

# 標準貫入試験の一考察

名古屋大学	正	大塚	悟
戸田建設(株)	正	田辺	昭博
名古屋大学	正	松尾	稔

## 1. はじめに

標準貫入試験は現位置調査法として幅広く用いられている調査法の一つである。標準貫入試験から得られるN値は多くの土質定数との関連が経験的に得られており、N値はこれらの土質定数の概略を知るために利用される。N値はこれまで直接的に関連する土性が明らかでないことから、他の室内試験などの補助的な試験と位置づけられてきた。しかし、室内試験のようにサンプリングから得られた土試料の力学特性を測るのではなく、直接土の力学試験によって土質定数を得ることの利点が多い。

本研究では、標準貫入試験の力学的メカニズムを明らかにして、N値と本来直接的に関係する土の力学定数を明確にし、N値の有効利用を図ることを目的とする。ここでは重錘の落下に伴う塑性変形量とN値との関係に着目して、N値と土の強度定数との関連について検討する。

N値と土質定数との関係式は、個々の土質定数との関連の信頼度に応じて使い分けることが望ましいと考えられる。

## 2. 動的境界値問題に関するMartinの塑性定理

Martin (1964) は物体がある初期変位速度の下に動的に変形する挙動に対して、剛塑性仮定を用いて図1のモデル化を行った。すなわち、ひずみ速度は変形が収束するまで次式のように一定と仮定される。

$$\dot{\epsilon}_0(t) = \bar{\epsilon}_0 \quad (\text{const.}) \quad \text{for } 0 \leq t < T \quad (1)$$

$$\dot{\epsilon}_0(t) = 0 \quad \text{for } T \leq t \quad (2)$$

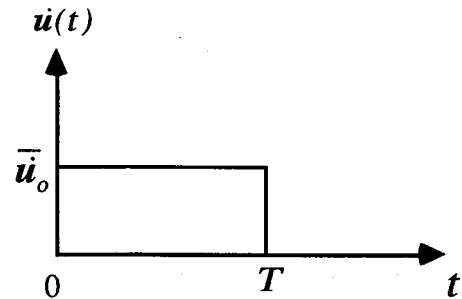


図1 ひずみ速度のモデル化

物体内部では物体力  $b$ 、境界  $S_0$  では表面力  $t$  が作用し、物体の各点で初期変位速度  $\dot{u}(x, t=0)$  が与えられる境界値問題を考える。力のつりあい式の弱形式に最大塑性仕事の原理を適用すると次式を得る。ここに、 $(\bar{\epsilon}_0, \bar{u}_0)$  は運動学的に可容な任意の速度場である。

$$\int_V D(\bar{\epsilon}_0) dV \geq \int_V \bar{\epsilon}_0 \cdot \sigma dV = \bar{u}_0 \cdot f - \int_V \rho \bar{u}_0 \cdot \dot{u} dV \quad (3)$$

上式を0からTまで時間積分すると、式(1)、(2)から  $\int_V D dV - \bar{u}_0 \cdot f \geq 0$  を満たす任意の速度場、 $(\bar{\epsilon}_0, \bar{u}_0)$  に対して、変形が収束するまでの時間Tに関する以下の塑性定理を得る。

$$\frac{1}{T} \leq \frac{\int_V D(\bar{\epsilon}_0) dV - \bar{u}_0 \cdot f}{\int_V \rho \bar{u}_0 \cdot \dot{u}(0) dV} \quad (4)$$

Some Considerations on Standard Penetration Test

by OHTSUKA, Satoru, MATSUO, Minoru (Nagoya University) and TANABE Akihiro (Toda Co.)

