

移動硬化型モデルを用いた地盤の有限要素解析

名古屋工業大学 正会員 中井 照夫
名古屋工業大学大学院 学生会員 ○石田 裕樹

現在までにCam-clay model¹⁾と土質パラメーターは共通であるものの、Cam-clay modelでは難しい

①変形・強度特性におよぼす中間主応力の影響

②塑性流動方向の応力増分方向依存性

を考慮できる粘土の等方硬化型弾塑性モデル(t_{ij} -clay model²⁾)を開発するとともに、このモデルを

③過去の応力履歴や主応力軸の回転

も評価できる移動硬化型弾塑性モデル(kinematic t_{ij} -clay model³⁾)に拡張している。ここでは、両モデルの特性について述べるとともに、粘土地盤に等分布帯状荷重が載荷された場合を想定し、両モデルを用いて解析することにより特に③の応力誘導異方性の評価が実際の地盤の変形解析結果にどのように反映されるか検討を加える。

1. 粘土の移動硬化型モデル(kinematic t_{ij} -clay model)の概要

kinematic t_{ij} -clay model³⁾では全ひずみ増分 $d\varepsilon_{ij}$ は弾性ひずみ増分 $d\varepsilon_{ij}^e$ 、 t_{ij} 空間で関連流動則を満足する塑性成分 $d\varepsilon_{ij}^{p(AF)}$ および等方的な圧縮成分 $d\varepsilon_{ij}^{p(IC)}$ の和で与えられる。

$$d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon_{ij}^e + d\varepsilon_{ij}^{p(AF)} + d\varepsilon_{ij}^{p(IC)} \quad (1)$$

そして、これら3成分は次式で計算される。

$$d\varepsilon_{ij}^e = \frac{1+\nu_e}{E_e} d\sigma_{ij} - \frac{\nu_e}{E_e} d\sigma_{kk} \delta_{ij} \quad (2)$$

$$d\varepsilon_{ij}^{p(AF)} = \Lambda \frac{\partial f}{\partial t_{ij}} \quad (3)$$

$$d\varepsilon_{ij}^{p(IC)} = K \langle dt_N \rangle \frac{\delta_{ij}}{3} \quad (4)$$

ここに、 t_{ij} の概念に基づく応力量についての説明は付表参照のこと。(4)式中の $\langle \rangle$ は $dt_N > 0$ の時 $\langle dt_N \rangle = dt_N$ 、 $dt_N \leq 0$ の時 $\langle dt_N \rangle = 0$ を意味する。また、(2)式の弾性係数 E_e はポアソン比 ν_e と膨張指数 κ を使って次式で与えられる。

$$E_e = \frac{3(1-2\nu_e)(1+e_o)p}{K} \quad (5)$$

降伏関数 f は

$$f = \frac{\lambda - K}{1 + e_o} \left[\ln \frac{t_N}{t_{No}} + \frac{-\alpha}{1 - \alpha} \ln \left| 1 - (1 - \alpha) \frac{K^* + n}{M^*} \right| \right] - c = 0 \quad (n = \sqrt{n_{ij} n_{ij}}) \quad (6)$$

Finite Element Analysis of Soil Foundation by Kinematic Hardening model;

T. Nakai & Y. Ishida(Nagoya Institute of Technology)

で与えられ、(3)式の Λ も硬化パラメーター dH と係数 κ を用いて、次式のように表現される。

$$\Lambda = \frac{dH - K \langle dt_N \rangle}{\frac{\partial f}{\partial t_{kk}}} \quad (7)$$

上式の dH および κ は

$$dH = d\epsilon_v^p = \frac{\lambda - K}{1 + e_o} \left[\frac{1}{t_N} dt_N + \frac{\alpha}{M^* - (1 - \alpha) \bar{X}} d\bar{X} \right] \quad (8)$$

$$K = \frac{\lambda - K}{1 + e_o} \left| 1 - (1 - \alpha) \frac{X}{M^*} \right|^{\frac{\alpha}{1 - \alpha}} \frac{1}{t_N} \quad (9)$$

