$d\hat{\gamma}_{SMP}^{*p} = \sqrt{(d\varepsilon_1^p \hat{a}_2 - d\varepsilon_2^p \hat{a}_1)^2 + (d\varepsilon_2^p \hat{a}_3 - d\varepsilon_3^p \hat{a}_2)^2 + (d\varepsilon_3^p \hat{a}_1 - d\varepsilon_1^p \hat{a}_3)^2} \quad (10)$$

ここに、 $d\varepsilon_i^p$ ：塑性主ひずみ増分ベクトル ( $i=1, 2, 3$ )

式(8)は、等方応力状態では次式となる。

$$\begin{aligned} \bar{w}^{*p} &= \int (\bar{\sigma}_{SMP}^* d\hat{\varepsilon}_{SMP}^{*p}) \\ &= \sqrt{3} \int (\bar{\sigma}_{SMP} d\hat{\varepsilon}_{SMP}^{*p}) \end{aligned} \quad (11)$$

また等方応力状態では、拡張SMP上の主ひずみ増分ベクトルの垂直成分  $d\hat{\varepsilon}_{SMP}^{*p}$  は次式で示される。

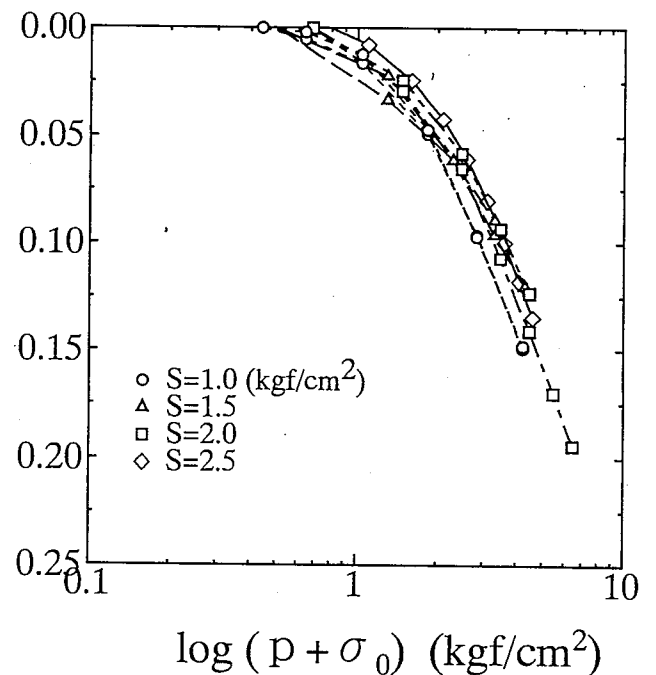
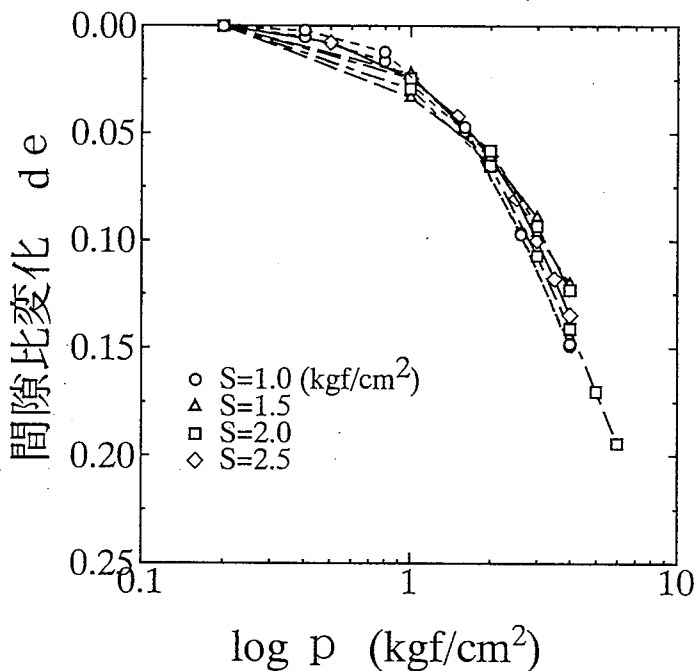


