

名古屋大学工学部 正会員 浅岡 顕
 名古屋大学工学部 正会員 中野 正樹
 名古屋大学大学院 学生会員 野田 利弘

1. はじめに

軟弱地盤の土質工学では粘土の破壊前の挙動¹⁾と並んで、粘土の「破壊後の挙動」も同じように重要である。摩擦杭や複合地盤の砂杭打設後の杭間粘土の“set-up”、あるいは「サンプリングによる乱れ」などいくつも事例が挙げられる。そして、破壊後の挙動も破壊前の挙動と同じく水～土骨格連成問題として解かなければならない。

本論文では、練り返し粘土に限定して、一旦破壊した粘土がもとの粘土に比べて強度が大きくなったり、あるいは小さくなったりする問題を、実験とカムクレイモデルを用いた水～土骨格連成解析によって調べる。

2. 水～土骨格連成解析の支配方程式

(1) 力のつり合い式

構成式が増分型で与えられるため、力のつり合い式も速度型で書く必要が生じる。ここでは、矢富ら²⁾の定式化に従い次式で書く。ただし、自重(物体力)は除く。

$$\left(\int_V \operatorname{div} T dv \right) = \int_V \operatorname{div} \dot{S}_i dv = 0 \quad , \quad \dot{S}_i = \dot{T} + (\operatorname{tr} D) T - T L^T \quad (1)$$

ここに、 \dot{S}_i は全公称応力速度、 T は全(コーシー)応力テンソル(引張を正)、 L は土骨格の速度勾配テンソル(下式(4))で、 D は L の対称成分(ストレッチングテンソル)である。

(2) 有効応力

土全体に作用する全応力 T を有効応力 T' (引張を正)と間隙水圧 u (圧縮を正)とに分ける。

$$T = T' - uI \quad (2)$$

ここに、 I は等方テンソルである。

(3) 土骨格の構成式

有効応力速度 \dot{T}' を D の線形関係で与える(増分線形則)。

$$\dot{T}' = L [D] \quad , \quad \dot{T}' = \dot{T}' + T' \Omega - \Omega T' \quad , \quad \Omega = \dot{R} R^T \quad (3)$$

ここに、 \dot{T}' は、Green-Naghdiの速度³⁾で、 R は変形勾配 F を極分解したときの回転。

(4) 適合条件式

D の6成分間の制約条件式の代りに、ここでは単に速度勾配テンソル L の定義のみを示す。

$$L = \operatorname{grad} v = \frac{\partial v}{\partial x} \quad (4)$$

ここに、 v は土骨格の変位速度ベクトル、 x は空間表示の位置。

(5) 水～土骨格連成式

式(2)により場の未知数が1つ増えるが、①毎時の土骨格の圧縮・膨張量は毎時の土骨格に出入りする水

の量に等しく(混合体の連続条件)、かつ、②水の平均的な流速がこの平均的な流速 v' がダルシー則から決まるものとしてつぎの2式を連立させてこれを補う。

$$\left(\int_v dv \right) = \int_v \text{tr} D dv = - \int_a v' \cdot n da \quad , \quad v' = -k \frac{\partial h}{\partial x} = - \frac{k}{\gamma_w} \frac{\partial u}{\partial x} \quad (5)$$

ここに、 n は境界に立てた外向き単位法線ベクトル、 k は透水係数、 h は全水頭、 γ_w は水の単位体積重量である。 v' が土骨格と水の相対速度であり k がスカラーであるため、式(5)₂は客観性を有している。

(6) 境界条件

3軸供試体の4分の1断面を対象とした以下の計算において、上端ではrigid-roughの境界条件で軸変位速度を与えて反力としての荷重を求める。他方、セル圧一定($t = cn$, c は一定)の応力境界では、境界の伸縮等の影響が含まれる公称表面力速度 \dot{s}_t と境界の微小面積 da の積がその定義から、

$$\dot{s}_t da = (t da) = c(n da) = c\{(\text{tr} D)I - L^T\} n da \quad (6)$$

のように表されることになるので、 n をイタラティブに考慮しつつ荷重増分を求める。

(7) 有限要素法の適用

①力のつり合い式の弱形式：式(1)に、有効応力原理を適用し、適合条件式等を加味すれば、有効応力 T' 、その速度 \dot{T}' および間隙水圧 u を用いて力のつり合い式の弱形式は次式となる。

$$\int_v \left\{ \dot{T}' \cdot \delta D + (\text{tr} D) T' \cdot \delta D - T' L^T \cdot \delta L - u (\text{tr} D) (\text{tr} \delta D) + u L^T \cdot \delta L \right\} dv - \int_a \dot{u} (\text{tr} D) dv = \int_a \dot{s}_t \cdot \delta v da - \int_v (\Omega T' - T' \Omega) \cdot \delta D dv \quad (7)$$