と表され、 \bar{X} 、 $d\bar{X}$ は図-1を参照して次式で定義されている。

$$\bar{X} = X \cos\theta = \frac{x_{ij} x_{ij}^*}{X^*} \quad (10)$$

$$d\bar{X} = dX \cos\theta = \frac{dx_{ij} x_{ij}^*}{X^*} \quad (11)$$

なお、移動硬化モデルの降伏関数は(6)式あるいは図-2に示されるように応力パラメーター t_N と応力比パラメーター X^* の関数として与えられるが、硬化則としては付表の(8b)式の X^* が

$$X^* = \sqrt{(x_{ij} - n_{ij})(x_{ij} - n_{ij})} = \xi = \text{const.} \quad (12)$$

を満たしながら応力比テンソル x_{ij} が変化するものとする。したがって応力比 x_{ij} の変化に対しては移動硬化するが、平均主応力 t_N の変化に対しては等方あるいは異方硬化する(図-3参照)。なお、移動硬化する時の背応力比(n_{ij})の動き方 dn_{ij} は応力比(x_{ij})空間でZiegler型の移動硬化則を考えれば

$$dn_{ij} = \frac{(x_{kl} - n_{kl}) dx_{kl}}{X^{*2}} (x_{ij} - n_{ij}) \quad (13)$$

で与えられる(図-4参照)。また、常に $n_{ij} = 0$ とすれば自動的にこのモデルは等方硬化型の t_{ij} -clay model²⁾に帰着する。

表-1に以下の解析で用いる藤の森粘土の土質パラメーターを示す。 ξ 以外のパラメーターは移動硬化型および等方硬化型モデルで共通である。また、等方圧縮後の単調な応力経路下の要素試験では両モデルの解析結果は一致する。図-5に K_0 圧密後の平均応力 $(\sigma_y + \sigma_x)/2$ 一定平面ひずみ試験(応力経路は図-6参照)の解析結果を示す。実線が移動硬化型モデルによる解析結果であり、破線が等方硬化型モデルによる解析結果を表す。ここに、 K_0 値は側方ひずみ $\epsilon_x = \epsilon_z = 0$ の条件から $K_0 = 0.47$ と理論的に求められるので、すべての解析において $\sigma_y = 1.0 \text{ kgf/cm}^2$ 、 $\sigma_x = \sigma_z = 0.47 \text{ kgf/cm}^2$ の K_0 圧密状態から $\epsilon_z = 0$ の平面ひずみ条件下で主動側($d\epsilon_y > 0$)、あるいは受動側($d\epsilon_y < 0$)にせん断する場合を想定している。図-7、8は K_0 圧密後の非排水平面ひずみ試験の応力～ひずみ関係および有効応力経路の解析結果を示す。図-5～8より等方硬化型モデルでは難しい受動側応力～ひずみ特性を含めて移動硬化型モデルは排水および非排水条件下での粘土の変形・強度特性の差異をよく表現している。また、図-9は $(\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z) = (3.6, 1.2, 1.2) \text{ kgf/cm}^2$ の応力状態から主応力方向だけを $x-y$ 面内で 0° から 90° 回転させ、また 0° に戻した

時の各ひずみ成分の変化(移動硬化型モデルによる解析結果)を示している。図-10はその時の応力経路とひずみ増分方向の解析結果を $\tau_{xy} - (\sigma_x - \sigma_y)/2$ 面内で示している。両図より移動硬化型モデルはこのように主応力軸回転時の粘土の変形挙動や非共軸性(図-10でひずみ増分方向が半径方向に一致すれば共軸性がある)をよく表現していることがわかる。なお、等方硬化型モデルではこのような主応力軸回転時の応力～ひずみ挙動は表現できない。

