

## 粘土および砂の異方性とその表現

名古屋工業大学 正会員 中井 照夫  
名古屋港管理組合 正会員 星川 拓哉  
J R 東海 正会員 船田 智巳

自然堆積粘土や1次元圧密された粘土が異方性を持つことはよくいわれている。また、一般に砂地盤もその堆積過程から変形・強度特性に異方性がみられる。ここでは、粘土や砂の異方性についてすでに報告されている実測値に基づいて考察するとともに、両者の異方性の特徴の違いがあることを示す。そして弾塑性モデル等の構成モデルでこれらの異方性を表現する方法について述べる。

### 1 粘土の異方性

自然堆積粘土の異方性(特に非排水強度の異方性)に関する研究は古くから多くの研究者により行われているが、ここではすでに報告されている自然堆積粘土や1次元圧密粘土の実測値に基づいて検討する。岡ら<sup>1)</sup>は不攪乱東大阪粘土を用い、成形時に切り出し角度を変えた非排水三軸試験(過圧密比=1.2)を行い、図-2の結果を得ている。ここに $\beta$ は図-1に示すように地盤の堆積面とせん断試験の最大主応力面のなす角を表し、 $\beta$ 、 $=0^\circ$ は堆積面に垂直な方向に最大主応力が作用し、 $\beta$ 、 $=90^\circ$ は堆積面と平行に最大主応力が作用する。図-2(a)はそのときのせん断応力 $q$ ～軸ひずみ $\varepsilon_{11}$ 関係を、図-2(b)は有効応力経路を $q$ ～平均主応力 $\sigma_m$ 関係で表示している。同図より、 $\beta$ 、 $=0^\circ$ から $90^\circ$ になるに従い、応力～ひずみ関係の立ち上がりの勾配がゆるく、破壊強度も小さくなりピークも不明瞭になることが示されている。また、ピーク前の負のダイレイタンスの発生量は $\beta$ 、 $90^\circ$ に近づくにつれて大きくなる傾向が示されている。一方、ピーク後の大ひずみ時には内部摩擦角 $\phi'$ に有為な差がなく異方性の影響は減少する。

次に、三笠ら<sup>2)</sup>は1次元圧密粘土の一面せん断非排水試験の結果に基づいて粘土の異方性を検討している。1次元圧密地盤( $\sigma_1 = \sigma_3 = p_0$ ,  $\sigma_2 = \sigma_3 = K_0 p_0$ )が図-3のようにすべり破壊したときの要素③④の応力状態は、すべり面が水平面となす角 $\theta$ は同じでせん断方向だけが逆となる直接せん断試験(一面せん断試験、単純せん断試験)の応力状態に近いと考えられる。三笠らはそれぞれ主動せん断、受働せん断と名付け、角度 $\theta$ を変えた実験を行っている。図-4は破壊時のせん断強度を極座標表示したものであり、図-5(a)、(b)はせん断応力～せん断変位関係の実測値である。両図より、主動せん断の方が受働せん断より強度が大きく応力～変位関係の初期の立ち上がりの勾配が急になっていることなどが理解される。主動せん断では $\theta = 45^\circ$ の時最も強度が大きく応力変位関係の立ち上がりが急となり、受働せん断では $\theta = 45^\circ$ の時最も強度が小さく立ち上がりゆるやかになる。

また、自然堆積粘土や1次元圧密粘土のこれらの異方性の特徴として、初期の拘束応力よりもかなり大きな応力で等方圧密すれば、異方的な構造がくずれ等方的な性質を持つようになるといわれている。

### 2 砂の異方性

砂の構造異方性に関する系統的な研究は小田<sup>3)</sup>、<sup>4)</sup>やArthurら<sup>5)</sup>によってはじめられている。彼らは堆積面と主応力方向を変化させた三軸試験や平面ひずみ試験を行い、砂の変形・強度特性が異方性の影響を大きくうけることを示している。図-6は小田ら<sup>4)</sup>によって行われた堆積面と最大主応力面のなす角度 $\delta$ を変えた平面ひずみ試験の応力～ひずみ関係である。また、図-7(a)、(b)は排水条件下の平面ひずみおよび三軸圧縮試験の破壊時の主応力比と堆積面と最大主応力面のなす角 $\delta$ 関係を示している。これらの図から、 $\delta = 0^\circ$ の時つま