ここに、 δv , δL , δD はそれぞれ、境界条件を満足するような仮想的な変位速度とそれから得られる仮想的な速度勾配テンソルとストレッチングテンソルである。この論文では、有効応力速度としてGreen-Naghdiの速度 \dot{T}' を用いてスピン Ω を含む項を等価な節点力として処理するため、式(7)右辺第2項が現れる。これ以外にKirchhoff応力やCauchy応力のJaumann rateを用いる場合は、この付加項を左辺に移項できて、土骨格の剛性マトリクスの中にも含めることもできる。したがって、応力速度の選択によって見掛け上弱形式の形が異なり、土骨格の剛性マトリクスの意味合いが曖昧になるが、本報告の3軸圧縮試験のシミュレーションでは、応力速度のちがいによる計算結果に有意な差はほとんど生じなかった。また、有効応力原理の適用によりこの土骨格の剛性マトリクスの中に間隙水圧 u が含まれ、背圧が粘土の硬さに影響するよう見えるが、背圧の影響はない⁴⁾。

②水～土骨格連成式の有限要素モデル：式(5)の2式を考慮して、要素中心に過剰水圧を代表させる、いわゆるChristian・田村⁵⁾の物理モデルを拡張して用いた。

①、②の有限要素計算において、要素には4節点アイソパラメトリック要素を、時間軸には後退差分を用い、変位ステップごとにBマトリクスを更新するとともに、 T' , u , Ω , n に関する非線形項は各ステップでイタラティブに収束させた。

3. カムクレイモデルと負荷基準

構成式 降伏関数 F をつぎのスカラー値等方関数で表すことにする。

$$F = f(q, p', p_0') + \int_0^t J \text{tr} D^p dt = MD \ln \frac{p'}{p_0'} + D \frac{q}{p'} + \int_0^t J \text{tr} D^p dt = 0 \quad (8)$$

ここに、 D^p は D の塑性成分 ($D = D^e + D^p$, D^e : D の弾性部分) で、 $-\int_0^t J \text{tr} D^p dt$ が塑性履歴を表している。また、 $p' = -\text{tr} T'/3$, $q = \sqrt{3S \cdot S/2}$, $S = T' + p'I$ 。限界状態線の傾き、 $D = (\bar{\lambda} - \bar{\kappa})/M/(1+e_0)$, $\bar{\lambda}$: 圧縮指数、 $\bar{\kappa}$: 膨潤指数) はダイレイタンス係数で、 e_0, p_0' は飽和粘土の初期等方圧密状態での間隙比と平均有効応力。

D^e には増分フック則、また D^p には関連流れ則を仮定し、それぞれ次式で表す。

$$D^e = E^{-1} \dot{T}', \quad D^p = \lambda \frac{\partial f}{\partial T'} \quad (\lambda > 0) \quad (9)$$

ここに、 E は弾性係数テンソル、 λ は塑性乗数である。乗数 λ については式(8)の物質時間微分をとって式(9)₂から $\text{tr} D^p$ を計算することにより、つぎのような \dot{T}' による表現と、 D による表現がそれぞれ得られる。

$$\lambda = \frac{\frac{\partial f}{\partial T'} \cdot \dot{T}'}{-J \text{tr} \frac{\partial f}{\partial T'}} \quad , \quad \Lambda (= \lambda) = \frac{\frac{\partial f}{\partial T'} \cdot ED}{-J \text{tr} \frac{\partial f}{\partial T'} + \frac{\partial f}{\partial T'} \cdot E \frac{\partial f}{\partial T'}} \quad (> 0) \quad , \quad J = \det F \quad (10)$$

式(9)₂に着目して式(9)₁の逆を取ることに、カムクレイモデルの構成式は、次式で計算される。

$$\dot{T}' = ED - \Lambda E \frac{\partial f}{\partial T'} \quad (11)$$

負荷基準 $\Lambda > 0$ ・・・負荷(硬化、中立負荷または軟化)状態、 $\Lambda < 0$ ・・・除荷(ないし弾性)状態に着目する。このとき、式(9)₂の分母は通常正である⁴⁾から、この負荷基準は Λ の分子 $\frac{\partial f}{\partial T'} \cdot ED$ から与えられる。これは文献6), 7)での記述とも一致する。この負荷状態をさらに詳しく調べるために、式(9)₁の λ に戻る。カムクレイモデルの降伏関数、式(8)のもとで λ (の特に分母)は次式で書かれる。

$$\lambda = \frac{\frac{\partial f}{\partial T'} \cdot \dot{T}'}{J \frac{D}{p'^2} (Mp' - q)} \quad (\lambda > 0) \quad (12)$$

