

弾塑性構成式を用いた地盤の浸透破壊解析

岐阜大学工学部 正会員 岡 二三生 岐阜大学工学部 正会員 八嶋 厚
岐阜大学大学院 正会員 加藤 満 株式会社鴻池組 正会員 中島 豊
(株鴻池組)

1. はじめに

近年、地下空間の有効利用や大深度地下構想が注目されているが、地下構造物の建設に伴う掘削工事では、ボーリングやヒーピングなどの浸透破壊現象に対する安全性が常に要求される。実際、地下水対策の良否が工事全体の成否を左右することも少なくない。

従来、このような浸透破壊現象の予測方法としては、TaylorやTerzaghiの限界動水勾配、そしてJustinの限界流速といった理論式が最も多く用いられてきた。また、数値解析法では、土を無変形剛体として浸透水の流れのみを解析する手法が多く提案されてきた。しかし、これらは全て時々刻々と変化する地盤の応力あるいは変形に基づく破壊条件によらないものである。近年、応力変化と浸透現象を同時に考慮した連成あるいは非連成解析手法が提案されているが、土を弾性体と仮定するものがほとんどであり、間隙水圧が蓄積してゆく過程での塑性変形を考慮できるものは非常に少ない。西垣ら¹⁾の調査(1989)によれば、弾塑性構成式を用いた解析法の研究は山上ら(構成式;西・江刺モデル)に代表される数例のみである。これは、そのような土の挙動を正確に表現する構成式自体が研究段階にあることやその取扱いが非常に複雑であること、計算機の能力や経費を勘案すると必ずしも実用的でなかったことなどに起因している。そのような背景から、著者らは、より応用しやすく高精度な構成式の研究^{2) 3)}を行ってきた。また、最近の大型計算機の急速な発達には広く認められるところであり、構成式研究の進歩と相まって上記の問題が解決されつつあるといえる。そこで、本稿では、土質試験などによる地盤情報に基づく詳細検討が可能なFEM連成解析法(有効応力法)を開発・提案し、従来の簡易的手法や実験結果を用いた検証やモデル地盤を用いたシミュレーションを通して浸透破壊問題に対する適用性を検討する。本解析手法では、間隙水圧の蓄積による地盤の破壊への漸近を浸透破壊現象の主要なメカニズムとして捉えており、従来にはあまり行われていなかった初期状態から最終破壊状態に至るまでの変形や間隙水圧の蓄積などを数値解析的に再現できる。

2. 解析法について

(1) 定式化

定式化は、Biotの二相混合体理論に立脚した支配方程式を、空間的には有限要素法、時間的には差分法で離散化することによって行った。連成解析における未知数は、変位 \mathbf{u} と間隙水圧 p ($\mathbf{u}-p$ 定式化)であり、間隙水の体積弾性係数 K_f を与えることによって間隙水の圧縮性(間隙水中の気泡の存在)を考慮できる。ここでは間隙水中の気泡の存在を三相(固相・液相・気相)としては取り扱っていない。つまり、間隙水と気泡の相対変位は無いものとし、間隙水のみかけの圧縮性を増加(体積弾性係数を低下)させることで、気泡の存在、不飽和の影響を考慮している。つりあい式と連続式から誘導される各要素についての最終的な連成支配方程式は次のようになる。

$$\text{(つりあい式)} \quad [\mathbf{K}] \{\Delta \vec{\mathbf{u}}_{t+\Delta t}\} + \{\vec{\mathbf{K}}_v\} p_{t+\Delta t} = \{\Delta \vec{\mathbf{F}}_{t+\Delta t}\} + \{\vec{\mathbf{K}}_v\}^T p_t \quad \dots \textcircled{1}$$

An analysis of seepage failure of ground using elasto-plastic constitutive equation ;
Fusao Oka, Atsushi Yashima, Mitsuru Kato (Gifu University)
and Yutaka Nakajima (Konoike Construction Co., Ltd.)

$$\begin{aligned}
 (\text{連続式}) \quad & \{\vec{K}_v\}^T \{\Delta \vec{u}_{t+\Delta t}\} + \left(\frac{k}{\gamma_w} \Delta t \alpha - \int \frac{n}{K_f} dv \right) p_{t+\Delta t} - \frac{k}{\gamma_w} \Delta t \alpha_i p_{i,t+\Delta t} \\
 & = - \int \frac{n}{K_f} p_i dv \quad \dots \textcircled{2}
 \end{aligned}$$