---

Clay and Sand Anisotropy and It's Expression in Constitutive Modelling; T.Nakai(Nagoya Institute of Technology), T.Hoshikawa(Nagoya Port Authority) and T.Funada(Tokai Railway Company)

り堆積面に垂直な方向に最大主応力が作用する時が最も強度が大きく、応力～ひずみ曲線の初期勾配も大きくなることわかる。この傾向は図-2 に示した粘土の結果とも一応対応している。しかし、ここで注意しておくことは、図-2 は粘土の非排水試験であり、 $q_t = (\sigma_1 - \sigma_3)_{max}$ には強度差があっても $\phi'$ には有為な差がみられないことである。さて、図-7 の砂の結果に話をもちよれば、平面ひずみ試験、三軸圧縮試験とも $\delta = 0^\circ$ の強度が最も大きくなっているが、平面ひずみ試験では $\delta = 90^\circ$ ではなく $60^\circ < \delta < 90^\circ$ の間で強度の極小値をとる傾向がみられる。また、異方性による強度差は三軸圧縮試験よりも平面ひずみ試験で顕著になる。

次に、名工大で行われた異方性砂の実験結果を示す。図-8 は水平堆積させた豊浦砂の繰返し等方圧縮試験結果を軸ひずみ( $\epsilon_x$ )～体積ひずみ( $\epsilon_v$ )関係で示している。同図より、一回目の載荷時(vergin loading)では $\epsilon_v > 3\epsilon_x$ となり異方的な挙動を示すことがわかるが、除荷時および再載荷時には $d\epsilon_v = 3d\epsilon_x$ となるので異方性砂であっても弾性ひずみはあまり異方性の影響をうけないことがわかる。図-9 (a), (b)は等方性砂および水平堆積された異方性砂の三軸圧縮試験と三軸伸張試験結果<sup>9)</sup>を示している。三軸圧縮条件では異方性砂の方が強度が大きく、応力～ひずみ曲線の初期勾配が大きくまたダイレイタンスー曲線は膨張側にあることがわかる。三軸伸張条件下では逆に異方性砂の強度は多少小さくなるが、変形特性にはそれほど有為な差はないようである。図-10 はこれらの試験結果を $t_{ij}$ の概念<sup>7)</sup>に基づく応力比～塑性ひずみ増分比関係で整理している。同図から応力比～ひずみ増分比関係は異方性の影響をほとんどうけないことがわかる。同様の指摘は小田<sup>8)</sup>、松岡ら<sup>9)</sup>によってもなされている。

また、異方性砂では粘土とは異なりかなり大きな等方応力で圧密しても、砂の構造異方性は消えないことも報告されている。

### 3 粘土および砂の異方性の表現法について

いままで述べてきたように、堆積した粘土や砂はその変形・強度特性に異方性を有している。ところで、粘土の場合、たとえ変形特性等に異方性があっても破壊時の内部摩擦角は異方性にほとんど関係なく決まり、拘束応力を大きくすれば異方性の程度が小さくなる。一方、砂の場合、破壊時の内部摩擦角は異方性の影響を大きくうけ、またたとえ拘束応力が大きくなっても異方性の程度はあまり変化しないといわれている。

このような観点から、ここでは同じ堆積あるいは1次元圧密による異方性であっても粘土と砂ではその性格が異なるものと考え(つまりこれらの粘土の異方性は応力誘導異方性が主要因であり、前節で述べた砂の異方性では初期構造の異方性が主要因と考え)、各々の構成モデルの中でこれらの要因を評価することを試みる。

#### 粘土の誘導異方性の表現

地盤材料の誘導異方性はせん断応力ではなく応力比の変化によって生じると考えられるので、応力比空間における移動硬化則を用いて表現する。

力学量 $t_{ij}$ を用いた等方硬化型モデル<sup>10)</sup>では降伏関数(あるいは塑性ポテンシャル、ひずみ硬化関数)は応力の不変量を用いて次式の形で与えられる。

$$f = f(t_N, X) = 0 \quad (1)$$

$$X = \sqrt{X_{ij} X_{ij}}$$

$$X_{ij} = \frac{T_{ij}}{E_N} - a_{ij}$$

ここに、 $t_N$ 、 $X$ は $t_{ij}$ の概念で用いる平均応力および応力比である(付表参照)。移動硬化型モデル<sup>11), 12)</sup>では(1)式の $X$ を $X^* + n$ で置き換え、降伏関数を次式で与える。