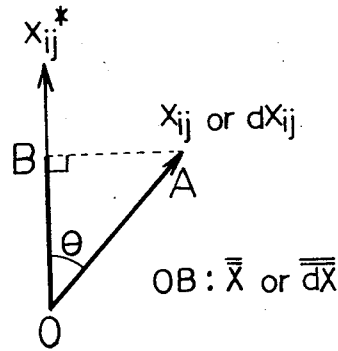
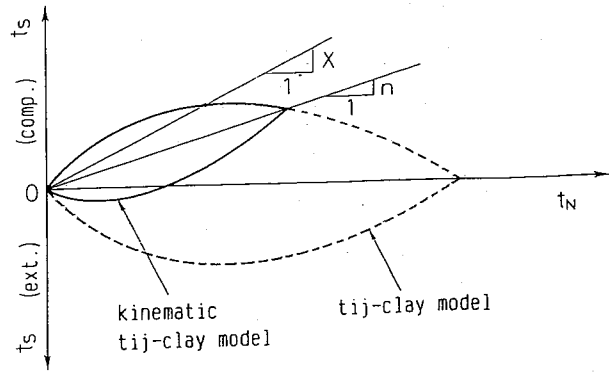
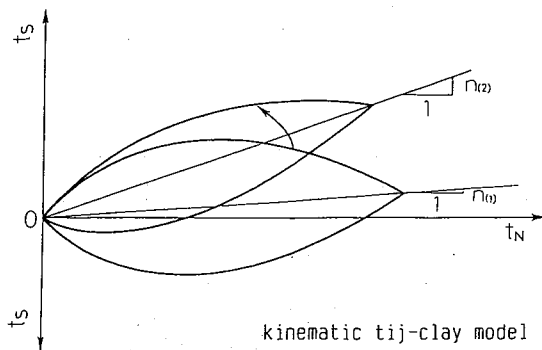


図-1 \bar{X} および $d\bar{X}$ の定義

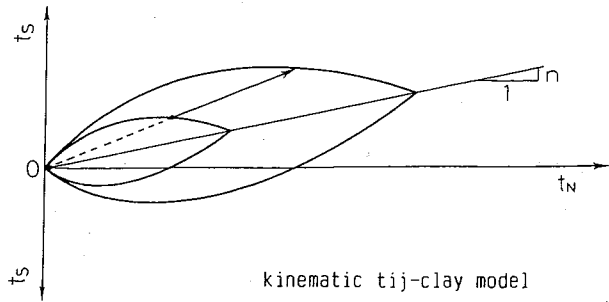


2 $t_N \sim t_s$ 空間で表した移動硬化型モデル

および等方硬化型モデル

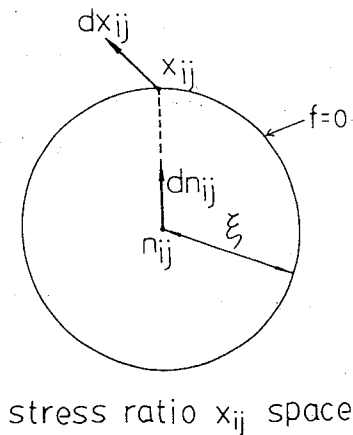


(a) せん断時



(b) 異方圧密時

図-3 せん断時および異方圧密時の降伏曲面の変化の仕方



stress ratio x_{ij} space

図-4 応力比 (x_{ij}) 空間における降伏曲面と n_{ij} の動き方

表-1 藤の森粘土の土質パラメータ

$\lambda/(1+e_0)$	5.08×10^{-2}
$K/(1+e_0)$	1.12×10^{-2}
$\phi'(\text{comp.})$	33.7°
α	0.7
v_e	0.0
ξ	0.2