ここに、 p : 間隙水圧, k : 透水係数, γ_w : 水の単位体積重量, α : 要素辺の長さで表される係数 ($= \sum_{i=1}^4 \alpha_i$ (四角形要素の場合)), n : 間隙率, t : 時間, Δt : 時間増分である。

(2) 砂の構成式

砂の構成式は、繰返し荷重下における塑性ひずみと間隙水圧の蓄積をより正確に表現できるものが望ましい。ここでは、この条件を満足するものとして、既に著者ら³⁾が提案している繰返し弾塑性構成式を導入する。この構成式は、(a)微小ひずみ、(b)弾塑性理論、(c)非関連流動則、(d)過圧密境界面、(e)非線形移動硬化則の基本的仮定を用いて誘導している。また、入力パラメータが少なく応用しやすいという特長を有しており、既に報告されているように、地震時液状化解析⁴⁾や波浪時海底地盤液状化解析⁵⁾にも用いられるなどその適用範囲は広い。

本構成式は次のように誘導される。まず、正規圧密領域 ($f_b \geq 0$) と過圧密領域 ($f_b < 0$) を規定する過圧密境界面 ($f_b = 0$) を次式で定義する。

$$f_b = \overline{\eta}_{(0)}^* + M_m^* \ln(\sigma_m' / \sigma_{mb}') = 0 \quad \dots \textcircled{3}$$

ここに、 $\overline{\eta}_{(0)}^*$ は異方圧密終了時と現時点との相対応力比、 M_m^* はせん断変形過程において最大圧縮体積ひずみの発生する時点での応力比、 σ_m' は平均有効応力である。 σ_{mb}' は異方圧密終了時の平均有効応力 $\sigma_{mb,i}'$ を用いて次のように表される。

$$\sigma_{mb}' = \sigma_{mb,i}' \exp\{(1+e)/(\lambda-\kappa)v^p\} \quad \dots \textcircled{4}$$

ここに、 e は間隙比、 λ は圧縮指数、 κ は膨潤指数、 v^p は塑性体積ひずみである。

降伏関数 $f = 0$ は次式で与えられる。

$$f = \{(\eta_{ij}^* - x_{ij}^*)(\eta_{ij}^* - x_{ij}^*)\}^{1/2} - R_d = 0 \quad \dots \textcircled{5}$$

ここに、 η_{ij}^* は応力比テンソル、 R_d は弾性領域の大きさを定義する数値パラメータである。

移動硬化則は材料パラメータ A^* , B^* を用いて次式で与えられる。

$$dx_{ij}^* = B^* (A^* de_{ij}^p - x_{ij}^* d\gamma^p) \quad \dots \textcircled{6}$$

$$d\gamma^p = (de_{ij}^p \cdot de_{ij}^p)^{1/2} \quad \dots \textcircled{7}$$

ここに、 de_{ij}^p は塑性偏差ひずみ増分テンソル、 $d\gamma^p$ は塑性偏差ひずみ増分測度である。また、⑥式より、 $x_{ij}^* \sim \gamma^p$ 関係は指数関数型となることが分かる。

非関連流動則を仮定し、次式のように塑性ポテンシャル関数 $f_p = 0$ を定義する。

$$\begin{aligned}
 f_p = & \{(\eta_{ij}^* - x_{ij}^*)(\eta_{ij}^* - x_{ij}^*)\}^{1/2} \\
 & + \tilde{M}^* \ln(\sigma_m' / \sigma_{ma}') = 0 \quad \dots \textcircled{8}
 \end{aligned}$$

ここに、 σ_{ma}' は数値パラメータである。また、 \tilde{M}^* は変相応力比であるが、過圧密領域では、

$$\tilde{M}^* = -\eta^* / \ln(\sigma_m' / \sigma_{mc}') \quad \dots \textcircled{9}$$

$$\eta^* = (\eta_{ij}^* \cdot \eta_{ij}^*)^{1/2} \quad \dots \textcircled{10}$$

であり、正規圧密領域では、

$$\tilde{M}^* = M_m^* \quad \dots \textcircled{11}$$

表-1 材料パラメータ

過 圧 密 比	O. C. R.	1.30
初 期 間 隙 比	e_0	0.816
圧 縮 指 数	λ	0.017
膨 潤 指 数	κ	0.008
破壊応力比 (圧縮側)	M_{fc}^*	1.409
	(伸張側) M_{fe}^*	0.735
変相応力比 (圧縮側)	M_{mc}^*	0.836
	(伸張側) M_{me}^*	0.500
移動硬化パラメータ	B^*	340.0
せん断弾性定数 (MPa)	G	80.0