$$f = f(t_N, X^* + n) = 0 \quad (2)$$

(2)式中の $X^*$ および $n$ は

$$X^* = \sqrt{(X_{ij} - n_{ij})(X_{ij} - n_{ij})} \quad (3)$$

$$n = \sqrt{n_{ij} n_{ij}} \quad (4)$$

と表され、 $x_{ij}$ は

$$x_{ij} = \frac{t_{ij}}{t_N} - a_{ij} \quad (5)$$

なる応力比テンソルであり、 $n_{ij}$ は $x_{ij}$ 空間における降伏関数の中心位置を表すテンソルである(応力に関する諸量の定義は文献<sup>9)</sup>-<sup>11)</sup>あるいは末尾の付表を参照)。

ところで、移動硬化への拡張にあたり、 $X$ を $X^*+n$ に置き換えた理由は、主軸の方向が変化しない単調載荷時には $X = X^*+n$ となるので、このような単調応力経路下で等方硬化モデルとその応力～ひずみ曲線を一致させるためである。また応力比 $x_{ij}$ が変化したときのみ $X^*(=f)$ を一定に保ちながら移動硬化すると考えているので、例えば平均応力( $t_N$ あるいは $p$ )だけが増える主応力比一定試験経路では、 $n_{ij}$ は変化せず異方あるいは等方硬化する。図-1.1にこのような方法で拡張した移動硬化型弾塑性モデル(kinematic  $t_{ij}$ -clay model)<sup>11)</sup>の降伏曲面の変化の様子を示す。なお、このkinematic  $t_{ij}$ -clay modelでは誘導異方性の他に、①土の変形・強度特性におよぼす中間主応力の影響を $t_{ij}$ の概念を用いて、②塑性流動方向の応力経路依存性を塑性ひずみ増分を2成分に分けることにより表現可能としている。

図-1.2～1.4に、図-2.4, 5に対応する解析結果を示しているが、前述した粘土の異方性の特徴がよく表されていることがわかる(計算はすべて表-1に示す藤の森粘土の土質パラメータを使って行っている)。

#### 砂の構造異方性の表現

$X_{ij}$  - 弾性応力比

異方性テンソルを用いて応力を修正することにより異方性を表現しようという試み(構造異方性だけでなく誘導異方性も含めて)は、佐武<sup>12)</sup>、大槇<sup>13)</sup>、中井・三原<sup>7)</sup>、飛田<sup>14)</sup>、小田<sup>15)</sup>、瀧ら<sup>16)</sup>、岡ら<sup>17)</sup>により行われている。ここでも構造異方性テンソル $b_{ij}$ を導入するが、修正するのは応力比テンソル $x_{ij}$ だけであり他は等方性土に対するモデルの定式化と同じである。なお、 $b_{ij}$ はそのトレース $b_{ii}=3$ となる対称テンソルであり、等方性の場合には必然的に $b_{ij}=\delta_{ij}$ (unit tensor)となる。したがって堆積地盤のような面内等方性地盤では主値の比 $b_1/b_3$ と堆積の方向(異方性の主軸の方向)がわかれば $b_{ij}$ を決めることができる。

等方硬化型モデル<sup>9)</sup>でも移動硬化型モデル<sup>10)</sup>でも同様の方法で構造異方性を考慮したモデルに拡張できるが、ここではより一般的な移動硬化型モデルの場合について示す。

等方性砂の場合降伏関数 $f$ は(2)式の形で与えられるが、異方性砂のモデルでは応力比テンソル $x_{ij}$ の中で異方性を評価するため $x_{ij}$ を $\overline{x_{ij}}$ に置き換え次式の形で降伏関数を与える<sup>18)</sup>。

$$f=f(t_N, \overline{X^*+n})=0 \quad (6)$$

(6)式中の $\overline{X^*}$ は

$$\overline{X^*}=\sqrt{(x_{ij}-n_{ij})(x_{ij}-n_{ij})} \quad (7)$$

で表され、 $\overline{x_{ij}}$ は $b_{ij}$ を使って、次式で定義する。

$$\overline{x_{ij}} = \frac{1}{2} \frac{(t_{ik}b_{kj}+b_{ik}t_{kj})}{t_N} - a_{ij} \quad (8)$$