この分母の正負は $p' \sim q$ 座標での限界状態線 $q = Mp'$ の上下で符号が逆転する。したがって、負荷状態($\Lambda = \lambda > 0$)を考えるとときには分子も $q = Mp'$ の上下で同じように符号が逆転しなければならない。つまり、

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial T'} \cdot \dot{T}' > 0 & \cdots q = Mp' \text{の下側で硬化} \\ \frac{\partial f}{\partial T'} \cdot \dot{T}' < 0 & \cdots q = Mp' \text{の上側で軟化} \end{aligned} \quad (13)$$

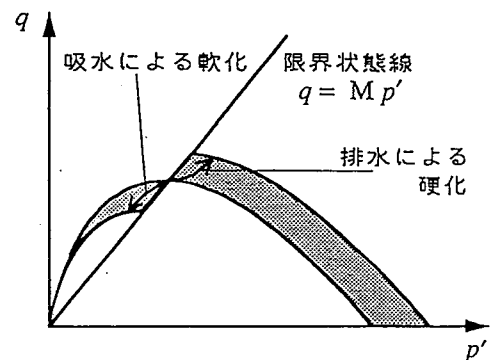


図1 限界状態と硬化・軟化

ところが、あらためて λ の表式、式(9)₁を見れば分母の量は $\lambda > 0$ のもとで式(9)₂から $-\text{tr} D^p$ に比例している。すなわち、限界状態線の上側では吸水により軟化が、下側では排水により硬化が生じることになる。これを図1に示した。文献8)には限界状態の上側で塑性不安定(軟化)が生じること、また文献9)にはカムクレイモデルが硬化・軟化両対応のモデルであることが述べられている。

4. 非排水3軸圧縮試験

上下端に摩擦のある剛なベDESTALを介し、側圧一定のもとで、変位制御(軸変位速度一定)の非排水3軸圧縮試験を考える。非排水3軸試験は、(軸変位速度や側圧など、境界条件が明確な)「境界値問題」になっている。境界非排水でも載荷が遅いときには、速いときに比べ、供試体内で十分に間隙水の移動(マイグレーション)が起こり、供試体内に吸水域と排水域が生じるため、比体積(1+e, e: 間隙比)は不均質に分布する。このとき、間隙水圧は一様な分布に近づく。そこでここでは、マイグレーションが十分起き、供試体内の比体積分布の不均質性が発展する、すなわちゆっくり軸変位を与えた場合をとりあげる。

最初に、計算例を示す。側圧3.0kgf/cm²で等方圧密された直径35mm、高さ80mmの供試体を、境界非排水、背圧2.0kgf/cm²、軸変位速度9.1×10⁻³%/minで軸変位が最初の高さの30%まで圧縮してゆく。表1に解析に用いたパラメータを図2～図4に供試体内の土エレメントの典型的な様子を示す。図中の縦軸、横軸その他の記号の説明はまとめて表2に示す。また、供試体4分の1断面図には○を用いてエレメントの位置を示している。

