

限界流速による浸透破壊の発生条件

中部大学工学部 正会員 杉井俊夫
岐阜大学工学部 正会員 宇野尚雄
㈱関電工 吉田敬
名工建設㈱ 平野貴士

1. まえがき

浸透破壊の発生条件として限界動水勾配及び限界流速の考え方があるが、その両者は破壊のメカニズムが異なって考えられ、特に後者であるJustinの限界流速式¹⁾は、その安全率が大きすぎるためにその適用性が懸念されていた。これに対し、著者らは均等径の場合の多粒子の干渉沈降からの多粒子限界流速、流動化開始式に修正されるべきであることを究明してきた²⁾。しかし、混合粒径による試料についてはKoslovaの式があるが、均等径の場合ではJustin式と同様、過大評価となることが判明しており、その検証には至っておらず、定量的な知見が得られていない状態にある。本報告は、均等径で提案されている5つの限界流速式を混合粒径試料への適用性について検討した。

2. 限界流速式

これまでに、限界流速式として、Justin式¹⁾、Koslova式³⁾、大野らの式⁴⁾、多粒子限界流速式²⁾、流動化開始式⁵⁾があるが、均等粒径試料では、Justin、Koslova式は実験値よりかなり過大評価することが得られている²⁾。ここに5つ全ての式について説明する。

①Justin式¹⁾

Justinは、ダムや地盤を通して流れる水の限界流速は、種々の粒子の有効重量と、Jet Actionのつり合いによって求められるとした(式(1))。

$$V_c = \sqrt{\frac{2}{3} g (G_s - 1) d} \quad (1)$$

V_c : Justinの限界流速 (cm/s) G_s : 土粒子比重
 g : 重力加速度 (cm/s²) d : 粒径 (cm)

が、Justinの限界流速式である。

Justinは、実際の土の移動にはこれより低い許容速度を与えなければならないとしている。なぜなら、土を構成する粒子は均一ではなく、その中の最も動きやすい(小さな)粒子が移動すると、大きな粒子を動かすまで次々と流速が増大するからである。このためJustinは、安全率として4を取るよう提案している。しかし、Justinの限界流速式は単粒子限界流速式の考えにおいてレイノルズ数の関数である粒子の抵抗係数 $C_D = 2$ とした場合にあたり、この式は乱流域での適用式となる。すなわち、地盤を対象とした浸透破壊への適用性は少ないと考えられる。

②大野らの式³⁾

大野らは、パイピングに対する限界流速に着目し、室内透水試験により、以下に示す実験式を導いている。

I) 均等粒径の場合

$$V_p = 2.25 d^{1.94} \quad (2)$$

d : 粒径 [mm] V_p : 限界実流速 [cm/s]

II) 混合材料の場合

粒度分布の25%~32%粒径に対する限界実流速でパイピングが発生。

なお①と同様、限界値には間隙の影響はなく、粒径のみで表されている特徴をもつ。

③多粒子限界流速式

従来、過大評価とされていたJustinの限界流速式に対するもので、粒子に働く流体力と、粒子の水中重量がつり合うという考えに基づいており、これによって単粒子限界流速を導き、この式に、周辺土粒子の影響を考慮した補正係数

Critical Velocity for Seepage Failure : Sugii, T. (Chubu Univ.), Uno, T. (Gifu Univ.), Yoshida, T. (Kanden co. ltd) and Hirano, T. (Meiko Cons. co. ltd)

$$\alpha = n^{1/m} \quad (3)$$

n : 間隙率 1/m : レイノルズ数によって定まる指数
 $Re < 0.2$ のとき $1/m = 4.65$
 $0.2 < Re < 1.0$ のとき $1/m = 4.46 Re^{-0.03}$
 $1.0 < Re < 5000$ のとき $1/m = 4.45 Re^{-0.1}$
 $5000 < Re < 70000$ のとき $1/m = 2.36$