(8)式の形で $\overline{x_{ij}}$ を与えたのは、対称性や一般性を失わずにできるだけ単純な形で規定することと $b_{ii}=\delta_{ii}$ の時は $\overline{x_{ij}}=x_{ij}$ となることを考慮したことによる。したがって、等方性砂のモデルから異方性砂のモデルへの拡張は(5)式の $x_{ij}$ を(8)式の $\overline{x_{ij}}$ に置き換えるだけでなされている。

図-1.5～1.9は図-6.7, 8, 9, 1.0に対応する解析結果を示しているが、前述した異方性砂の特徴が単に $b_{ij}$ を導入するだけでよく表現されていることがわかる(なお、計算はすべて表-2の豊浦砂の土質パラメータを使って行われている)。

以上、本報告では今までに報告されている粘土や砂の異方性について考察するとともに、構成式の中でのこれらの異方性の表現方法について述べた。

参考文献

- 1) 岡他(1990):第25回土質工学研究発表会, vol. 1, pp. 639-642 あるいは Adachi et al. (1991):Proc. 10th ECSMF
- 2) 三笠・高田・大島(1984):土と基礎, No. 322, pp. 25-30
- 3) Oda(1972):S & F, 12(2), pp. 1-18
- 4) Oda, Koishikawa & Higuchi(1978):S & F, 18(1)pp. 25-38
- 5) Arthur & Mihara(1984):Geotechnique, 22(1), pp. 155-129
- 6) 松岡・中井・石崎(1980):土木学会論文報告集, No304, pp. 105-111
- 7) Nakai & Mihara(1984):S & F, 24(2), pp. 82-94
- 8) 松岡・平尾・福武(1984):土と基礎, No. 322, pp. 31-36
- 9) Nakai(1989):S & F, 29(1), pp. 119-137
- 10) Nakai, Fujii & Taki(1989):Proc. NUMOGIII, pp. 36-46
- 11) Nakai & Hoshikawa(1991):Proc. IACMAG 91, pp. 655-660
- 12) Satake(1982):Proc. IUTAM Conf. on Deformation and Failure of Granular Materials., pp. 63-68
- 13) 大槇(1982):第37回土木学会年講, III-97, pp. 113-126
- 14) Tobita(1988):S & F, 28(2), pp. 113-126
- 15) 小田(1989):第24回土質工学研究発表会, Vol 1, pp. 579-582
- 16) 瀧他(1989):第44回土木学会年講, III-218, pp. 510-511
- 17) 岡他(1991):第26回土質工学研究発表会(投稿中)
- 18) 中井・船田(1991):第26回土質工学研究発表会(投稿中)

表-1 藤の森粘土の土質パラメーター

$\lambda/(1+e_0)$	$5.08 \times 10^{-2}$
$K/(1+e_0)$	$1.12 \times 10^{-2}$
$\phi'$ (comp.)	$33.7^\circ$
$\alpha$	0.7
$v_e$	0.0
$\xi$	0.2

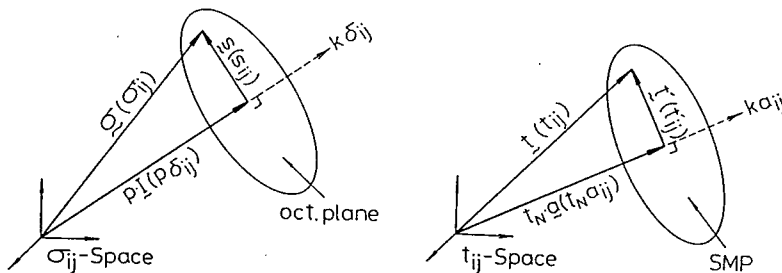
表-2 豊浦砂の土質パラメーター

$c_t$	$0.84 \times 10^{-2}$
$c_e$	$0.60 \times 10^{-2}$
$m$	0.3
$R_f \equiv (\sigma_1/\sigma_3)_f$ (comp.)	4.7
$D_f \equiv (dc_v/dc_v)_f$ (comp.)	-0.6
$\alpha$	0.85
$\epsilon$	0.3
$b_1/b_3$	0.9, 0.8