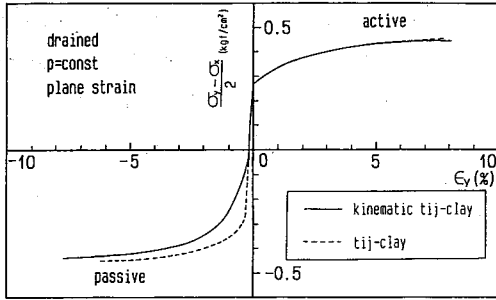


図-5 K。圧密後の排水試験の
応力～ひずみ関係

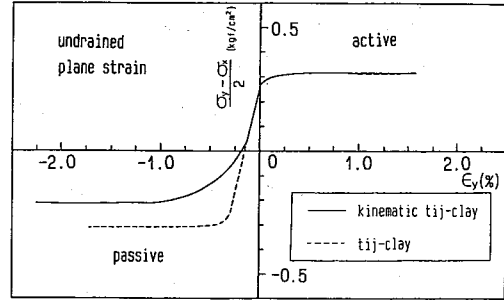


図-7 K。圧密後の非排水試験の
応力～ひずみ関係

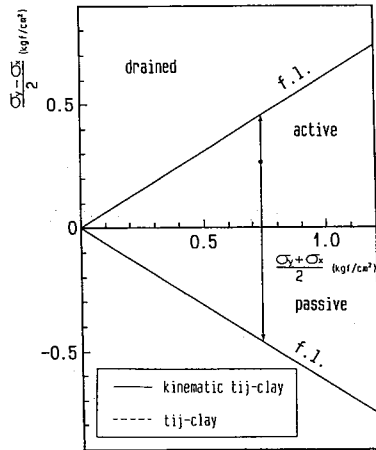


図-6 K。圧密後の排水試験の応力経路

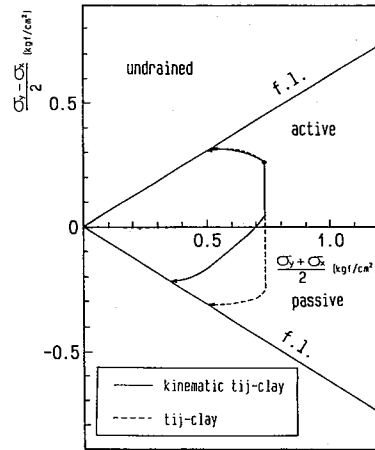


図-8 K。圧密後の非排水試験の応力経路

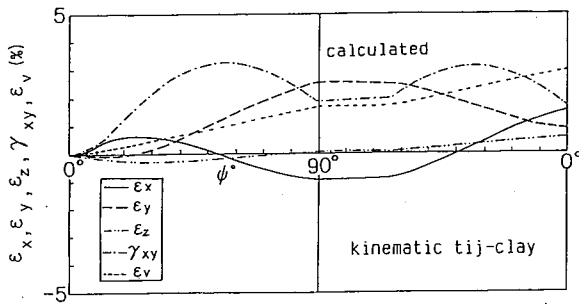


図-9 主応力回転試験のひずみの解析結果

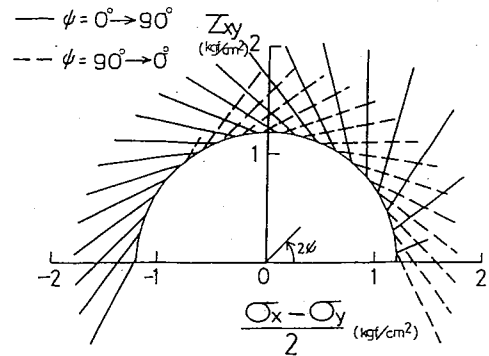


図-10 主応力回転試験の応力経路と
ひずみ増分方向

ordinary concept		t _{ij} -concept	
σ_{ij}	(1a)	$t_{ij} = \sigma_{ik} a_{kj}$	(1b)
δ_{ij} (unit tensor)	(2a)	a_{ij}	(2b)
$p = \sigma_{ij} \delta_{ij} / 3$	(3a)	$t_n = t_{ij} a_{ij}$	(3b)
$s_{ij} = \sigma_{ij} - p \delta_{ij}$	(4a)	$t'_{ij} = t_{ij} - t_n a_{ij}$	(4b)
$q = \sqrt{(3/2) s_{ij} s_{ij}}$	(5a)	$t_* = \sqrt{t'_{ij} t'_{ij}}$	(5b)
$\eta_{ij} = s_{ij} / p$	(6a)	$x_{ij} = t'_{ij} / t_n$	(6b)
$\eta = q / p = \sqrt{(3/2) \eta_{ij} \eta_{ij}}$	(7a)	$X = t_* / t_n = \sqrt{x_{ij} x_{ij}}$	(7b)
$\eta' = \sqrt{(3/2) (\eta_{ij} - \eta_{i30}) (\eta_{ij} - \eta_{i30})}$	(8a)	$X' = \sqrt{(x_{ij} - n_{ij}) (x_{ij} - n_{ij})}$	(8b)