を導入し、浸透破壊に対しての多粒子限界流速式として、

$$V_n = \frac{n^{1/m}}{18\nu} g (Gs - 1) d^2 \quad (Re \leq 1.0) \quad (4)$$

$$V_n = n^{1/m} \sqrt{\frac{4}{3C_D}} g (Gs - 1) d \quad (Re > 1.0) \quad (4')$$

ν : 流体の動粘性係数 [cm^2/s] C_D : 粒子の抵抗係数で粒子レイノルズ数 ($Re = Vd/\nu$) の関数
 g : 重力加速度 [cm/s^2] Gs : 土粒子の比重
 d : 粒径 [cm]

を、導き均等粒径試料においてその適用性が報告されている。

④流動化開始速度

流動化開始速度とは、固定層（破壊がはじまる以前の試料の静止状態）から、流動層（全体破壊の状態）に移る時点の流速で、流動化開始時が浸透破壊の発生時に相当している。化学工学、粉体工学の分野では、流動層の研究が進んでおり、多くの研究者より理論解析をもとに実験値から係数の値を求めた半理論式が提案されている。力学的には粒子層の重量と流体の圧力損失でカウントされる抵抗力とが釣り合った時の流速である。その結果、流速式が式(5)の形で導かれる。

$$V_c = \frac{\psi_c^2}{180\nu} \cdot \frac{n^3}{1-n} \cdot g \cdot (Gs - 1) \cdot D_v^2 \quad (5)$$

ψ_c : Carmanの形状係数（球の場合 $\psi_c = 1$ ） V_c : 流動化開始速度（見かけの流速） [cm/s]
 D_v : 等体積相当粒径 [cm]

これにより得られる見かけの流動化開始速度に、 $1/n$ をかけて限界時の実流速が示される。

$$V_c = \frac{1}{5\nu} \cdot \frac{n^2}{1-n} \cdot g \cdot (Gs - 1) \cdot \frac{1}{S^2} \quad (6)$$

$$\left(S = \frac{6}{D_v \cdot \psi_c} \right)$$

ただし、 S は比表面積である。多粒子限界流速式と同様、均一粒径試料での適用性は高く、粉体工学で扱われている。なお、この場合にはCarmanの形状係数、あるいは粒子表面積の測定が必要となる。

⑤Koslovaの式⁵⁾

Koslovaによれば、平均粒径 D [mm] の混合粒径試料の中にある粒径 d [mm] の粒子が浸透流によって動き出すときの流速 V [mm/s] は、次式で与えられるとしている。この式はJustinの式に比べて過大評価が少ない。

$$V = 2.6 d^2 (1 + 1000 \frac{d^2}{D^2}) \quad (7)$$

Koslovaの式は、唯一の混合粒径試料に対応している式であるが、大野らの式と同様、間隙の影響は無く粒径のみで表されている点や、注目粒径、平均粒径の取り方などの不明確な点があり、現時点ではその誘導方法が不明である。

3. 浸透破壊における限界流速

3.1 均等粒径の場合²⁾

図-1に限界流速実験報告の結果を示した。Justin式はこの図から安全率4をとっても乱流域での値に相当するものであることがわかる。また、実験結果と提案した多粒子限界流速及び流動化開始速度の値はほぼ一致しており、限界動水勾配と限界流速は別の現象を説明するものでなく、両者は同じ現象を表すものといえる。さらに式(4)、(6)は間隙比の項、粒径および粒子形状 C_D の項が含まれるため、試料の乾燥重量 γ_s 、粒径、粒子形状の違いが影響してくることが推察される。例えば、間隙比 e が大きくなれば式(4)、(6)は左にスライドし、破壊が発生しやすくなる。さらに粒子形状が角張ることにより C_D が大きくなるため、同じく式(4)、(6)は右に

スライドし、破壊が発生し難くなることが説明される。なお、水平次元実験モデルでは、鉛直方向の水中重量とのつり合いとなるため、式(4)、(6)に比べ、限界流速が小さくても破壊すると考えられ、水平流が卓越する久楽らの実験にはその傾向が現れている。