図-5 カオリン粘土における  $e \sim \log p$  関係

図-6 カオリン粘土における  $e \sim \log(p + \sigma_0)$  関係

$$\begin{aligned} d \hat{\varepsilon}_{SMP}^* &= 1 / \sqrt{3} \cdot d \varepsilon_v^{p(1C)} \\ &= 1 / \sqrt{3} \cdot (\lambda - \kappa) / (1 + e_0) d(\bar{\sigma}_{SMP} + \sigma_0) / (\bar{\sigma}_{SMP} + \sigma_0) \end{aligned} \quad (12)$$

式(11)に式(12)を代入すると、

$$\bar{W}^{*p} = \sqrt{3} \int (\bar{\sigma}_{SMP} \cdot 1 / \sqrt{3} \cdot (\lambda - \kappa) / (1 + e_0) d(\bar{\sigma}_{SMP} + \sigma_0) / (\bar{\sigma}_{SMP} + \sigma_0)) \quad (13)$$

$$= (\lambda - \kappa) / (1 + e_0) \int \{ \bar{\sigma}_{SMP} \cdot d(\bar{\sigma}_{SMP} + \sigma_0) / (\bar{\sigma}_{SMP} + \sigma_0) \} \quad (14)$$

$$= (\lambda - \kappa) / (1 + e_0) \int \{ 1 - \sigma_0 / (\bar{\sigma}_{SMP} + \sigma_0) \} d(\bar{\sigma}_{SMP} + \sigma_0) \quad (15)$$

ここで  $\bar{\sigma}_{SMP} = \bar{\sigma}_{SMP0}$  から  $\bar{\sigma}_{SMP} = \bar{\sigma}_{SMP1}$  まで等方圧縮したとすると、次式が得られる。

$$\bar{W}^{*p} = D [ \bar{\sigma}_{SMP1} - \bar{\sigma}_{SMP0} - \sigma_0 \log \{ (\bar{\sigma}_{SMP1} + \sigma_0) / (\bar{\sigma}_{SMP0} + \sigma_0) \} ] \quad (16)$$

ただし、 $D = (\lambda - \kappa) / (1 + e_0)$

さらに  $\bar{W}^{*p}$  を一定とすると、 $\bar{\sigma}_{SMP} = \bar{\sigma}_{SMP1}$  とすることによって式(16)は  $\sigma_0 \sim \bar{\sigma}_{SMP}$  面上の等  $\bar{W}^{*p}$  線を示すことになる。図-7は、その曲線群 ( $\sigma_0$  について解けないので、近似値を使用) を示している。この等  $\bar{W}^{*p}$  線は、ボンド応力  $\sigma_0$  の増加による剛性の増加を示していると考えられる。すなわち、土塊に対して同じ仕事  $\bar{W}^{*p}$  をするためには、必要な応力 ( $\bar{\sigma}_{SMP}$ ) がボンド応力  $\sigma_0$  の増加にともない大きくなる。この等  $\bar{W}^{*p}$  線を等方応力面上の降伏線とする。