付表

通常の概念および t_{ij} の概念で
用いる応力量の比較

2. 移動硬化型および等方硬化型モデルによる地盤の有限要素解析

粘土地盤上に等分布帯状荷重が載荷された場合の有限要素解析を行う。解析に用いた地盤は平面ひずみ条件下の深さ40m、荷重中心からの距離40mの地盤とし、図-11に示すように400個の四角形要素に分割した。載荷幅は半幅 $B/2=5\text{ m}$ とし、境界条件としては底面で完全固定、両側面では鉛直方向のみ可動としている。また、載荷面は粗いとして載荷面では水平方向の変位を許していない。地盤材料としては前述の藤の森粘土を想定し、初期応力は有効単位体積重量 1.8 tf/m^2 、静止土圧係数 $K_0=0.47$ とし地表面に 2 tf/m^2 の上載応力が一様に分布しているものとして計算している。解析は完全排水条件と完全非排水条件の両方で行い、構成モデルとしては移動硬化型のkinematic t_{ij} -clay model³⁾と等方硬化型の t_{ij} -clay model²⁾を用いている。なお、計算では載荷荷重を増分的に与える増分法を用いているが、引っ張り領域が発生したときはそれ以降の計算を打ち切っている。

図-12に非排水条件下の載荷応力～沈下量(荷重中央)関係を、図-13に非排水条件下の同様の関係のグラフを示す。グラフにおいて、実線は移動硬化型モデルによる解析結果を、破線は等方硬化型モデルによる解析結果を表す。両排水条件下において、移動硬化型モデルによる沈下量は等方硬化型モデルによる沈下量よりも大きくなっている。さらに、図-13から非排水条件下では移動硬化型モデルによる極限支持力は等方硬化型モデルによる解析結果よりも小さくなるのが予想される。図-14は排水条件下 $q=75\text{ tf/m}^2$ 時および非排水条件下で $q=7.5\text{ tf/m}^2$ 時の移動硬化型モデルによる地盤の変形図を示したものである。同図より排水条件によって地盤変形モードが変わっていることがわかる。このことをより明確にするために、図-15、16では排水条件下で $q=75\text{ tf/m}^2$ 時、非排水条件下で $q=7.5\text{ tf/m}^2$ 時の移動および等方硬化型モデルによる地表面沈下モードおよび荷重載荷端断面における側方変位モードを示している。ここにすべての変位量は荷重中心軸上の地表面沈下量(s_0)で割り無次元化して表示している。図-15の排水条件下の解析より、移動硬化型モデルによる解析の方が沈下量の大きな範囲が荷重載荷位置に近くなり、側方変位も大きくなる傾向がうかがえる。図-16の非排水試験の解析結果では、沈下量、側方変位ともに大きくなる領域が荷重載荷場所近くに集中する傾向がみられる。また、移動硬化型モデルでは荷重中心での沈下量が最も大きくなるが、等方硬化型モデルでは荷重中心からずれることになる。以上の図から応力経路依存性や主応力軸の回転すなわち応力誘導異方性の考察の仕方が沈下量の大きさだけでなく地盤の変形モードにも大きく影響していることがわかる。

図-17、18は移動および等方硬化型モデルによる排水条件下の地盤内安全分布の解析結果を、図-19、20は非排水条件下の解析結果を示す。同じ載荷重でもモデルにより、地盤内安全分布すなわち地盤内の応力状態が異なることが理解できる。また、すべての解析で安全率の低い領域は荷重端近くから斜め下方に発達しはじめるか、その後の破壊域への進展は排水条件によってかなり異なる。たとえば、排水条件下では荷重載荷面に安全率の大きな土くさびが形成されるが、非排水条件下ではそのような傾向はみられない。

以上、ここでは排水条件および非排水条件下の支持力問題の有限要素解析を移動硬化型モデルおよび等方硬化型モデルを用いて行い、モデルの特性と地盤の応力～変形挙動の関連性について検討した。

参考文献

- 1) Schofield & Wroth (1968) : Critical State Soil Mechanics.
- 2) Nakai & Matsuoka (1986) : Soils & Foundations, Vol. 26, No. 3, 81-98.
- 3) Nakai & Hoshikawa (1991) : Proc. 7th IACMOG, Vol. 1, 655-660.