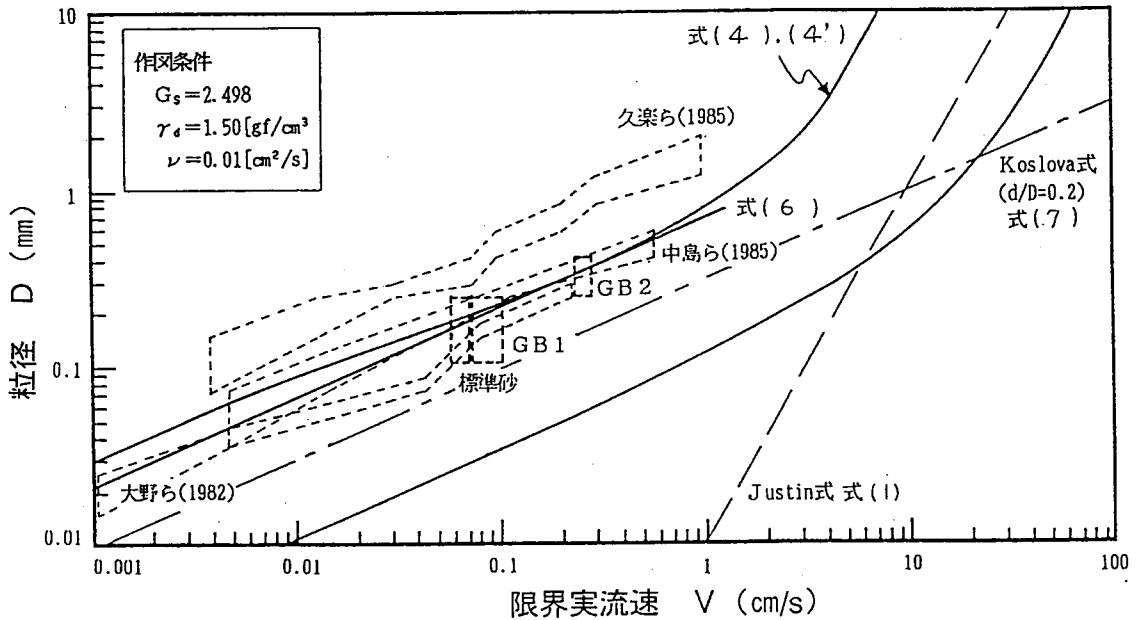


図-1 限界実流速と粒径の関係

3.2 混合粒径の場合

実験結果の分析において、今回実験を行った混合粒径試料に対する代表粒径の取り方として次の3種類の粒径を代表的な粒径として用いて、実験値による限界流速（実流速）とそれぞれの式の値の比較を行った。

a) D_w (面積平均径) = $\frac{1}{\sum (\frac{P_i}{D_i})}$

b) D_{50} : 通過百分率50%粒径

c) D_k (体積平均径) = $\frac{\sum P_i D_i}{\sum P_i}$ ふりの残留

率を確率密度として計算

今回用いた試料は標準砂を粉砕時間を変えて粉砕したもの、それらを混ぜ合わせたものを用い、粒度分布を図-2に、また均等係数の値を表-1に示す。図-3には D_w , D_{50} , D_k と均等係数の関係を示す。この図から均等係数が大きくなるほど3つの粒径の誤差が大