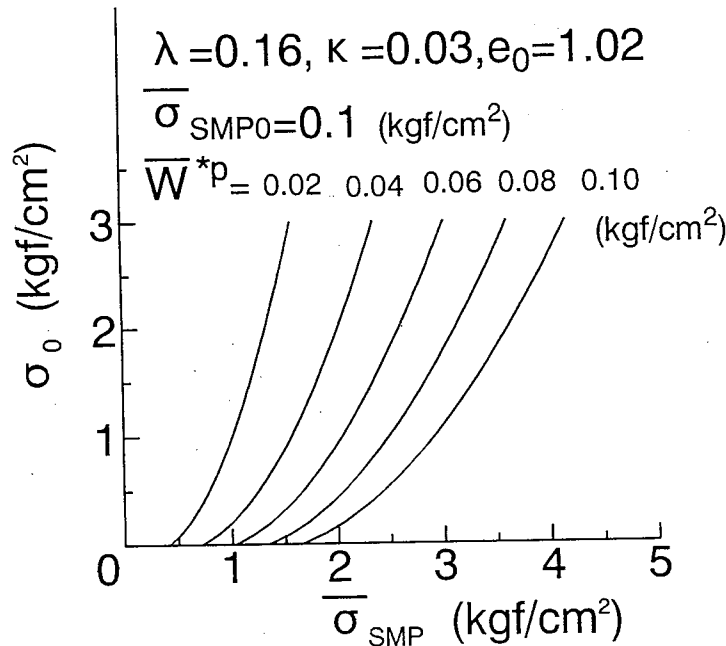


図-7 等方応力面上の等  $\bar{W}^{*p}$  線

### (3) サクシオン一定条件下でのせん断時の降伏曲線

サクシオン一定時の  $p$  一定三軸圧縮・伸張せん断試験結果<sup>1)</sup>より、図-8に示すように拡張SMP上の応力比 ( $\hat{\tau}_{SMP} / \hat{\sigma}_{SMP}$ ) とひずみ相当量の増分比 ( $-d \hat{\varepsilon}_{SMP}^* / d \hat{\gamma}_{SMP}^*$ ) の関係は次の直線関係で示される。

$$\hat{\tau}_{SMP} / \hat{\sigma}_{SMP} = \bar{\tau}_{SMP} / (\bar{\sigma}_{SMP} + \sigma_0) = \hat{M}^* + \hat{\alpha} (-d \hat{\varepsilon}_{SMP}^* / d \hat{\gamma}_{SMP}^*) \quad (17)$$

ここで、 $\hat{M}^*$ 、 $\hat{\alpha}$  : ( $\hat{\tau}_{SMP} / \hat{\sigma}_{SMP}$ )  $\sim$  ( $-d \hat{\varepsilon}_{SMP}^* / d \hat{\gamma}_{SMP}^*$ ) 関係の縦軸切片と傾き

また、主ひずみ増分から弾性ひずみ増分と等方応力による塑性ひずみ増分を除いて得られる塑性ひずみ増分を  $d \varepsilon_{ij}^{p(AF)}$  とする。そして、 $p$  一定条件下での弾性ひずみ増分を除いても式(17)の直線関係に対する影響は少ないものと考え、次式の関係が得られる。

$$\bar{\tau}_{SMP} / (\bar{\sigma}_{SMP} + \sigma_0) = \hat{M}^* + \hat{\alpha} (-d \hat{\varepsilon}_{SMP}^{*p(AF)} / d \hat{\gamma}_{SMP}^{*p(AF)}) \quad (18)$$

ここで、 $\bar{\tau}_{SMP}$  と  $d \hat{\gamma}_{SMP}^{*p(AF)}$  の方向が一致すると仮定し、直交則を適用すると塑性ポテンシャル関数  $g$  が得られる。さらに関連流動則を仮定すると、降伏関数  $f$  は次式で与えられる。

$$f = g = \ln(\bar{\sigma}_{SMP} + \sigma_0) + \frac{\hat{\alpha}}{1 - \hat{\alpha}} \ln \left\{ 1 - \frac{1 - \hat{\alpha}}{\hat{M}^*} \frac{\bar{\tau}_{SMP}}{\bar{\sigma}_{SMP} + \sigma_0} \right\} - \ln(\bar{\sigma}_{SMP1} + \sigma_0) = 0 \quad (19)$$

図-9(a)、(b)、(c)は $\bar{\sigma}_{SMP} \sim \bar{\tau}_{SMP} \sim \sigma_0$ 空間で、 $\sigma_0$ 一定条件下で上式より得られる降伏線群を $\bar{\sigma}_{SMP} \sim \bar{\tau}_{SMP}$ 面へ投影したものである。 $\sigma_0$ 増加による降伏線の拡大が表現されていることが分かる。