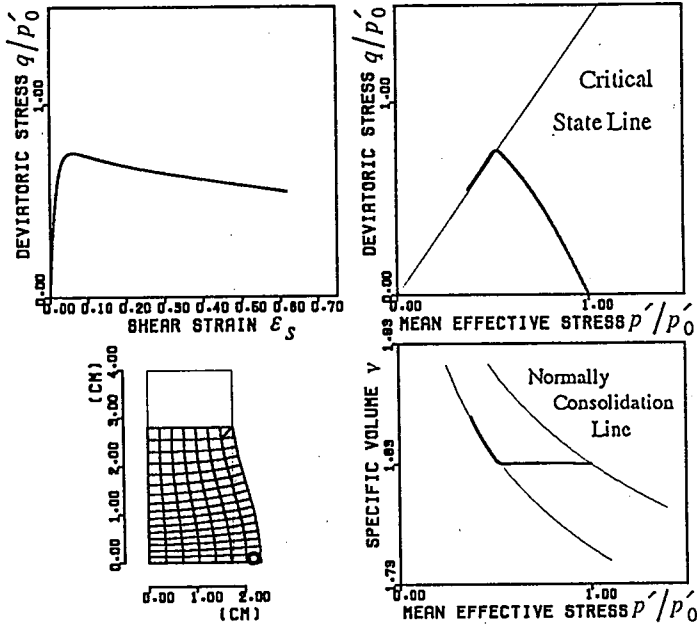


図2 土エレメントの挙動1

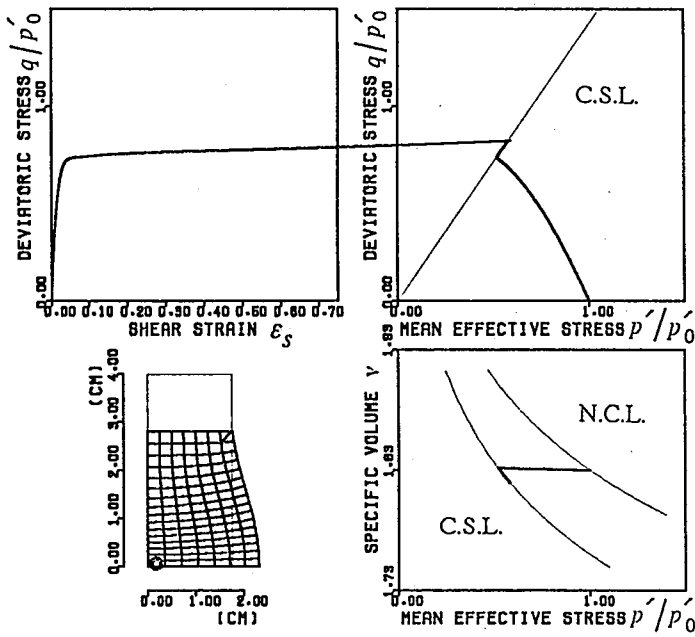


図3 土エレメントの挙動2

表1 材料定数

$\bar{\lambda} = 0.11$
$\bar{\kappa} = 0.04$
$M = 1.42$
$e_0 = 0.83$
$p'_0 = 3.0 \text{ kgf/cm}^2$
ポアソン比
$\nu = 0.3$

表2 記号等の説明

Mean effective stress :

$$p'/p'_0, p' = -\text{tr}T'/3$$

(初期平均有効応力 p'_0 で正規化している)

Deviatoric stress :

$$q/p'_0, q = \sqrt{3S \cdot S}/2$$

$$S = T' + p' \cdot I$$

(p'_0 で正規化している)

Excess pore pressure :

$$u/p'_0$$

(p'_0 で正規化している)

Specific volume :

$$v = 1 + e$$

$$= v_0 \det F$$

e : 間隙比

v_0 : 初期比体積

F : 変形勾配テンソル

Shear strain :

$$\epsilon_s = \sqrt{2e' \cdot e'}/3$$

$$e' = e - \text{tr}e/3 \cdot I$$

$$e = (I - B^{-1})/2$$

$$B = FF^T$$

間隙水の十分な移動にともない、間隙水圧の上昇は場所的に一様になる(図は省略)が比体積は図の中央下のようにエレメントごとに不均質になる。比体積の推移は図2~図4の右下の図に示すが、その上の図と見比べると、図2に示すエレメントでは限界状態に達したのち吸水軟化を、図3に示すエレメントでは排水硬化をしている様子が見て取れる。その結果、供試体の中のわずかな位置の違いで、水の出入りに伴って、エレメントが発揮している強度 q に大きな差が生じていることが分かる。また、図4は供試体端部ペダスタル中央直下の、ほぼ45°円錐クサビ内の様子であるが、エレメントは最初負荷状態にあったものが大変位後に除荷・弾性域にはいる。これは限界状態に達する以前にこのエレメントにまわりから水が供給されたためである。限界状態線の上側、下側で軟化、硬化が起こっているのは前に述べた通りで、吸水軟化は一旦破壊した粘土が限界状態にある粘土にのみ起こる。図5には供試体が初期高さの83%まで圧縮されたときの比体積の供試体内での分布を示している。