表-1 試料の均等係数

試料名	均等係数 U_c
標準砂	1.341
GR45	1.688
GR60	1.625
GR120	2.243
MX1	2.619
MX2	4.776

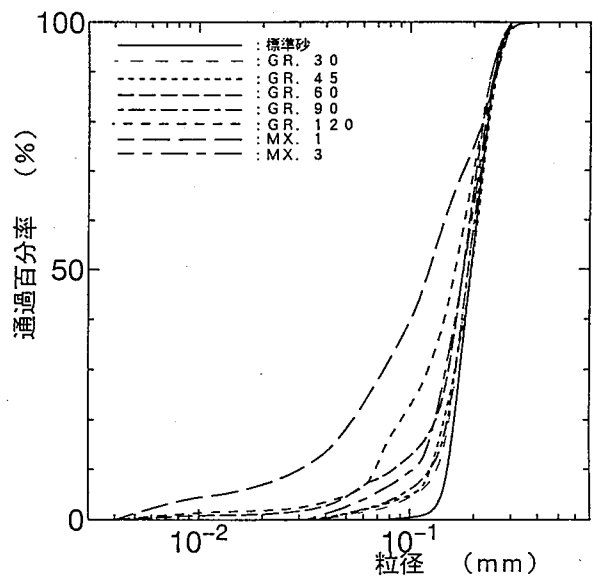


図-2 粒度分布

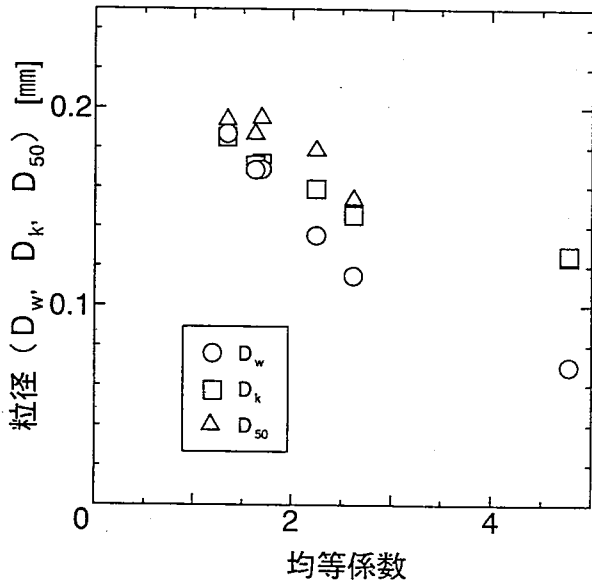


図-3 均等係数と3つの代表的な粒径

きくなることが分かる。

浸透破壊実験の前には、いずれも透気試験を行い、比表面積の測定を行っている。今回の実験はすべて層流であるのでJustin式についての検討は省いた。

② 大野らによる限界流速式 (図-4)

今回着目した3種の粒径においては、最大で約 6×10^{-2} [cm/s]の誤差を生じ、前述の①, ②よりも過大評価を与える結果となっている。大野らは、混合材料の場合、この式は代表粒径を粒度分布の25~32%粒径としたときに適用されるとしている。今回の実験結果の D_w は、下表のように21~39%粒径に対応しており、その適用性が低いことがわかる。また、細粒分を多く含むほど、実験との誤差の割合が大きいことが言える。

③ 多粒子限界流速式 (図-5)

$Re=0.008 < 0.2$ より、 $1/m=4.65$ として算出した。 D_w 代入時の理論値と実験値を比較してみると、若干標準砂の誤差が大きい誤差が、 $0.3 \sim 4 \times 10^{-3}$ [cm/s]となり、実験値と非常に近い値を得ることが出来た。この時の値は D_{50} 、 D_k 代入時の値に比べて最も近い値となり、浸透破壊現象の指標としてかなり有効なものとなることが予想される。 D_k については細粒分を含むほど実験値との誤差が大きくなると言える。

④ 流動化開始式 (図-6)

透気試験より求められた比表面積 S_v [cm²/g]の値を代入して理論値を求めた。

理論値と実験値の上下関係がはっきりせず、ばらつきを持つ結果となったが誤差としては $0.1 \sim 1.5 \times 10^{-2}$ [cm/s]となり、多粒子限界流速式ほどではない