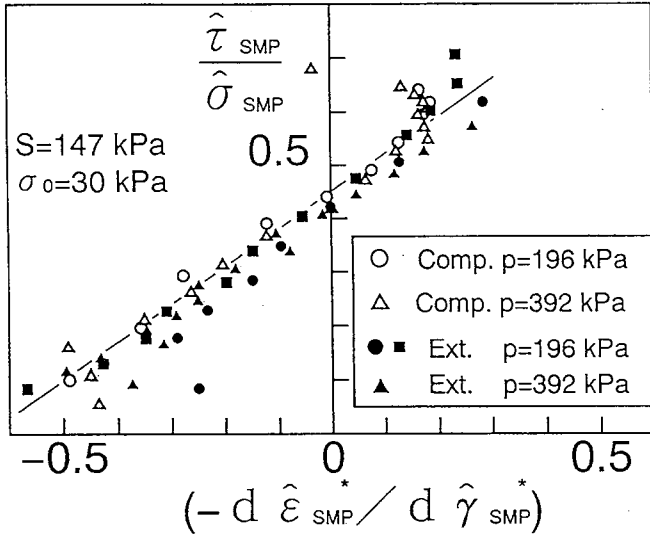
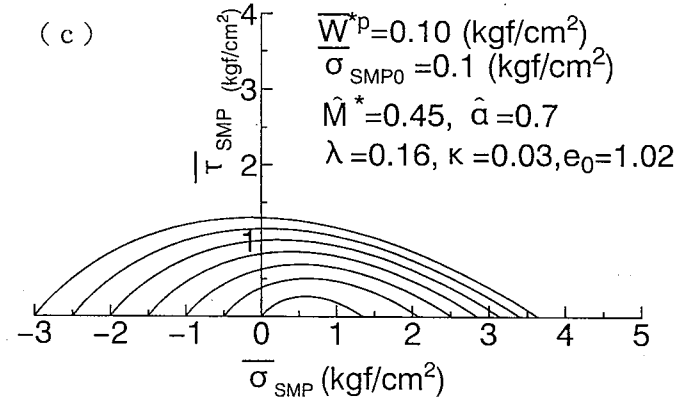
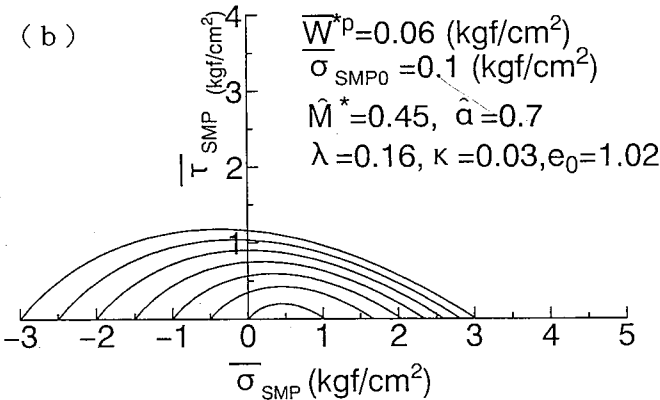
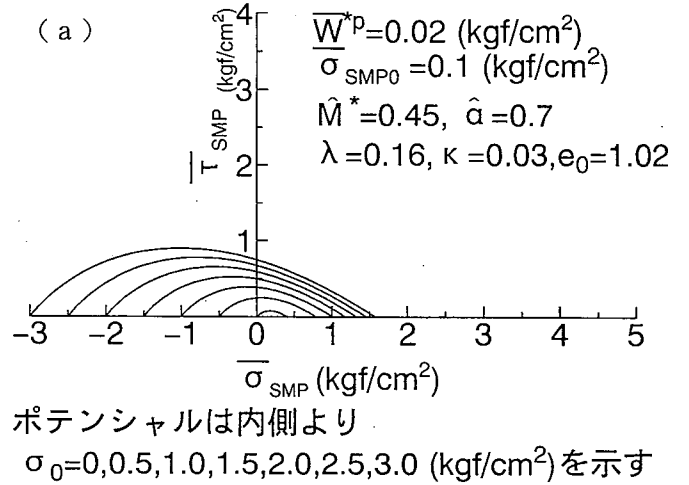