で与えられる。なお、 σ_{mc}' は過圧密境界面と σ_m' 軸との交点であり、等方応力状態の時は σ_{mb}' と等しくなる。以上の式に Prager の適合条件を用いてまとめることにより、構成式が得られる。詳細は文献3)を参照していただきたい。

次に、既往の試験結果と解析結果の比較によって提案する構成式の検証を行なう。用いた試験データは、Ishiharaら⁶⁾による過圧密砂に対する非排水繰返し三軸試験結果である。材料パラメータを表-1に示す。ここで示す M_f 、 M_m は、それぞれ三軸応力状態での破壊応力比、変相応力比であり、 e_0 は初期間隙比、 G は初期せん断弾性定数である。

図-1は応力比~ひずみ関係と有効応力径路の比較を示している。図中の○印は試験値、実線は解析値であるが、これらにより、本構成式は試験結果を精度良く再現できることが明確になった。

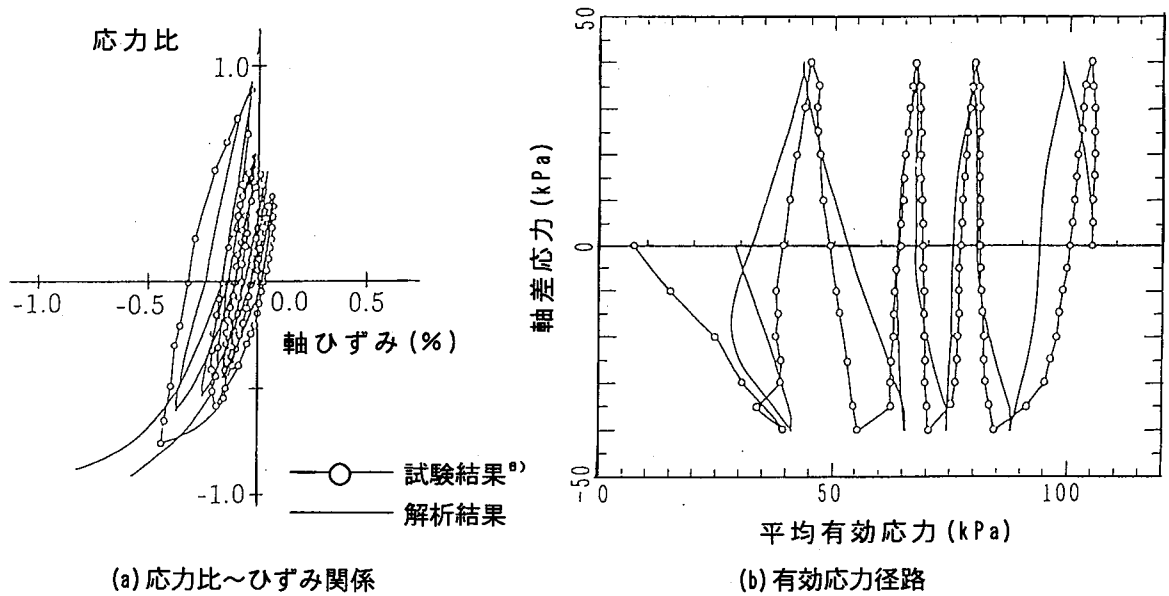


図-1 解析結果と既往の試験結果との比較

3. 浸透破壊解析

(1) 解析法の検証

Terzaghiの限界動水勾配や既往の室内試験結果を用いて本解析法の検証を行う。解析モデルは杉井ら⁷⁾の実験報告を勘案し、高さ30cmの供試体(ガラスビーズ供試体;比重 $G_s=2.498$)を図-2のようにモデル化した。材料パラメータを表-2に示す。ここではB値0.9程度を想定し、水の体積弾性係数 $K_f=2.53 \times 10^5$ kPaとした。また、移動硬化パラメータ $B^*=200$ は供試体がゆる詰め状態であることを示している。水位上昇速度は杉井らの実験を考慮して $\dot{h}=1.0$ cm/secとした。破壊の判定条件としては、せん断破壊を取扱わず、平均有効応力 $\sigma_m'=0$ の時とした。これは、先述のように、浸透破壊を一種の液状化現象として捉えていることに起因している。