したがって、 $\int_V \rho_0 \bar{u}_0 \cdot \dot{\bar{u}}(0) dV > 0$  なる速度場、 $(\bar{\dot{\epsilon}}_0, \bar{u}_0)$  に対して上式の右辺を最小化すると、 $\frac{1}{T}$  の上界値が求められる。式(4)は右辺の分子、分母が共に変位速度場  $(\bar{\dot{\epsilon}}_0, \bar{u}_0)$  の斉1次式であり、基本的に  $(\bar{\dot{\epsilon}}_0, \bar{u}_0)$  の大きさ  $(|\bar{\dot{\epsilon}}_0|, |\bar{u}_0|)$  には依存しない。式(4)の最小化問題を解いて  $\frac{1}{T}$  を得ても、速度場の大きさ、 $(|\bar{\dot{\epsilon}}_0|, |\bar{u}_0|)$  は決まらず不定になる。

### 3. 剛塑性理論による衝突問題の変形解析

#### 3.1 境界条件

体積  $V_0$  の重錘が所定の高さから体積  $V$  の地盤に衝突する問題をモデル化する。ここで、重錘が地盤に衝突した際の接触面の面積を  $S$ 、衝突の際に接触面  $S$  で起こる相互作用力を  $i$ 、重錘が地盤に衝突する直前の重錘の速度を  $\bar{u}_0$  とする。地盤の変位が収束するまでの時間は  $T$  初期変位速度が与えられてから時間  $T$  までの(任意の)変位速度を  $\bar{u}$  と記す。 $\bar{u}$  は一定と仮定した。

#### 3.2 衝突による相互作用力

重錘が地盤に衝突した際の挙動を、重錘および地盤について各外力仕事率と内部消散率を等置する。

$$\int_{V_0} \rho_0 g \cdot \bar{u} dV + \int_S i \cdot \bar{u} dS - \int_{V_0} \rho_0 \ddot{u} \cdot \bar{u} dV = 0 \quad (5)$$

$$\int_V \rho g \cdot \bar{u} dV - \int_S i \cdot \bar{u} dS - \int_V \rho \ddot{u} \cdot \bar{u} dV = \int_V D(\bar{\dot{\epsilon}}) dV \quad (6)$$

上式では重錘を剛体と仮定した。変位速度は次式のように与えられる。

$$\dot{\bar{u}}(0) = \bar{u}_0, \quad \dot{\bar{u}}(T) = 0 \quad \text{in } V_0, \quad \dot{\bar{u}}(0) = 0, \quad \dot{\bar{u}}(T) = 0 \quad \text{in } V$$

式(5),(6)をそれぞれ上式の条件のもとで0から変形が収束するまでの時間  $T$  まで時間積分すると、

$$T \int_{V_0} \rho_0 g \cdot \bar{u} dV + \int_0^T \int_S i \cdot \bar{u} dS dt = \left[ \int_{V_0} \rho_0 \dot{u} \cdot \bar{u} dV \right]_0^T = - \int_{V_0} \rho_0 \dot{u}_0 \cdot \bar{u} dV \quad (7)$$

$$T \int_V \rho g \cdot \bar{u} dV - \int_0^T \int_S i \cdot \bar{u} dS dt = T \int_V D(\bar{\dot{\epsilon}}) dV \quad (8)$$

両式から相互作用力の仕事を消去して次式を得る。

$$\frac{1}{T} = \frac{\int_V D(\bar{\dot{\epsilon}}) dV - \int_V \rho g \cdot \bar{u} dV - \int_{V_0} \rho_0 g \cdot \bar{u} dV}{\int_{V_0} \rho_0 \dot{u}_0 \cdot \bar{u} dV} \quad (9)$$

時間  $T$  は上式の右辺を最小化することによって解かれる。

標準貫入試験では、重錘の衝突によって、地盤挙動に関して鉛直方向の変位に制約を与えることから、

$$C(\bar{u}) = 0 \quad \text{on } S \quad (10)$$

の制約条件を考慮する。この条件と共に構成式の選択によって生じる可容速度場の満足すべき条件

$$f(\bar{u}) = 0 \quad \text{in } V \quad (11)$$

を制約条件 (Mises 即の場合には体積ひずみ速度一定条件) として式(9)の最小化問題を解けばよい。

式(8)における左辺第2項の相互作用力  $i$  の仕事は、式(7)を考慮して物体  $V$  から解釈し直すと、

$$\int_0^T \int_S i \cdot \bar{u} dS dt = T \int_S t \cdot \bar{u} dS - \left[ \int_V \rho \dot{u} \cdot \bar{u} dV \right]_0^T = T \int_S t \cdot \bar{u} dS + \int_V \rho \dot{u}(0) \cdot \bar{u} dV \quad (12)$$