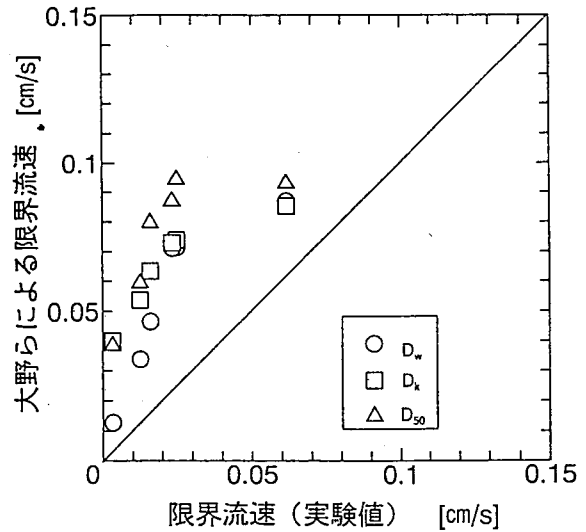


図-4 大野らの式と実験値

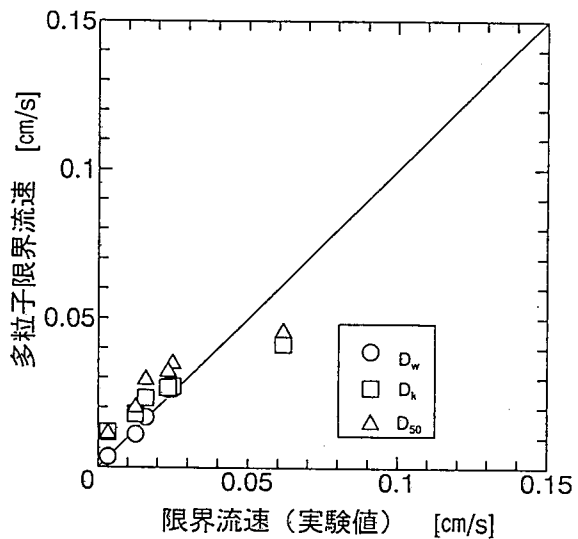


図-5 多粒子限界流速と実験値

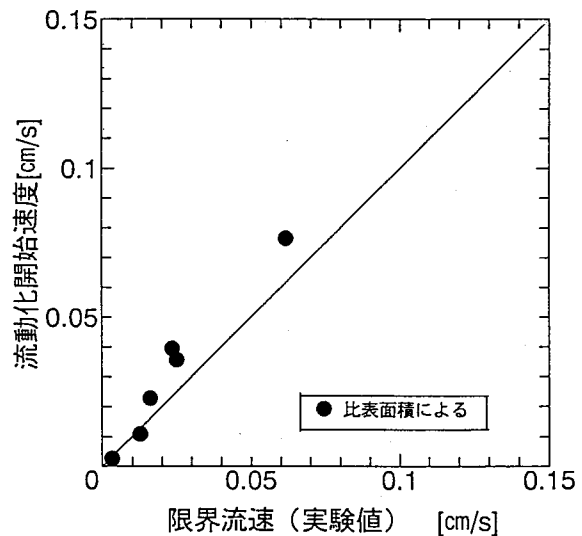


図-6 流動化開始速度と実験値

が、かなり実験値と近い値が得られた。値のばらつきの原因として比表面積測定のための透気試験時に生じる測定誤差によるものと思われる。この測定誤差が小さければ、この式も充分適用することが出来ると思われる。

⑤ Koslovaの限界流速式 (図-7)