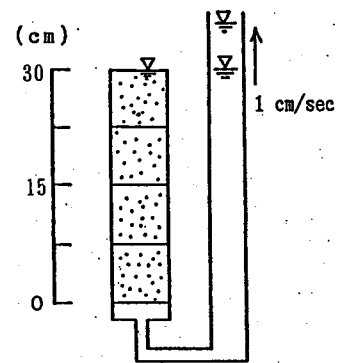


図-2 解析モデル

解析結果を図-3に示す。図-3は、限界動水勾配 i_{cr} ~ 初期間隙比 e_0 関係であり、○印は本解析結果、●印は杉井らの室内試験結果、そして実線はTerzaghiの限界動水勾配を示している。杉井らは報告の中で、試料内部の欠陥や土粒子形状の影響などを限界動水勾配のばらつきの原因と考え、それらを考慮してもTerzaghiの限界動水勾配は浸透破壊現象の予測法として概ね肯定さ

れると結論づけている。一方、均一材料として実施した本解析結果はTerzaghiの限界動水勾配と定量的に一致しており、杉井らの結論にも対応することになる。なお、本研究では、弾性解析と弾塑性解析による解析解の比較も試みているが、一次元モデルの場合は解析解の差異が僅かであり、例えば有効応力径路は両者とも同様に原点に向かって直線的に移動した。このような傾向は、一次元解析の場合は側方拘束の影響によって有効応力径路が確定してしまうため、ダイレイタンスを考慮できる弾塑性解析とダイレイタンスのない弾性解析との差がなくなるためであると考えられる。

ここで、限界動水勾配 i_{cr} のパラメータ依存性について触れる。ここでは高さ 4 m の一次元モデルを用い、水位上昇速度 \dot{h} および間隙水の体積弾性係数 K_f を変化させてその影響を考察した。その他の材料パラメータは表-2と同様である。図-4に、 K_f および間隙水の飽和度 $S_r \sim i_{cr}$ の関係を示す。 K_f は Okusa の提案式⁹⁾を用いて次式のように S_r から算出した。

$$\frac{1}{K_f} = m_{w0} \cdot S_r + \frac{1 - S_r}{p_{mg}} \quad \dots (12)$$

ここに、 m_{w0} は水の圧縮率 ($S_r = 100\%$) であり、 p_{mg} は絶対圧力で表した間隙水圧である。また、図-4中の破線はTerzaghiの限界動水勾配であり、実線は水位上昇速度 \dot{h} を透水係数 k によって無次元化した値に対応する解析結果 ($S_r, K_f \sim i_{cr}$ 関係) を示している。解析モデルのメッシュサイズへの依存性が考えられるため、限られた範囲での結果となるが、この図より限界動水勾配の水位上昇速度への依存性は明らかであり、水位上昇が速くなるほど地盤内の水圧伝播速度と水位上昇速度の相対差が大きくなって限界動水勾配が大きくなることが分かる。また、この図から水位上昇が速くなるほど限界動水勾配の飽和度に対する依存性も大きくなり、間隙水の飽和度が小さいほど限界動水勾配が大きくなる傾向が見られる。これは、間隙水中の気泡が水圧の伝播を妨げるためである。

(2) モデル地盤を用いたシミュレーション

一次元解析による上記の結果および考察を踏まえ、二次元解析モデルを用いたシミュレーションを実施した。解析モデルを図-5に示す。ここでは矢板左側の地表面より水位を上昇させた場合について解析を行い、矢板と地盤の間にはジョイント要素を用いた。用いた材料パラメータを表-3に示す。これは、北海道室蘭沖のボーリングデータに基づき設定しているが、N値10以下のゆるい砂地盤である。

図-6に弾塑性構成式を用いた解析法で得られた等ポテンシャル線の分布を3種類示す。①は水位上昇

表-2 材料パラメータ

比重 G_s	2.498
初期透水係数 k_0	1.0×10^{-2} cm/sec
静止土圧係数 K_0	0.5
変相応力比 M_m^*	1.087
破壊応力比 M_f^*	1.265
水の体積弾性係数 K_f	2.53×10^5 kPa
移動硬化パラメータ B^*	200