のように応力境界での表面力  $n \cdot \sigma = t \quad \text{on } S$  および物体内の初期変位速度  $\dot{\bar{u}}(0) = \dot{\bar{u}}(0) \quad \text{in } V$  が与えられた場合の Martin の問題と考えることができる。ここに、 $t$  は物体  $V_0$  の自重によって生じる表面

力であり、 $\hat{u}(0)$  は物体  $V_0$  の有する運動量に等価な物体  $V$  の初期変位速度である。

### 3.3 エネルギー式の考察

変形が収束するのに要する時間  $T$  は式(9)～(11)より求められる。しかし、基本的に  $\bar{u}$  は不定となる。そこで、この  $\bar{u}$  の大きさを定めるために、重錘と地盤の衝突による挙動を  $\alpha\bar{u}$  ( $\alpha$ : 任意の定数,  $\alpha > 0$ ) と表して、重錘及び地盤の挙動のエネルギー式について考察する。重錘および地盤のエネルギー式は次のように表される。

$$\int_{V_0} \rho_0 g \cdot \alpha\bar{u} dV + \int_S j \cdot \alpha\bar{u} dS = \int_{V_0} \rho_0 \alpha\bar{u} \cdot \alpha\bar{u} dV = \frac{d}{dt} \int_{V_0} \frac{\rho_0}{2} \alpha\bar{u} \cdot \alpha\bar{u} dV \quad (13)$$

$$\int_V \rho g \cdot \alpha\bar{u} dV - \int_S j \cdot \alpha\bar{u} dS = \int_V \rho \alpha\bar{u} \cdot \alpha\bar{u} dV + \int_V D(\alpha\bar{\epsilon}) dV \quad (14)$$

上式をそれぞれ式(1), (2)の条件のもとで時刻、0 から  $T$  で時間積分し、両式から相互作用力の仕事を消去すると、式(9)を用いて次式を得る。

$$\alpha = \frac{\int_{V_0} \rho_0 \bar{u}_0 \cdot \bar{u} dV}{\int_{V_0} \frac{\rho_0}{2} \bar{u} \cdot \bar{u} dV + \int_V \frac{\rho}{2} \bar{u} \cdot \bar{u} dV} \quad (15)$$

任意に仮定した  $(\bar{\epsilon}_0, \bar{u}_0)$  によって  $\alpha$  は定まり、 $(\bar{\epsilon}_0, \bar{u}_0)$  の大きさを定めることができる。変形が収束する時間  $T$  と併用することによって、物体の衝突による地盤の変形量が求められる。

## 4. 標準貫入試験の事例解析

標準貫入試験における貫入機構を、重錘落下によって地盤に一樣な初期速度分布が与えられると単純化して以下の解析を実施した。図2に解析に用いた有限要素メッシュを示す。切り欠き部の底面に重錘が落下することによって生じる地盤の塑性変形量を前章の方法によって評価する。

### 4.1 砂質地盤の事例解析

砂質地盤の破壊基準に Extended Mises 則を用いる。しかし、限界状態では土のダイレイタンシーのない Mises 型の構成式を採用し、地盤は平均応力の大きさによって不均質な強度を有する Mises 体として取り扱う。解析から重錘落下による残留変形量を求めて、全変形が 30cm になるために必要な打撃回数  $N$  値を算出する。摩擦性材料では内部摩擦角や拘束圧の大きさによって変形量が異なると予測されることから、内部摩擦角および鉛直有効土被り圧を変えていくつか解析を実施する。