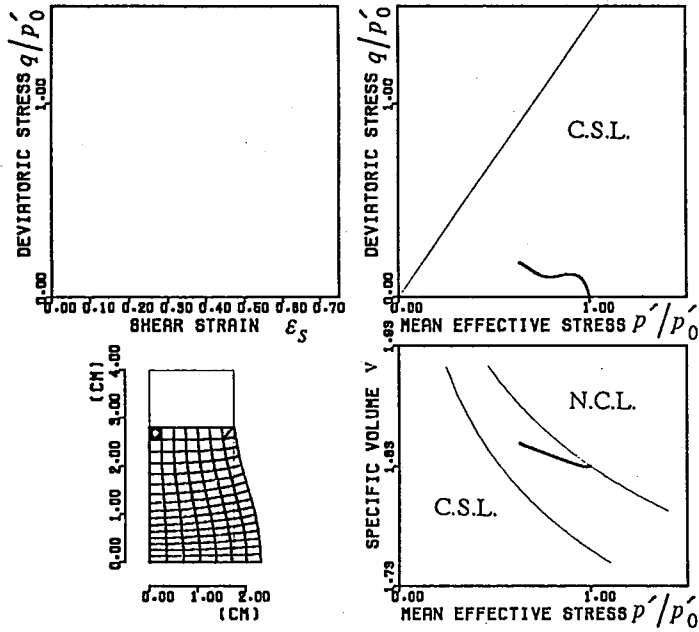


図4 土エレメントの挙動3

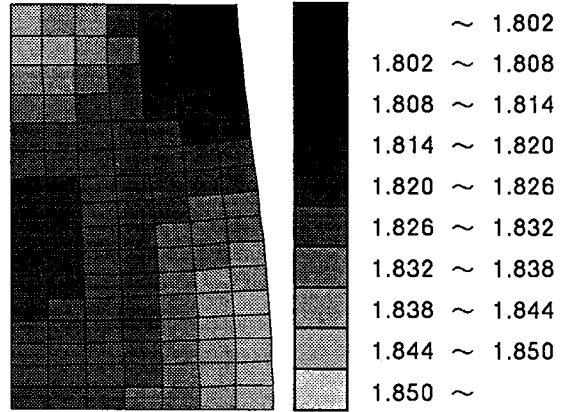


図5 比体積の測定結果 (計算)

繰り返し川崎粘土を用い、同程度の軸変位速度で行った非排水3軸圧縮試験による結果を図6と図7に示す。図2～図5はそのシミュレーションであるが、図5に対応する実験での、比体積の測定結果を図6に示す。なお、図5が供試体4分の1断面を示しているのに対し、図6は供試体全断面を示しているのに注意する。

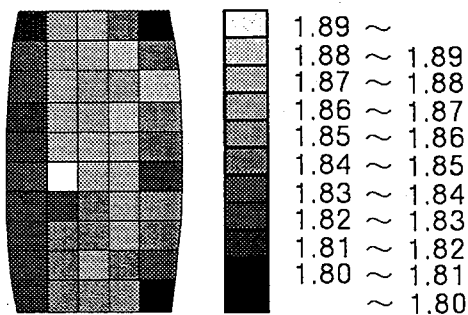


図6 比体積の測定結果 (実験、川崎粘土)

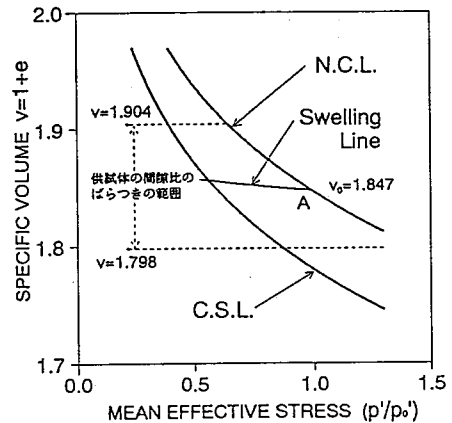


図7 $v \sim p'$ 関係

図7は図6のデータを v (比体積) $\sim p'$ 図上に整理したものである。図中のA点は初期状態だがこのA点からの弾性膨潤だけでは達しえない比体積にまで供試体の一部が膨潤していることがわかる。この理由は、図1に示したように限界状態線を越えた上での吸水軟化によるものと考えられる。

5. 3軸供試体による“Set up”問題の実験と解析

非排水的に破壊された粘土が、過剰水圧の消散によって再び地盤材料として蘇ってくる問題を、ここでは3軸試験機による実験と解析で調べることにする。杭などで“Set up”と呼ばれたりしている問題である。

実験の手順は図8中に示した。この図は繰り返し川崎粘土の実験結果だが、図でA点からB点までは非排水3軸圧縮試験、B点からC点までは軸変位を固定して排水コックを開放する過剰水圧の消散過程、C点からD点までは再び排水コックを閉じた2度目の非排水3軸圧縮試験である。非排水せん断は4.と同じ遅い速度で