*b<sub>1</sub>/b<sub>3</sub> の値*

ordinary concept	$t_{ij}$ - concept
$\sigma_{ij}$ (1a)	$t_{ij} = \sigma_{ik} a_{kj}$ (1b)
$\delta_{ij}$ (unit tensor) (2a)	$a_{ij}$ (2b)
$p = \sigma_{ij} \delta_{ij} / 3$ (3a)	$t_N = t_{ij} a_{ij}$ (3b)
$s_{ij} = \sigma_{ij} - p \delta_{ij}$ (4a)	$t_{ij}' = t_{ij} - t_N a_{ij}$ (4b)
$q = \sqrt{(3/2) s_{ij} s_{ij}}$ (5a)	$t_s = \sqrt{t_{ij}' t_{ij}'}$ (5b)
$\eta_{ij} = s_{ij} / p$ (6a)	$x_{ij} = t_{ij}' / t_N$ (6b)
$\eta = q / p = \sqrt{(3/2) \eta_{ij} \eta_{ij}}$ (7a)	$X = t_s / t_N = \sqrt{x_{ij} x_{ij}}$ (7b)
$\eta = \sqrt{(3/2) (\eta_{ij} - \eta_{ij}^0) (\eta_{ij} - \eta_{ij}^0)}$ (8a)	$X = \sqrt{(x_{ij} - n_{ij}) (x_{ij} - n_{ij})}$ (8b)

付表  
通常概念および  $t_{ij}$  の概念で  
使われる応力量の定義



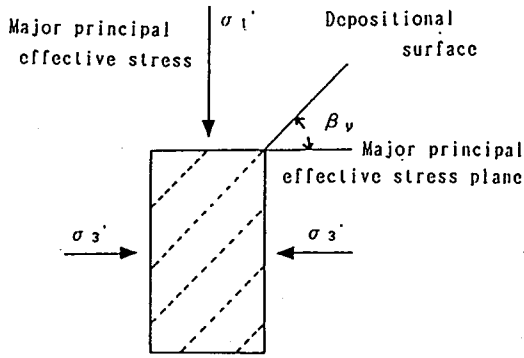


図-1 堆積面と最大主応力面のなす角度 $\beta_v$  (岡他<sup>1)</sup>)

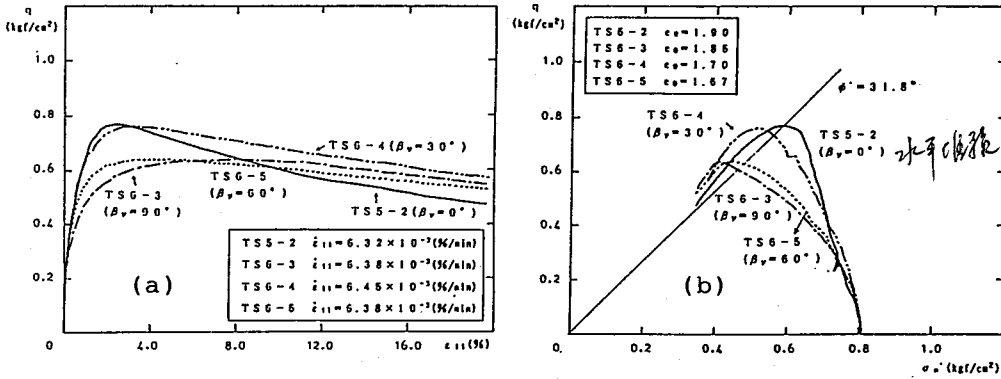


図-2 切り出し角度を変えた自然堆積粘土の非排水三軸圧縮試験結果 (岡他<sup>1)</sup>)

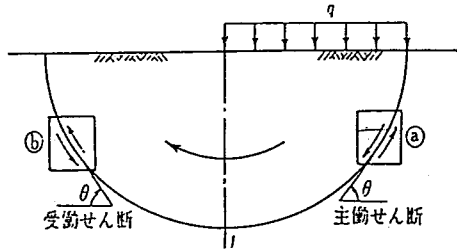


図-3 主動せん断・受働せん断の説明文 (三笠他<sup>2)</sup>)