一連の解析結果を図3に示す。 $N$  値は土被り圧に対して線形的に増加する傾向がある。摩擦角の大きいほど土被り圧による  $N$  値の増加は著しい。砂質地盤の場合に粘着力がないと仮定したために、摩擦角の大きさが顕著に  $N$  値～土被り圧関係に反映している。そこで、 $N$  値と室内試験の比較から得られた de Mello の経験式(図4)と比べると、解析で得られた  $N$  値は随分と大きい。標準貫入試験では作業上・機構上の問題から、重錘の貫入エネルギーが完全には地盤の変形で消費されないために、経験式の方が  $N$  値が大きくなることが予測されるのに対して、この傾向は逆転している。しかし、打撃1回

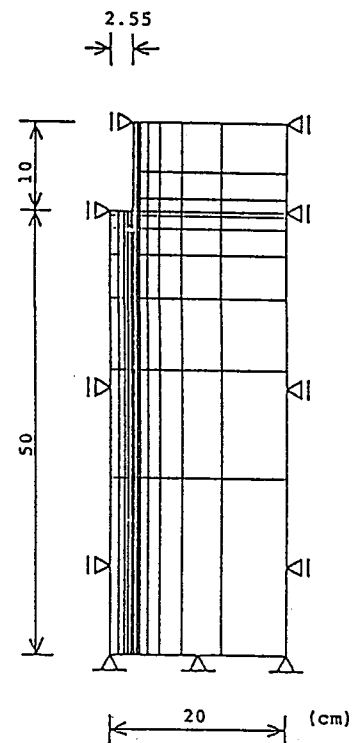


図2 有限要素メッシュ

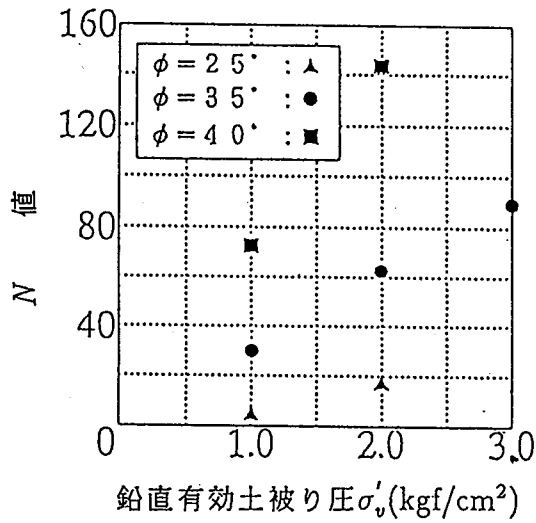


図3 砂質地盤の解析結果

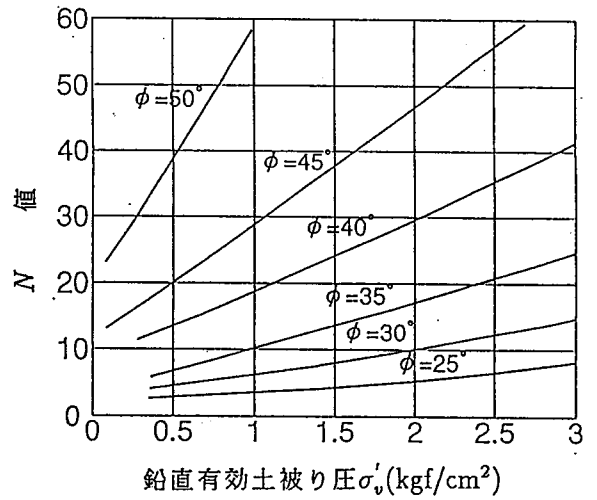


図4 de Melloの経験式

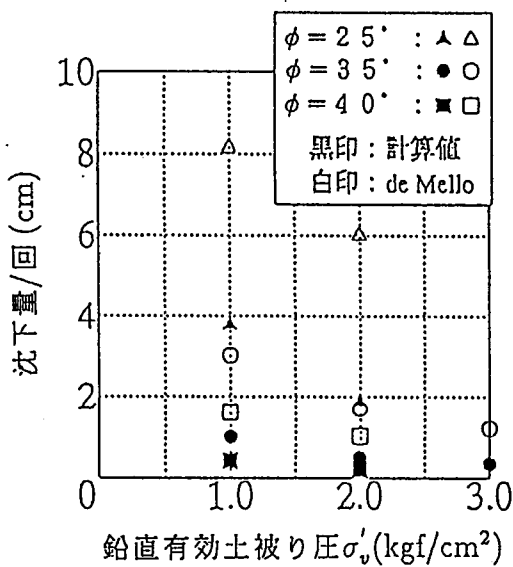


図5 打撃1回あたりの変形量

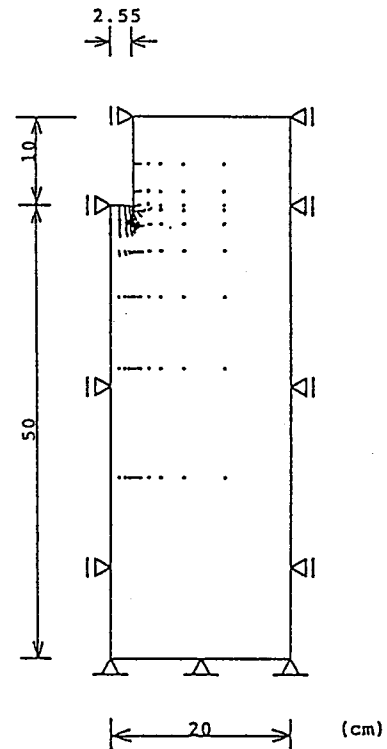


図6 典型的な塑性流れ図

当たりの変形量(図5)で比べてみると、de Mello の経験式と解析結果との間にはN値で評価される程の差異はないように思われる。図6に $\phi = 35^\circ$ 、 $\sigma'_v = 2.0 \text{ kgf/cm}^2$  の際の塑性流れ図を典型例として示す。落下物体の衝撃を受ける部分が局部的に動き、他の部分にはほとんど影響を及ぼしていない。