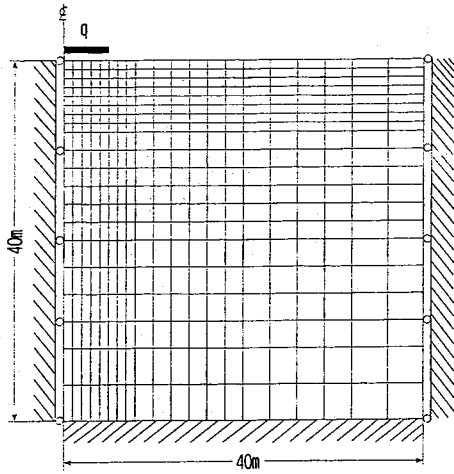


図-11 有限要素メッシュ

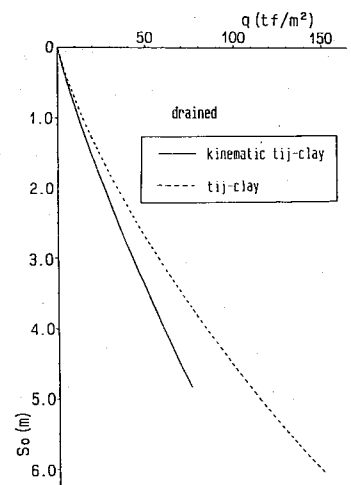


図-12 排水条件下の荷重～沈下曲線

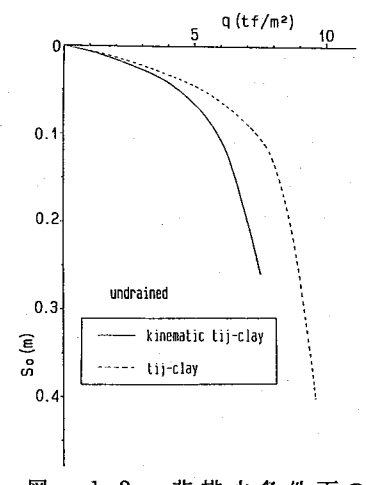
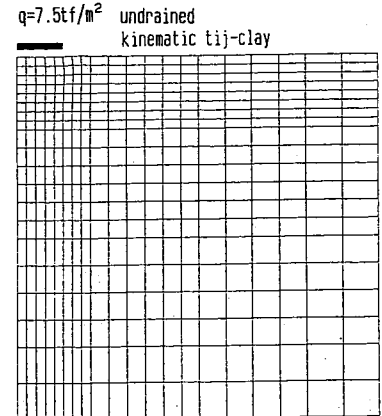
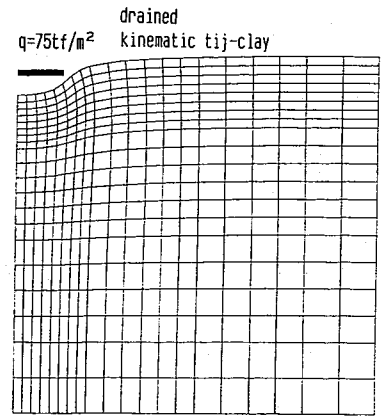


図-13 非排水条件下の荷重～沈下曲線



(a) 排水条件下 (b) 非排水条件下

図-14 移動硬化型モデルによる地盤内変位の解析結果

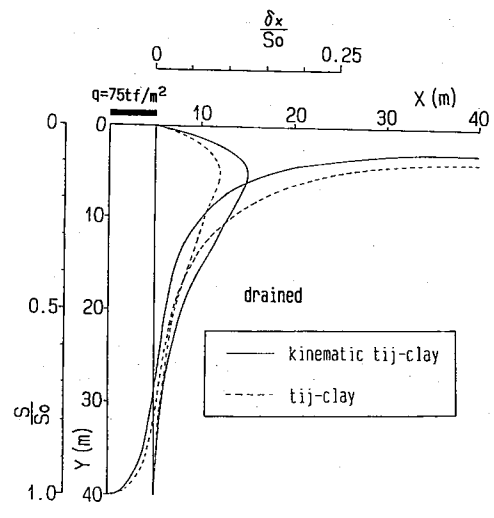


図-15 排水条件下の地盤の地表面沈下および側方変位モード (q = 75 tf/m²)