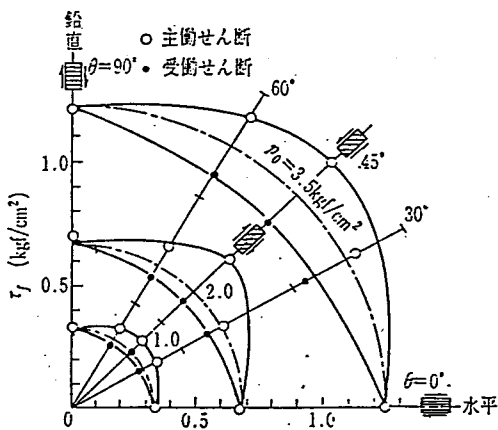


図-4 1次元圧密粘土のせん断面角度～一面UU強度関係の実測値 (三笠他<sup>2)</sup>)

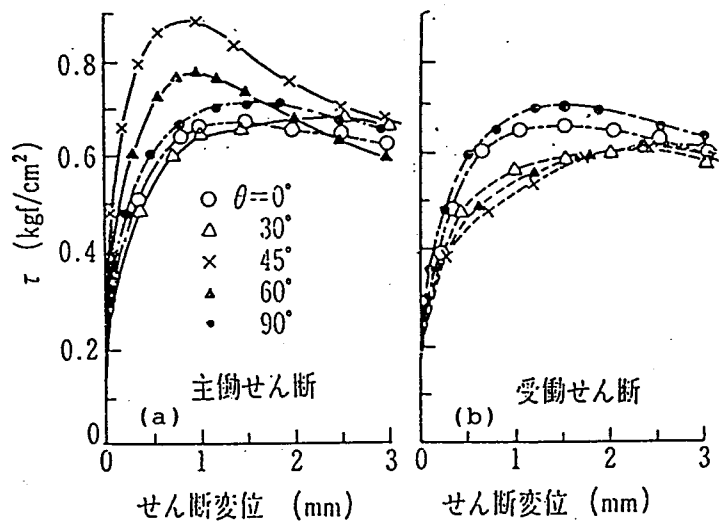


図-5 1次元圧密粘土の一面UU試験のせん断応力～せん断変位関係の実測値 (三笠他<sup>2)</sup>)

破壊直前の中は  
 $\beta_v$ に近づく

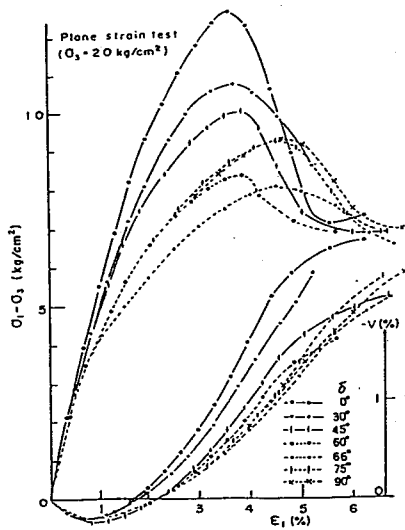


図-6 異方性砂の平面ひずみ試験の応力～ひずみ関係の実測値(小田他<sup>4)</sup>)