本解析の結果が大きいN値を与える理由には次の原因が考えられる。

- (1) 通常の土は載荷履歴に応じたダイレイタンスが発生するのに対して、剛塑性理論のように最終状況の変形特性のみを用いて制約条件を与えるのは、変形に関して過度の拘束を課している。
- (2) 深い基礎などでしばしば観測されるように、地盤の一部が局部的に塑性流れを生じていても、その領域を取り囲む領域は健全な弾性体であることが多い。この場合に、塑性変形によって生じる体積変化はこれを取り囲む弾性域の圧縮変形によって吸収される。

## 4.2 粘性土地盤の事例解析

粘性土地盤についても砂質地盤と同様に一軸圧縮強さおよび有効土被り圧を変化させてN値との関係を調べる。降伏関数には Mises 則を用いた。図7はその解析結果である。用いた有限要素メッシュおよび地盤の境界条件は前節と同様である。図では砂質地盤の場合と異なって粘性土地盤の場合に有効土被り圧の影響はほとんどなく、一軸圧縮強さ  $q_u$  と N 値は線形的な関係が得られた。この結果は日本港湾協会の提案式

$$q_u = \left(\frac{1}{2} \sim \frac{1}{4}\right)N \quad (\text{kgf/cm}^2) \quad (16)$$

と同様の傾向である。しかし、係数については解析と経験式の間ではそれほど一致していない。解析上の特徴は、砂質地盤の場合に N 値を過大評価するのに対して、粘性土地盤の場合に N 値を過小評価する点にある。この原因については標準貫入試験のように速い載荷速度の場合に粘性土地盤は非排水的に挙動する。したがって、粘性土地盤の場合には体積に関する拘束条件の影響に代わって、粘性土の強度特性に及ぼす速度効果の影響が大きいと考えられる。