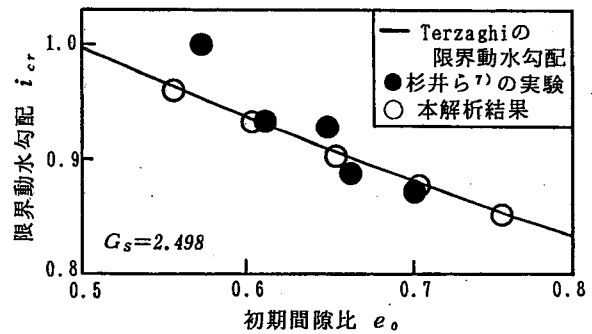


図-3 限界動水勾配 i_{cr} ~ 初期間隙比 e_0 関係

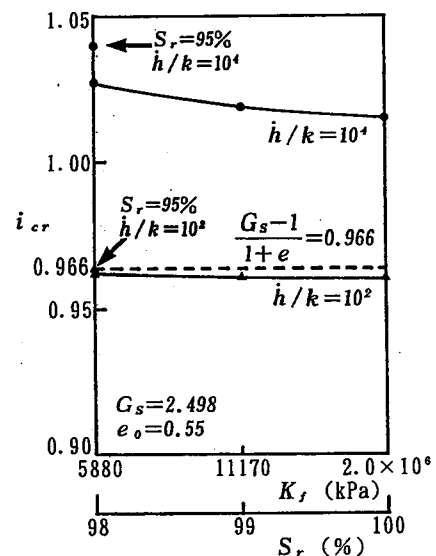


図-4 $K_f, S_r \sim i_{cr}$ 関係

速度 $\dot{h} = 20.0 \text{ cm/sec}$

($\dot{h}/k = 2000$) で

間隙水の体積弾性
係数 $K_f = 11170 \text{ kPa}$

(間隙水の飽和度
 $S_r = 99\%$) の場合、

②は $\dot{h} = 0.2 \text{ cm/sec}$

($\dot{h}/k = 20$) で

$K_f = 11170 \text{ kPa}$ の場

合、そして③は

$\dot{h} = 20.0 \text{ cm/sec}$ で

$K_f = 2.53 \times 10^5 \text{ kPa}$ ($S_r = 99.9\%$) の場合である。

これらは全て同じ水位まで上昇させた時点 ($h = 24.0 \text{ m}$) での比較であるが、一次元解析で得られた図-4の傾向と同様、限界動水勾配の水位上昇速度への依存や、限界動水勾配の間隙水の飽和度に対する若干の依存が見られる。すなわち、水位上昇速度を比較した①と②においては水位上昇が速くなるほど限界動水勾配が大きくなることが分かり、間隙水の飽和度を比較した①と③においては飽和度が小さいほど限界動水勾配が若干大きくなる傾向が認められた。なお、図-6以外の解析結果においても図-4と同様な傾向が得られた。

(3) 弾性解析と弾塑性解析

次に、一次元モデルでは有意な差が認められなかった弾性解析と弾塑性解析について、二次元モデルを用いて比較検討した。解析モデルおよび材料パラメータはそれぞれ図-5および表-3と同様である。また、水位上昇速度 $\dot{h} = 0.2 \text{ cm/sec}$ 、間隙水の体積弾性係数 $K_f = 11170 \text{ kPa}$ ($S_r = 99.0\%$) とし、移動硬化パラメータ $B^* = 2600$ とした。図-7に、8000秒後における破壊域分布、そして地表面の沈下および隆起の様子を示す。図中の斜線部が破壊域を示し、沈下および隆起は、それぞれ計算値を5倍して重ね合わせている。(a)、(b)はそれぞれ弾性解析および弾塑性解析による結果である。(b)の弾塑性解析結果では、矢板の根入れ深さ $1/2$ の幅で下流側地盤が破壊す

表-3 材料パラメータ

圧縮指数 λ	0.065
膨潤指数 κ	0.009
ポアソン比 ν	0.33
間隙比 e	0.87
破壊応力比 M_f^*	1.265
変相応力比 M_m^*	1.087
移動硬化パラメータ B^*	200
静止土圧係数 K_0	0.5
透水係数 k (cm/s)	0.01