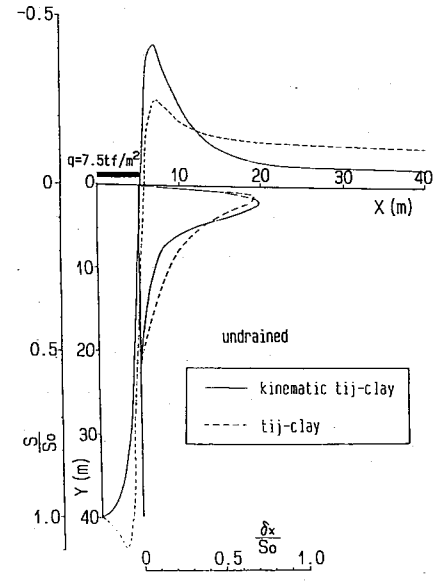
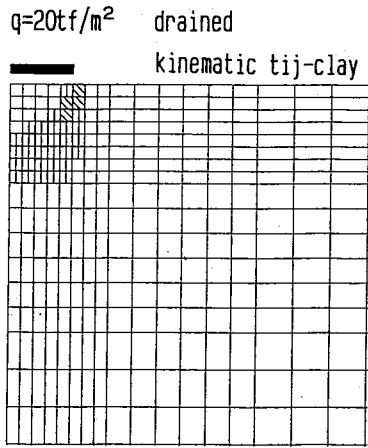


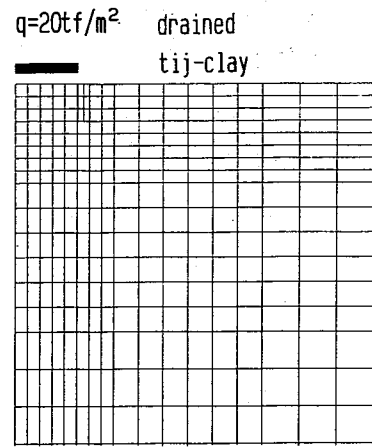
図-16 非排水条件下の地盤の地表面沈下および側方変位モード (q = 7.5 tf/m²)

■ F.S. ≤ 1.0
 ▨ 1.0 < F.S. ≤ 1.1
 ▩ 1.1 < F.S. ≤ 1.2

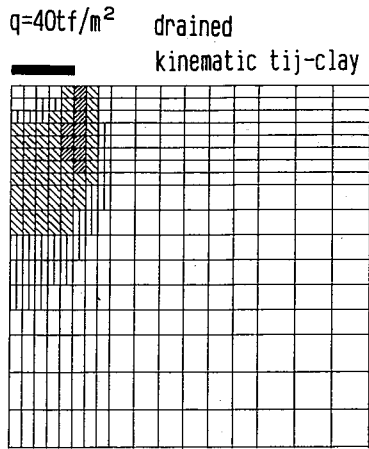
▤ 1.2 < F.S. ≤ 1.3
 □ 1.3 < F.S.