なされ十分なマイグレーションが起こっている。それで供試体全体として見掛けの有効応力経路が描けるが、これを図9に示した。ただしB点からC点までの圧密過程では間隙水圧が一様でないため、供試体をエレメントとは見なしえず、実験からではたとえ近似的にせよ、応力パスは描けない。

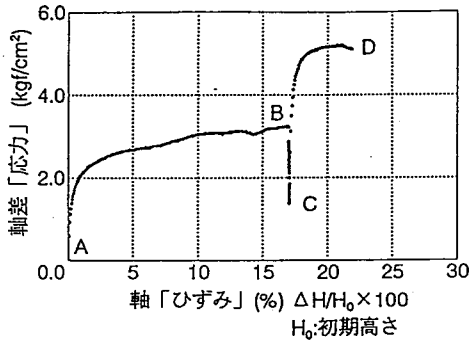


図8 荷重～変位関係 (実験)

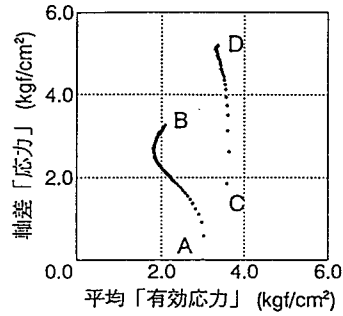


図9 応力パス

圧密過程の様子は計算で調べられる。マイグレーションが十分起きる条件下で行った計算の供試体中央部の挙動を図10と図11に示す。1回目の非排水載荷は図5、6と同様だが、供試体の軸ひずみが17%に達したところで軸変位を止め排水させる。この排水の間はせん断応力 q のリラクゼーションが生じ、両エレメントとも除荷、弾性域に入りながら圧縮が始まっている(除荷による圧密!)。しかしやがて応力経路は再度降伏曲面に達し、応力比 q/p' は依然低下しながらも平均有効応力 p' を増加させつつ降伏曲面を押し広げて粘土を硬化させている。