図-8  $(\hat{\tau}_{SMP} / \hat{\sigma}_{SMP}) \sim (-d\hat{\epsilon}_{SMP}^* / d\hat{\gamma}_{SMP}^*)$  関係



ポテンシャルは内側より  $\sigma_0=0, 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0$  (kgf/cm<sup>2</sup>)を示す

ポテンシャルは内側より  $\sigma_0=0, 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0$  (kgf/cm<sup>2</sup>)を示す

図-9  $\sigma_0$ 一定面上での等ポテンシャル線

### 3. 提案構成式によるコラプス挙動の予測

不飽和土の塑性ひずみ増分  $d\epsilon_{ij}^p(AF)$  は、式(16)と式(19)により示される塑性ポテンシャル関数  $g(\bar{\sigma}_{SMP}, \bar{\tau}_{SMP}, \sigma_0, \bar{W}^p) = 0$  により求めることができる。さらに、式(7)の等方応力による塑性体積ひずみ増分  $d\epsilon_v^p(1C)$  と弾性ひずみ増分を考慮すれば、不飽和土のサクシオン減少時の挙動を予測することができる。以下にコラプスを含む経路での三軸圧縮試験結果に対して提案構成式を用いて予測した例を示す。実験では気乾状態のカオリン粘土試料 ( $G_s=2.71, W_L=40\%, I_p=12.3$ ) を含水比26%に調整後、締め固めて供試体として用いた。図-11に示す等方圧縮経路 (○印はA→D→D2点、●と△印はA→C→C2点の経路) を経た後に、図中のD2、C2点より  $p=392\text{kPa}$  (4 kgf/cm<sup>2</sup>)

表-1 カオリン粘土の土質パラメーター

$\hat{\alpha}$	0.70
$\hat{M}^*$	0.45
$\lambda$	0.16
$\kappa$	0.03
$e_0$	1.02

および  $S$  一定で三軸圧縮せん断試験を行った。なおせん断中のサクシオンは、○印の供試体では  $S = 0\text{kPa}$  ( $0\text{kgf/cm}^2$ )、△印の供試体では  $S = 245\text{kPa}$  ( $2.5\text{kgf/cm}^2$ ) に保って実験を行った。一方、●印の供試体では、 $S = 245\text{kPa}$  でせん断を開始して、途中の  $q = 345\text{kPa}$  ( $3.5\text{kgf/cm}^2$ ) で  $q$  を一定に保ちながらサクシオンを  $S = 245\text{kPa}$  から  $0\text{kPa}$  まで減少してコラプスを生じさせた。図-11、12はそれぞれ、 $q/p \sim \varepsilon_d$  (せん断ひずみ)  $\sim \varepsilon_v$  (体積ひずみ) 関係と  $\sigma_1/\sigma_3 \sim \varepsilon_1 \sim \varepsilon_3$  関係を示したものである。コラプス中に●印の結果が○印の結果に近づいていることが分かる。このことから、コラプスが飽和状態 ( $S = 0\text{kgf/cm}^2$ ) に近づく過程であると見なすことができる。なお図中の実線は、図-6、8から決定されたパラメーター (表-1) を用いた提案構成式による予測値である。本提案式によりコラプス挙動の予測が可能であることが分かる。

#### 4. まとめ

不飽和土の構成式はサクシオンの増加により生じる剛性の増加 (土粒子のすべりの抑制) を評価することが重要である。ビショップの不飽和土に対する有効応力の考え方は、剛性の増加を評価していないためにコラプスを表現することができないのである。本提案式ではこの剛性の評価を式(16)で行っており、このためサクシオンに対する土質定数を変える必要がなく、パラメーターの数が少なくなっているのが特徴である。本提案式の適用性を高めるために、今後は飽和度が高くサクシオンにより塑性体積ひずみが生じる場合に対しての研究を行う必要がある。