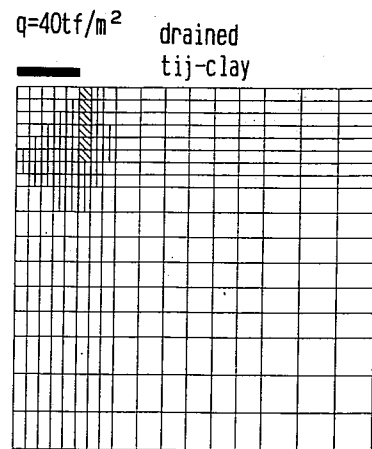
(a) q = 20 t f / m²



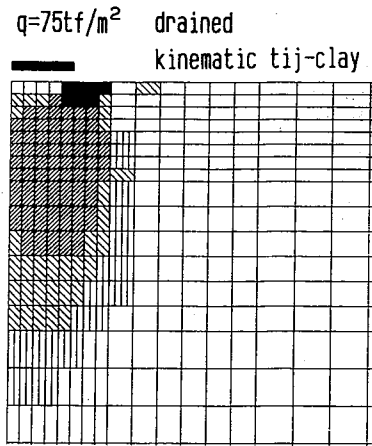
(a) q = 20 t f / m²



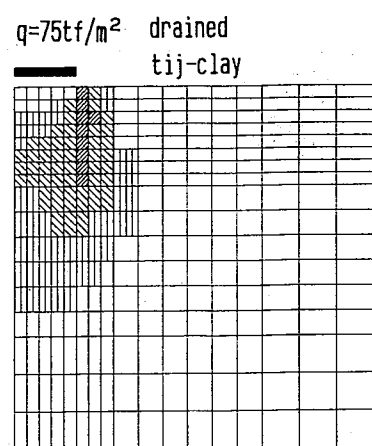
(b) q = 40 t f / m²



(b) q = 40 t f / m²



(c) q = 75 t f / m²



(c) q = 75 t f / m²

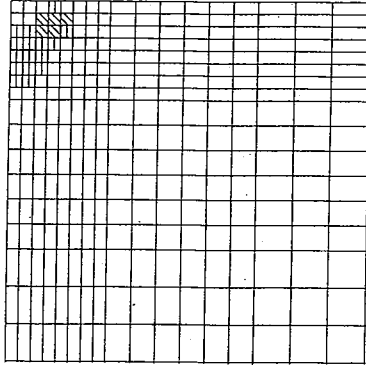
図-17 移動硬化型モデルによる排水条件下の地盤内安全率分布

図-18 等方硬化型モデルによる排水条件下の地盤内安全率分布

■ F.S. ≤ 1.0
 ▨ 1.0 < F.S. ≤ 1.1
 ▩ 1.1 < F.S. ≤ 1.2

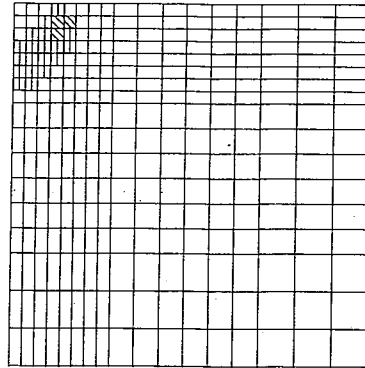
▤ 1.2 < F.S. ≤ 1.3
 □ 1.3 < F.S.

$q=4tf/m^2$ undrained
 kinematic tij-clay



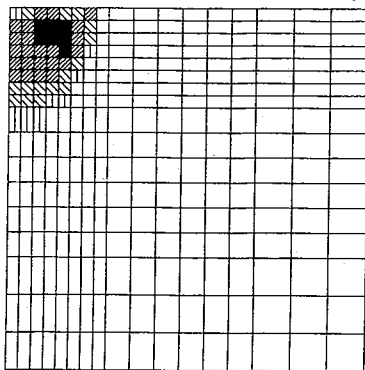
(a) $q = 4 t f / m^2$

$q=4tf/m^2$ undrained
 tij-clay



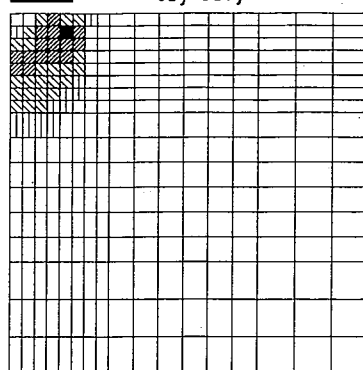
(a) $q = 4 t f / m^2$

$q=6tf/m^2$ undrained
 kinematic tij-clay



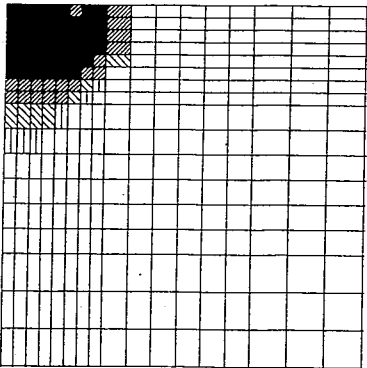
(b) $q = 6 t f / m^2$

$q=6tf/m^2$ undrained
 tij-clay



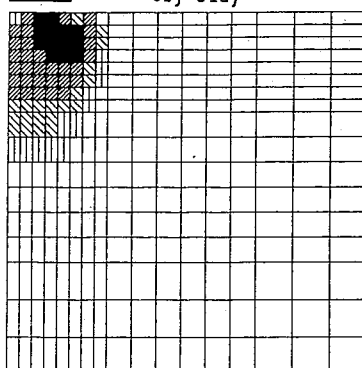
(b) $q = 6 t f / m^2$

$q=7.5tf/m^2$ undrained
 kinematic tij-clay



(c) $q = 7.5 t f / m^2$

$q=7.5tf/m^2$ undrained
 tij-clay



(c) $q = 7.5 t f / m^2$

図 - 1 9 移動硬化型モデルによる
 非排水条件下の地盤内安全率分布

図 - 2 0 等方硬化型モデルによる
 非排水条件下の地盤内安全率分布