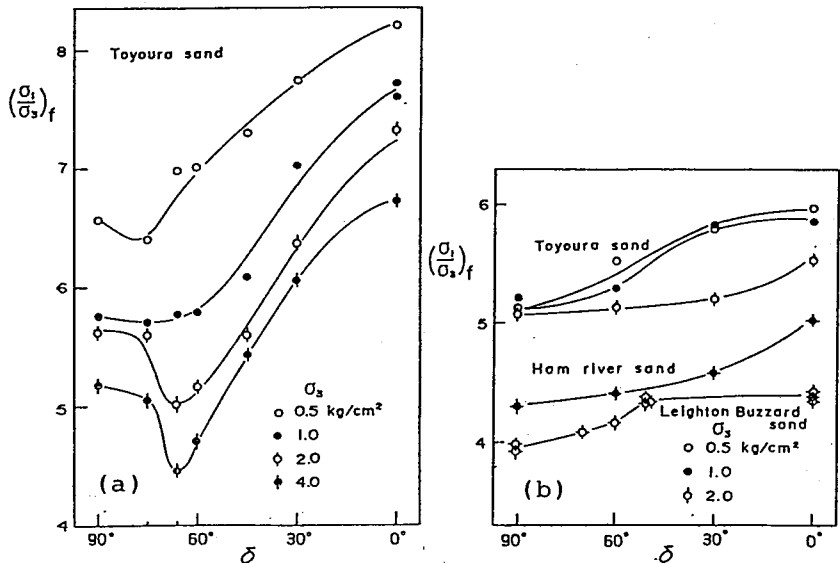


図-7 異方性の破壊時の応力比～δ関係の実測値(小田他<sup>4)</sup>)  
(a)図:平面ひずみ試験、(b)図:三軸圧縮試験

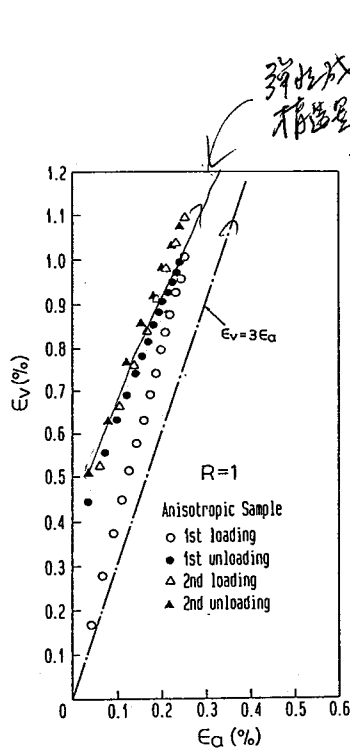


図-8 異方性砂の等方圧縮試験の実測値

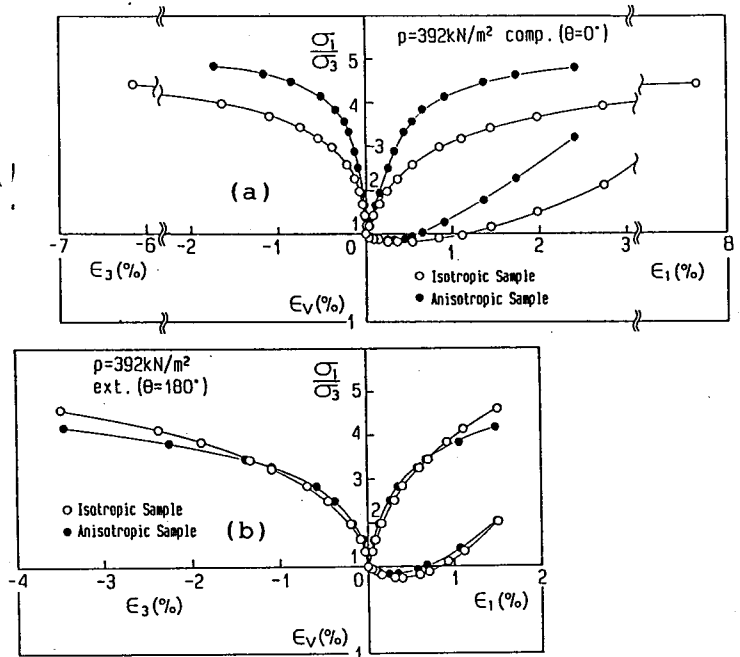


図-9 等方および異方性砂の三軸圧縮および三軸伸張試験の応力～ひずみ関係の実測値

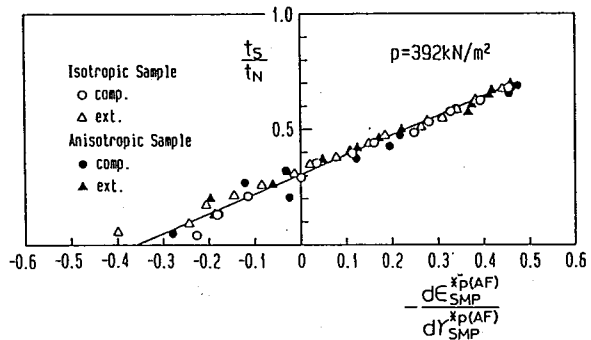


図-10 三軸圧縮および伸張試験の応力比～塑性ひずみ増分比関係の実測値