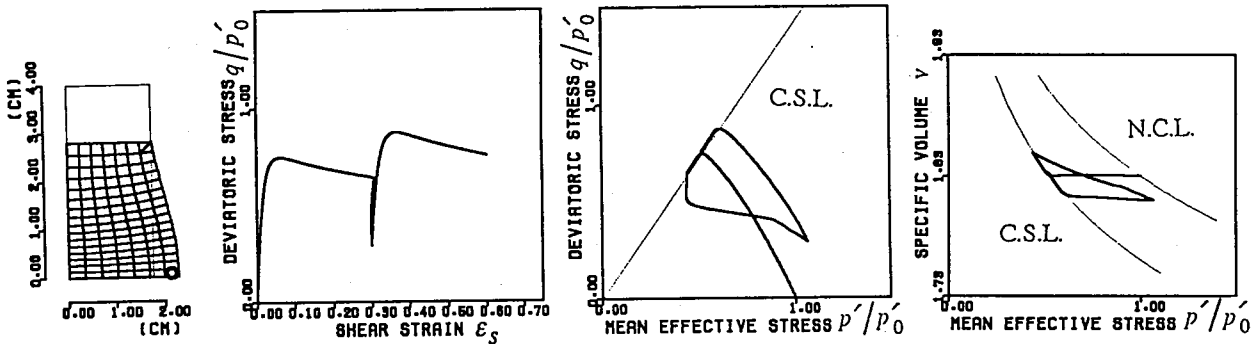


図10 土エレメントの挙動1

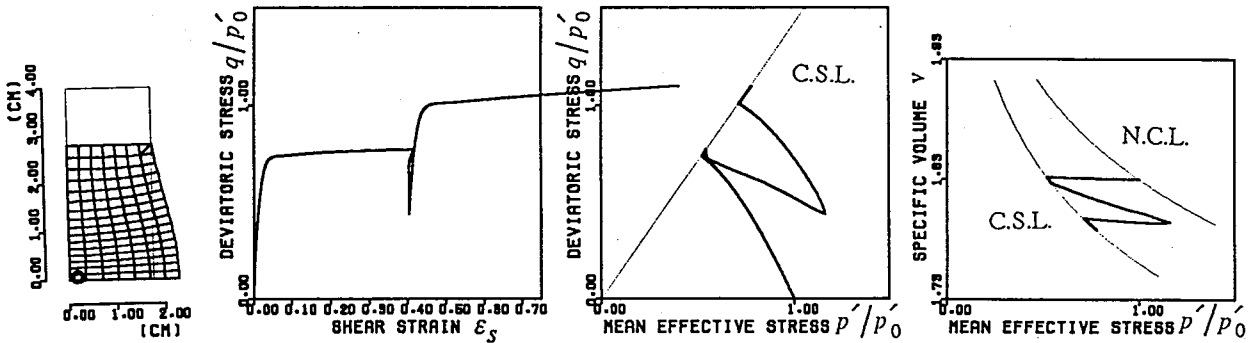


図11 土エレメントの挙動2

2度目の非排水せん断では軟化・硬化の程度が著しく、強度のばらつきは1度目よりさらに大きくなる。これは現場実測の事例¹⁰⁾でも認められる。非排水的な破壊の後、圧密によって再度蘇ってきた粘土は、全体として(平均の)強度は上がりつつも、強度の不均質性も同じように高まっていることは古くから経験的に知られていた¹¹⁾。

6. 粘土のAnnealのシミュレーション

限界状態を越えた上での、粘土の吸水軟化挙動に着目する。

これにより、せん断試験後に粘土の物性(応力状態と比体積)がもとに戻るような応力径路を有する粘土を計算で作製する。作製方法は、図12に示す4分の1断面および境界条件を有する3軸供試体(1要素、1辺が1cm)に対して4ステップで行う水～土骨格連成解析による。なお、材料定数は前述と同様で、初期平均有効応力 2.0kgf/cm^2 で行った例を示す。

作製方法

ステップ① 非排水せん断過程：境界を非排水にしたまま、軸変位速さ $v_a=4.0\times 10^{-6}\text{cm/sec}$ で鉛直「ひずみ」(=変位/初期供試体高さ)が20%になるまでせん断する。

ステップ② 吸水せん断過程：上端を吸水境界として、内部に発生する過剰水圧よりも、周囲の水圧を高く保ったまま軸変位速さ v_a でせん断し続ける。このとき、ダルシー則にしたがって水がエレメントの中に入ることができる。一旦周囲の水圧を上げて、供試体内の過剰水圧が周囲の水圧と比べて差がほとんど無くなるまでその水圧を固定し、水圧がつりあえば新たに周囲の水圧を上げる。ここでは鉛直「ひずみ」10%おきにこの水圧増分を 0.05kgf/cm^2 ずつ与え、鉛直「ひずみ」が80%になるまでこの操作を繰り返す。

ステップ③ 非排水除荷過程：再度、粘土供試体を非排水条件にし、 q がほとんどゼロになるまで、軸変位速さ $v_a'=4.0\times 10^{-7}\text{cm/sec}$ で上端を上げてゆく。

ステップ④ 等方圧密過程：上端を排水条件にし、供試体内の過剰水圧がゼロ、すなわち間隙水圧が背圧と等しくなるまで圧密計算を行う。計算では上端も応力境界になるのでこれに注意する。

作製粘土

図13に粘土が辿ったパスと、図14にその p' ～ q ～ v 空間での概念図を示す。最初、非排水せん断によって限界状態に達した粘土(ステップ①)が、さらに吸水せん断を受ける。このため、 p' ～ q 座標で限界状態線の上側に沿って軟化しつつ比体積が大きくなり、降伏曲面が初期圧密時よりも小さくなっている(ステップ②)。その後の非排水除荷によって弾性状態になり、過剰水圧のみが粘土中に蓄積される(ステップ③)。この状態から等方圧密によってこの粘土は、膨潤曲線上(弾性圧密)と正規圧密曲線上(弾塑性圧密)を辿り、圧密終了時には最初とほぼ同じ物性(応力状態と比体積)を持った粘土に蘇っている。「処女圧縮曲線」とまで呼ばれた正規圧密曲線を同じ粘土が辿っている(ステップ④)ことになる。

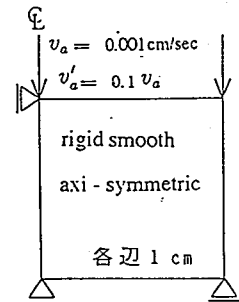


図12 3軸供試体(1要素)