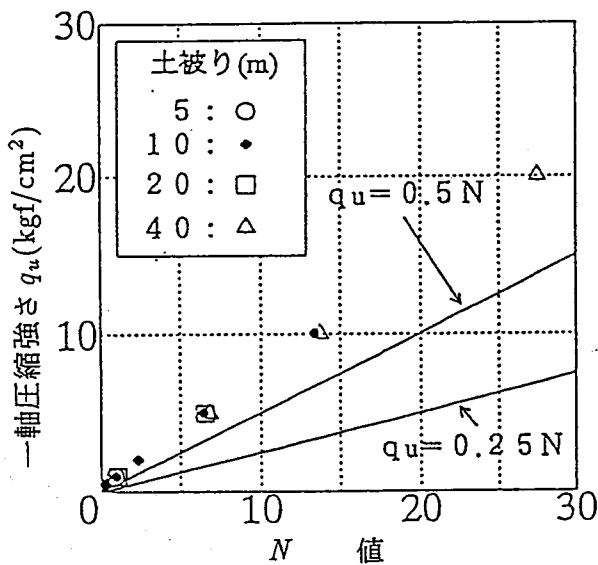


図7 粘性土地盤の解析

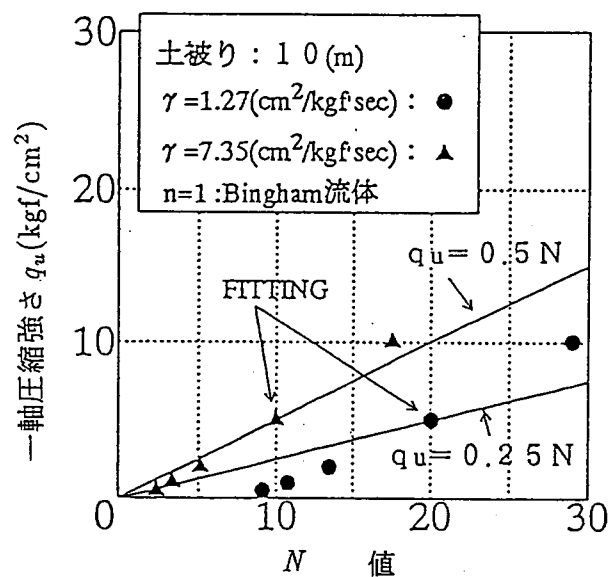


図8 速度効果を考慮した粘性土地盤の解析

## 5. 粘性土の非排水強度に及ぼす速度効果

粘性土地盤の場合に解析で N 値を過小評価する原因には他にも種々の要因を掲げることができる。しかし、粘性土の場合に速度効果による強度増加の影響が最も大きい要因と考えられる。実際に非常に高速なひずみ速度では、粘土の強度がひずみ速度に応じて1～2倍程度増加する実験結果が報告されている(動的高速三軸試験:文献(4)参照)。そこで、本節では速度効果を考慮に入れた構成式(Perzyna型 Mises 降伏関数)を導入して、標準貫入試験の数値シミュレーションを試みた。構成関係は次式のように表される。

$$\dot{\epsilon} = \frac{\dot{\epsilon}}{\sigma} s, \quad \bar{\sigma} = \sigma_0 + \left(\frac{\dot{\epsilon}}{\gamma}\right)^{\frac{1}{n}} \quad (17)$$

ここに、

$$\dot{\epsilon} = \sqrt{\dot{\epsilon} \cdot \dot{\epsilon}}, \quad \bar{\sigma} = \sqrt{s \cdot s} \quad (18)$$

強度定数  $\bar{\sigma}$  (偏差応力のノルム) はひずみ速度のノルム  $\dot{\epsilon}$  に応じて大きくなる。材料定数  $\gamma$  が未知数

であることから、 $q_u = 5 \text{ (kgf/cm}^2\text{)}$  の時の  $q_u \sim N$  値の実験式に斉合するように  $\gamma$  を定める。経験式  $q_u = (\frac{1}{2} \sim \frac{1}{4}) N$  に応じて、材料定数  $\gamma$  は次のように得られた。

$$\gamma = 1.27 \sim 7.35 \text{ (cm}^2\text{/kgf} \cdot \text{sec)} \quad (19)$$