Koslovaの限界流速式においては、Dの項には D_k を、dの項には D_w 、及び D_{50} を代入して理論値を算出し、実験値と比較を行った。

前述した②~④と比較して、いずれの代表的な粒径をとっても誤差が多く過大評価となり、実際の工事などにおける安全性の指標となることは困難と言える。

図-8は、3つの限界流速の値と実験値との関係である。これより、多粒子限界流速式に D_w を用いた最もよく実験結果を表すものであることがわかる。

3.3 粒度配合と浸透破壊

以上の結果より多粒子限界流速式に D_w を代表的な粒径として得られる理論値が混合粒径試料に対して最も

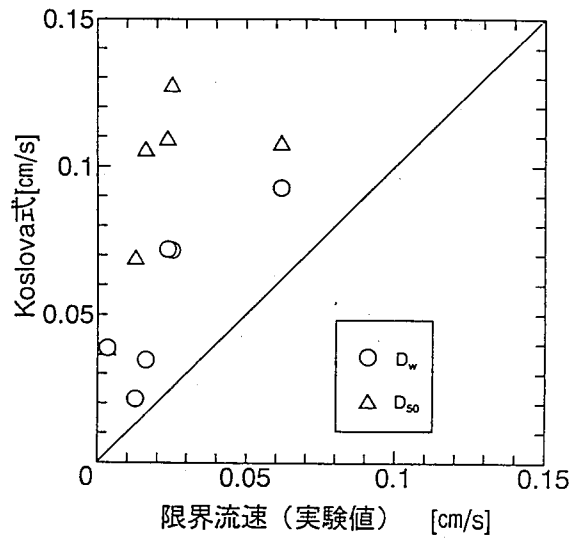


図-7 Koslovaの式と実験値

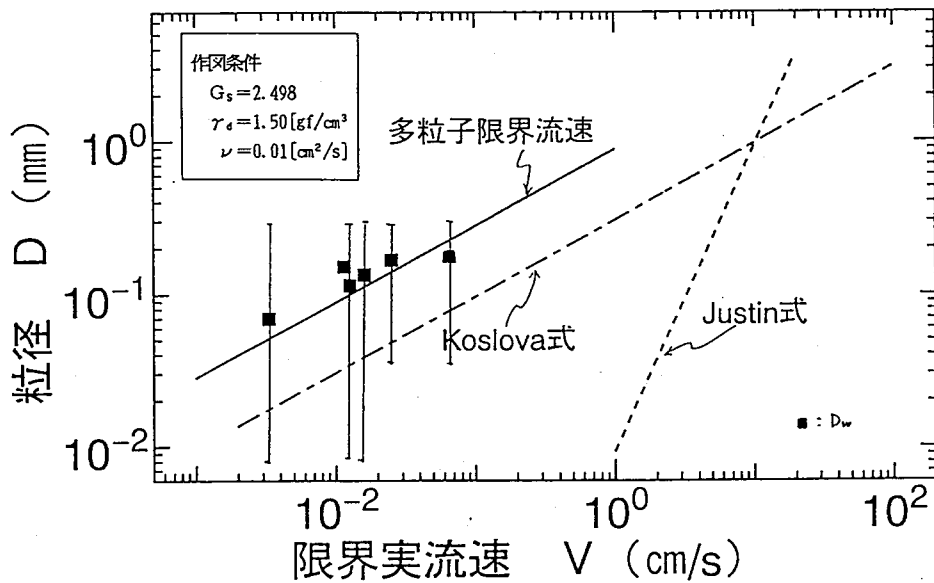


図-8 限界実流速と粒径の関係

適用性が高いということが分かった。そこで、 D_{50} 、 D_k に比べて D_w が最適となった理由について検討してみると、 D_w 、 D_k は、それぞれ式(8)、(9)で表される。

$$D_w = \frac{S_1 D_1 + S_2 D_2 + \dots + S_i D_i}{S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_i} = \frac{1}{\sum \left(\frac{P_i}{D_i} \right)} \quad (8)$$

$$D_k = \frac{V_{s1} D_1 + V_{s2} D_2 + \dots + V_{si} D_i}{V_{s1} + V_{s2} + \dots + V_{si}} = \frac{\sum P_i D_i}{\sum P_i} \quad (9)$$

S_i : 粒子表面積 V_i : 粒子体積

先の図-2より、 D_w と D_k を比較してみると実験試料は標準砂からGR45、GR60...MX2となるに

つれて細粒分を多く含む粒度分布となり、 $D_w < D_k$ となる傾向が強くなっていくことが推察できる。このことから、 D_k においては、細粒分を無視してしまう傾向が認められる。そこでその時点の細粒分の大きさについて検討を行ってみる。