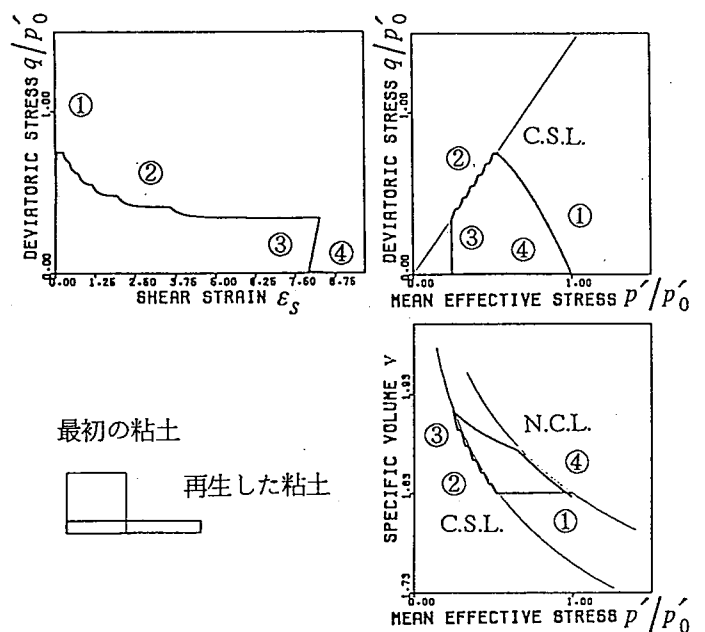


図13 供試体の挙動

7. おわりに

練り返し粘土に限定して実験と水～土骨格連成解析によって、壊れて限界状態近傍にある粘土の挙動を調べた。

前半では、3軸圧縮試験といえども、「エレメント試験」ではなく、供試体内に発生する間隙水のマイグレーションに伴って、硬化域・軟化域・除荷域が同時に生じ、きわめて複雑な強度分布を示すことが分かった。つまり、壊れて限界状態近傍にある粘土は、(全体を解いてみてはじめて決まるのであるが、)まわりとの水のやりとり次第で、強くなったりも弱くなったりもすることがわかった。

後半では吸水軟化挙動に着目して水～土骨格連成解析手法を用い、元と同じ物性を有する粘土を作製した。これは、水を与えつつ粘土をミキサーでかき混ぜ(壊し)、その後圧密によって練り返し粘土供試体を作製することを考えれば、別段新しいことではなく、また粘土には「自癒性」があると言われていることに対応している。

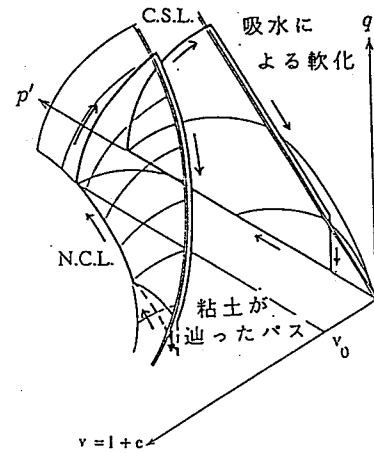


図14 $p' \sim q \sim v$ 空間で粘土が通った径路

参考文献

- 1) Atkinson, J. H. and Bransby, P. L.: Behaviour of soils before failure, Chap. 13, The Mechanics of Soils, McGRAW-HILL, 1978.
- 2) Yatomi, C., Yashima, A., Iizuka, A. and Sano, I.: General theory of shear bands formation by a non-coaxial Cam-clay model, Soils and Foundations, Vol. 29, No. 3, pp. 41-53, 1989.
- 3) Green, A. E. and Naghdi, P. M.: A general theory of an elastic-plastic continuum, Arch. Ratl. Mech. Anal., Vol. 18, pp. 251-281, 1965.
- 4) Asaoka, A., Nakano, M. and Noda, T.: Soil-water coupled behaviour of saturated clay near/at critical state, Soils and Foundations, under contribution.
- 5) 赤井浩一・田村 武: 弾塑性構成式による多次元圧密の数値解析, 土木学会論文集, 第269号, pp. 95-104, 1978.
- 6) Hashiguchi, K.: Subloading surface model in unconventional plasticity, Int. J. Solids Struct., Vol. 25, pp. 917-945, 1989.
- 7) Zienkiewicz, O. C. and Taylor, R. L.: The Finite Element Method, Vol. 2, 4th ed., McGRAW-HILL, 1991.
- 8) Schofield, A. N. and Wroth, C. P.: Critical State Soil Mechanics, McGRAW-HILL, 1968.
- 9) 西村直志: 土木工学ハンドブック I, 土木学会, 技報堂出版, 1989.
- 10) 岡田靖夫・柳生忠彦・幸田勇二: 低置換サンドコンパクション工法による改良地盤の現地破壊実験, 土と基礎, Vol. 37, No. 8, pp. 57-62, 1989.
- 11) Matsuo M. and Asaoka A.: Statistical model identification of undrained strength of saturated clays, Proc. 9th ICSMEE Specialty Session No. 6, pp. 1-39, 1977.