得られた材料定数  $\gamma$  を使って一軸圧縮強さ  $q_u$  の変化による  $N$  値の挙動を調べる。図 8 はその解析結果である。速度効果を導入することによって経験式は比較的よく説明されることが分かる。この解析でひずみ速度効果によってどれほどの強度が発揮されているかを図 9 に示す。図は  $\gamma = 7.35 \text{ (cm}^2\text{/kgf} \cdot \text{sec)}$ 、一軸圧縮強さ  $q_u = 2 \text{ (kgf/cm}^2\text{)}$ 、 $n = 1$  の事例である。速度効果のない場合の強度定数である  $\sigma_0 = 2.7 \text{ kgf/cm}^2$  に対して、強度は重錘落下直下の一部で最大 4 倍程度になった。しかし、大部分は 1 ~ 2 倍の強度となって、動的高速試験の実験結果とほぼ一致している。図 9 は地盤のひずみ速度効果による強度分布図であるが、同時にひずみ速度の分布図とも解釈できる。図では、 $\dot{\epsilon}$  が最大  $6172 \text{ \% / sec}$  であるが、大部分は  $1980 \text{ \% / sec}$  程度となった。

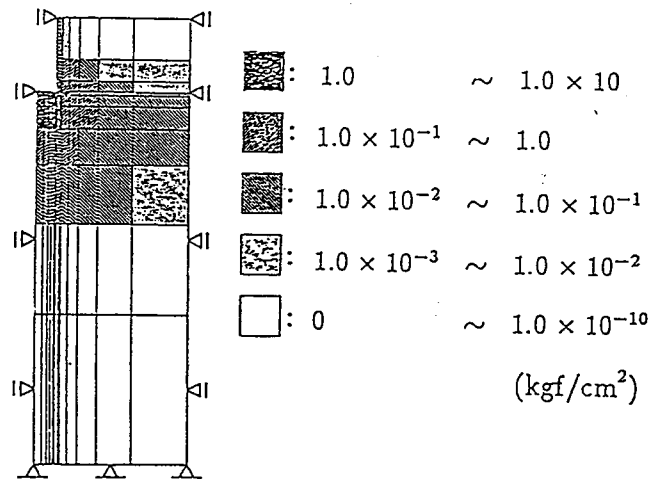


図 9 地盤内の破壊時  $\frac{e}{\gamma}$  分布

## 6. おわりに

重錘の落下による運動エネルギーを考慮して、地盤の変形量を求める方法を提案し、標準貫入試験の事例解析を行った。その結果、砂質土の場合に  $N$  値は土被り圧に対して線形的な関係が得られ、de Mello の経験式と同様の結果が得られた。しかし、de Mello の経験式と比べると  $N$  値を過大評価する傾向となった。粘性土地盤の場合には土被り圧に無関係に、 $q_u$  と  $N$  値は 1 対 1 の対応関係のあることが分かった。これは日本港湾協会の経験式とやはり、一致する傾向となった。しかし、粘性土の場合には本解析による  $N$  値は日本港湾協会の経験式と比べて過小となり、この傾向は砂質土の場合と逆である。この原因については種々の要因を考えることができるが、粘性土の場合にダイレイタンスーについての影響がそれ程ないことから、粘性土の強度に及ぼす速度効果の影響が大きい。そこで、粘性土の速度効果を考慮した解析を実施したが、 $q_u \sim N$  値は経験式と比較的一致する結果となった。解析における地盤のひずみ速度レベルも動的高速試験の実験結果とほぼ斉合した。

## 参考文献

- (1) Martin J.B.: "Impulsive Loading Theorems for Rigid-Plastic Continua," Proc. Eng. Mech. Div. ,ASCE, 90, (EM5), pp.27-42, 1964.
- (2) de Mello,V.: "The Standard Penetration Test / A State-of-the Art Report," 4th Pan Am Conf.on SMFE, Puerto Rico, Vol.1, pp.1 - 86, 1971.
- (3) 田辺昭博、大塚悟、松尾稔: "標準貫入試験による  $N$  値の力学的考察"、第29回土質工学研究発表会概要集, pp. 1121 - 1124, 1994.
- (4) Schimming,A.M.,Haas,H.J.and Saxe, H.C.: "Study of Dynamic Failure Envelopes," Proc. A.S.C.E., Vol.92, SM2, pp.105-124,1966.