先述した定義式より D_w 、 D_k の重みに着目すると

$$D_w: \frac{S_i}{\sum S_i} = \frac{S_i}{S} \quad (10) \quad D_k: \frac{V_{s_i}}{\sum V_{s_i}} = \frac{V_{s_i}}{V_s} \quad (11)$$

この2式を利用して D_k による重みが D_w の重みより小さくなる場合の粒径値を求める。

平均間隙径と比表面積の関係⁶⁾より

$$S = S_v V_s = \frac{4e}{R} V_s \quad (12)$$

ここで粒子を球と仮定し、式(10)、(11)、(12)より D_k の重みが D_w の重みより小さくなる時の D_i を求めると

$$\frac{V_{s_i}}{V_s} - \frac{S_i R}{4e V_s} \leq 0 \quad (13)$$

よって
$$D_i \leq \frac{6R}{4e} = \frac{3R}{2e} \quad (14)$$

すなわち、 D_k では $\frac{3R}{2e}$ より小さな径は軽視される傾向にあるといえる。両者の重みづけが一致する粒径は、

$\frac{3R}{2e}$ ⁶⁾であり、それ以下の粒子はそれ以上の粒子に比べ D_k では軽視されることになる。すなわち、細粒分を含むほど誤差が大きくなる理由は、 D_k では細粒分を考慮していないためであると考えられる。したがって限界流速式における代表粒径として、 D_w を用いた方が良好な結果が得られると推察される。

4. まとめ

今回の混合粒径試料に対する実験によって多粒子限界流速式に、代表粒径として D_w を用いた式が浸透破壊に対する安全性の指標として最も適用できることがわかり、均等粒径試料のみではなく、混合粒径試料に対してもこの式は適用できることが分かった。また、流動化開始式に関しても比表面積 S_v 測定時の測定誤差が小さいものならば十分に適用可能であるという結論に至った。

【参考文献】

- 1) Justin, J.D.: The Design of Earth Dams, ASCE, Trans., pp. 49-54, 1923.
- 2) 杉井・佐藤・宇野・山田: 浸透破壊の発生プロセスと土の非均質性, Vol. 37, No. 6, pp. 17-22, 1989.
- 3) 林 政夫: フィルダム着岩部の安定性向上に関する考察, 大ダム, pp. 1978-3,
- 4) 大野・山崎・トランデュック: 砂のパイピング特性に関する実験的研究(続), 間組研究年報, pp. 33-40, 1981.
- 5) 白井: 流動層, 科学技術社, pp. 68-81, 1973.
- 6) 宇野・杉井・神谷: 比表面積測定に基づく土粒子物性と透水性・透気性の考察, 土木学会論文集Ⅲ,
- 7) D. van Zyl and M. E. harr: Seepage Erosion Analysis of Structure, Proc. of 10th ICSMFE.

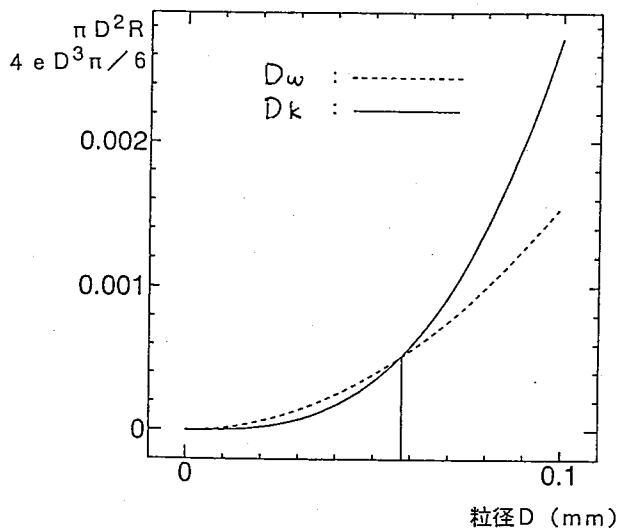


図-9 D_w と D_k の重み係数と粒径 D_i