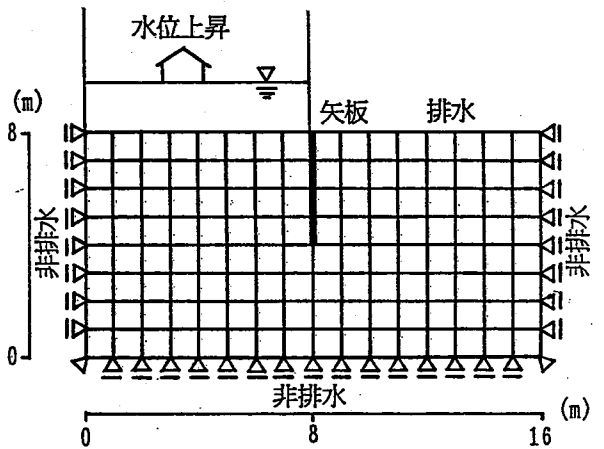
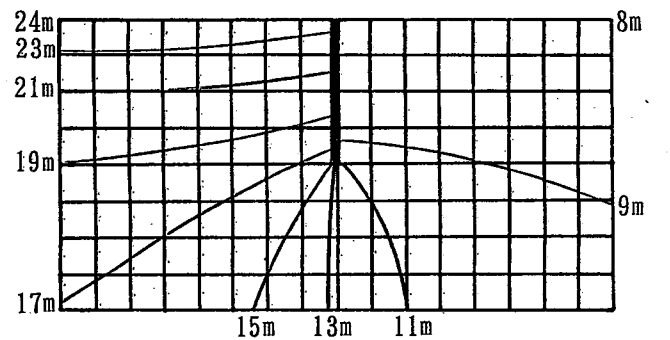
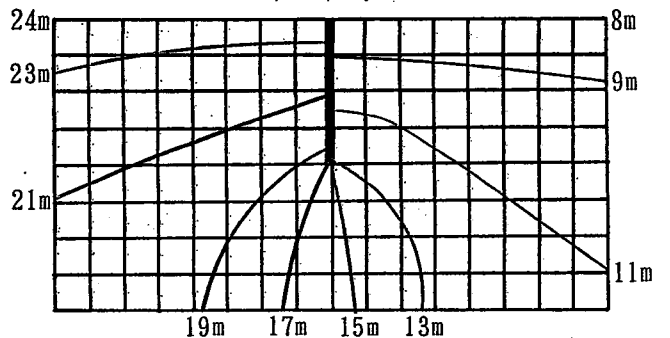


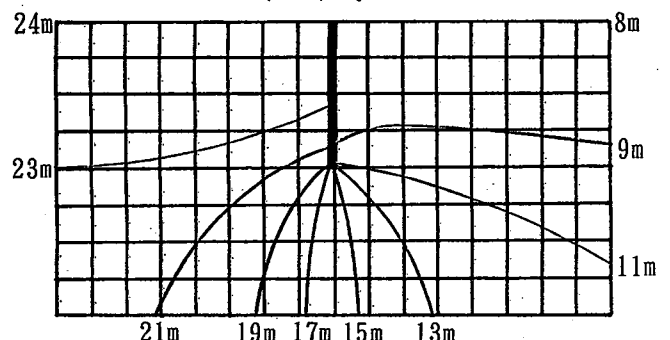
図-5 解析モデル



① $\dot{h} = 20.0 \text{ cm/sec}$, $K_f = 11170 \text{ kPa}$



② $\dot{h} = 0.2 \text{ cm/sec}$, $K_f = 11170 \text{ kPa}$



③ $\dot{h} = 20.0 \text{ cm/sec}$, $K_f = 2.53 \times 10^5 \text{ kPa}$

図-6 等ポテンシャル線の分布

るとしたTerzaghiの提案する設計法と類似した結果が得られており、その上部では最大の隆起が発生している。これは、実際の現象を勘案すると妥当であるといえる。また、このような傾向は、異なる透水係数、移動硬化パラメータ、間隙水の体積弾性係数を用いた場合にも認められた。一方、(a)の弾性解析結果では、破壊域分布において弾塑性解析結果と大差ないが、地表面変位は矢板上部から端部に向かって大きくなるという傾向が得られた。