#### 参考文献

- 1) 加藤 正司、松岡 元：軸対称応力状態における不飽和粘性土のせん断挙動の解析、土木学会論文集、No. 493/Ⅲ-27、pp. 99-107、1994.
- 2) 松岡 元、孫 徳安：粒状材料と金属材料を両端に含む統一的な弾塑性構成式とその適用、土木学会論文集投稿中。
- 3) 軽部 大蔵：不飽和土の力学的性質の研究、不飽和土の工学的測定に関する信州セミナーテキスト、土質工学会、pp. 1-104、1989.
- 4) 丹羽尚人、神戸大学工学部卒業論文、1985.
- 5) 勝山潤一、神戸大学大学院修士論文、1986.
- 6) 西海健二、神戸大学大学院修士論文、1987.

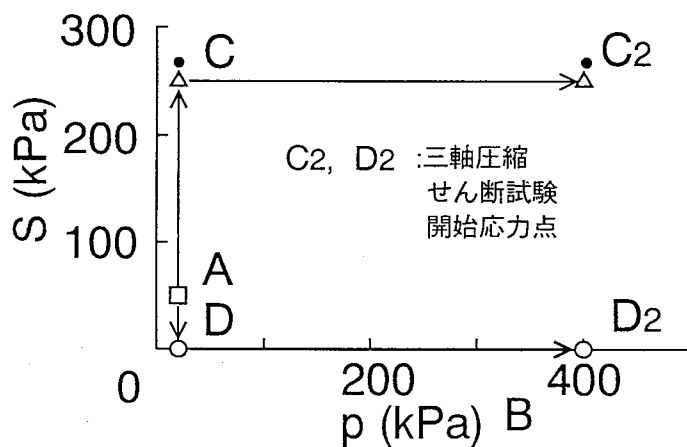


図-10 実験の等方圧縮経路

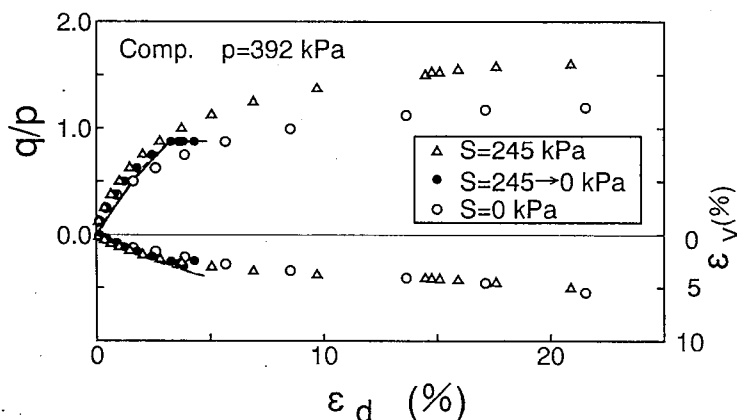


図-11  $q/p \sim \varepsilon_d \sim \varepsilon_v$  関係

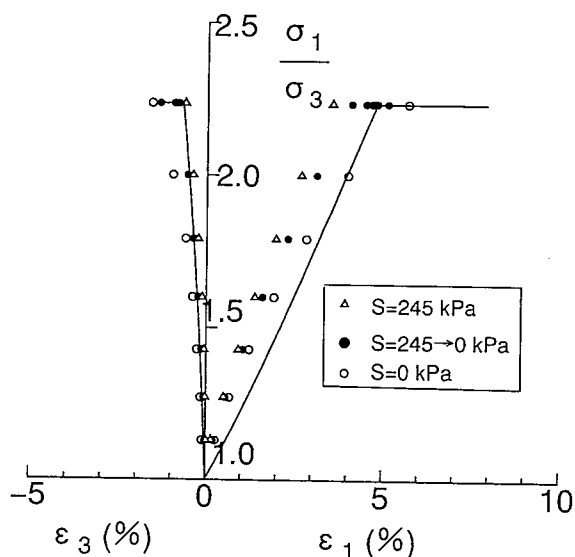


図-12  $\sigma_1/\sigma_3 \sim \varepsilon_1 \sim \varepsilon_3$  関係