4. おわりに

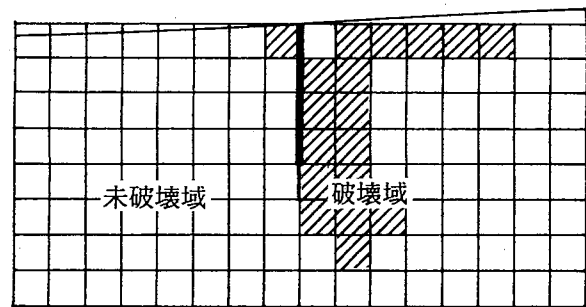
本報告で示した主な結果を以下に列挙する。

- ① 砂地盤の浸透破壊現象に対し、土質試験などによる地盤情報に基づく詳細検討が可能な連成解析法の提案を行った。本解析法では初期状態から最終破壊状態に至るまでの変形や間隙水圧の蓄積などを数値解析的に再現できる。また、地震時や波浪時の液状化解析と浸透破壊解析を統一的に取り扱うことができる。(プログラムコード"LIQCA")
- ② 既往の室内試験結果やTerzaghiの限界動水勾配を用いて本解析法の検証を行った。その結果、一次元解析モデルを用いた検証ではあるが、本解析法の浸透破壊問題に対する適用性が明確になった。
- ③ 限界動水勾配は水位上昇速度や間隙水の飽和度に依存することが明らかになった。
- ④ 一次元解析においては弾性解析と弾塑性解析の有意な差が認められない。しかし、二次元解析においては、地表面の隆起や沈下、そして破壊域の分布などにおいて違いが認められた。塑性ひずみによるダイレイタンスの発揮される二次元解析においては、弾塑性解析の方がより実際の挙動を表現できると考えられる。

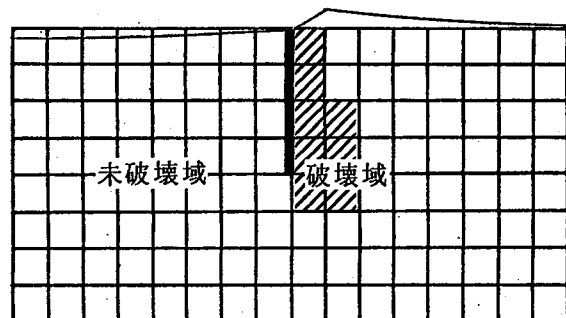
今後は、弾粘塑性構成式を導入することによって粘土層も考慮した解析法へ拡張する予定である。これにより、より範囲の広い掘削問題への適用が期待できる。また、実測値を用いた解析法の検証を実施したいと考えている。

参考文献

- 1) 西垣・梅田・上山: 地盤掘削時におけるボイリング、パイピング現象の2, 3の考察, 土と基礎, Vol. 37, No. 6, pp. 69-73, 1989.
- 2) Oka, F. : Constitutive equations for granular materials in cyclic loadings, Proc. IUTAM Conf. on Deformation and Failure of Granular Materials, pp. 297-306, 1982.
- 3) Oka, F., Yashima, A., Kato, M. and Sekiguchi, K. : A constitutive model for sand based on non-linear kinematic hardening rule and its application, Proceedings of the 10th WCEE, pp. 2529-2534, 1992.
- 4) 柴田・佐藤・渦岡・岡・八嶋・加藤: FEM-FDM液状化解析手法とその適用性, 第8回日本地震工学シンポジウム, pp. 807-811, 1990.
- 5) 八嶋・岡・加藤: 波浪による海底地盤の破壊について(特に液状化現象に着目して), ウォーターフロント開発に関する土質工学上の諸問題, 土質工学会中部支部, pp. 51-84, 1992.
- 6) Ishihara, K. and Okada, S. : Yielding of overconsolidated sand and liquefaction model under cyclic stresses, Soils and Foundations, Vol. 18, No. 1, pp. 57-72, 1978.
- 7) 杉井・佐藤・宇野・山田: 浸透破壊の発生プロセスと土の不均一性, 土と基礎, Vol. 37, No. 6, pp. 17-22, 1989.
- 8) Okusa, S. : Wave-induced stresses in unsaturated submarine sediments, Geotechnique, Vol. 32, No. 3, pp. 235-247, 1985.



(a) 弾性解析結果



(b) 弾塑性解析結果

図-7 破壊域および地表面変位