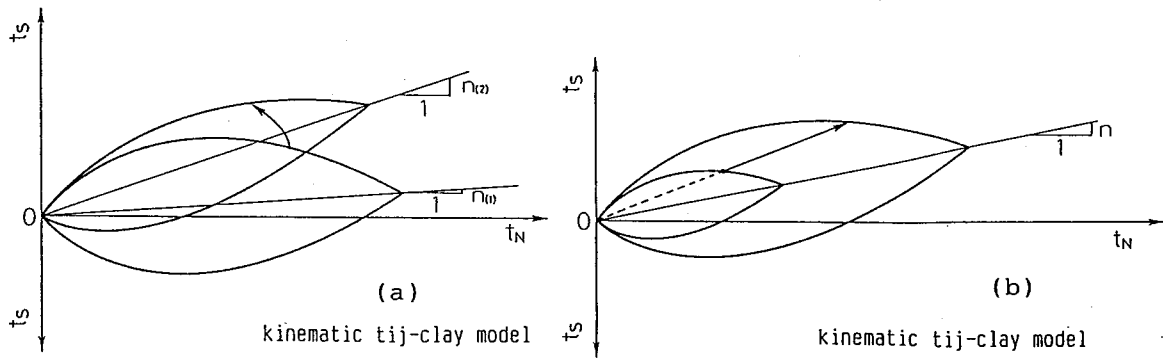


図-11 kinematic  $t_{1j}$ -clay modelの降伏曲面の変化の仕方

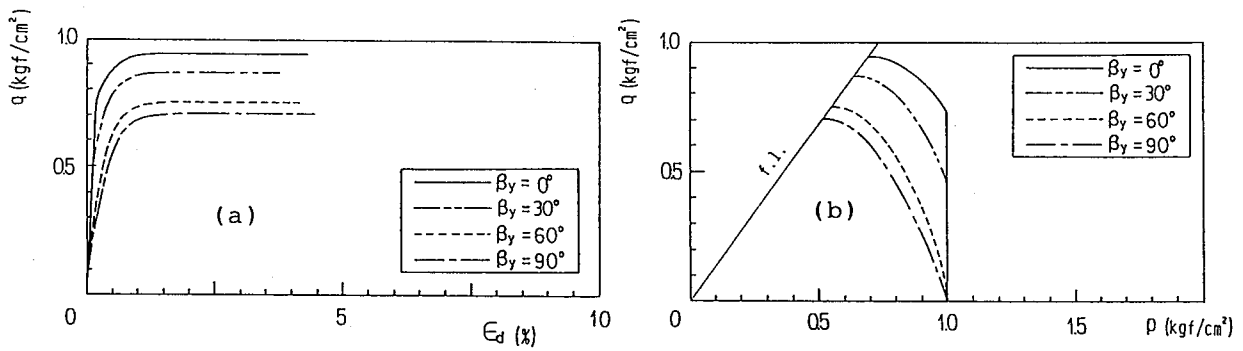


図-12 切り出し角度を変えた自然堆積粘土の非排水三軸試験の解析結果

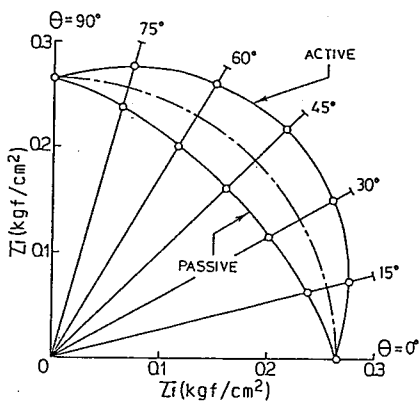


図-13 1次元圧密粘土のせん断面角度～単純せん断UU強度関係の解析結果

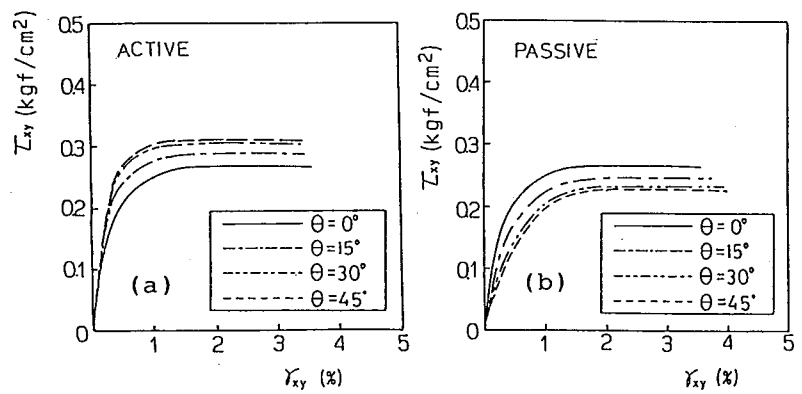


図-14 1次元圧密粘土の単純せん断UU試験のせん断応力～せん断変位関係の解析結果

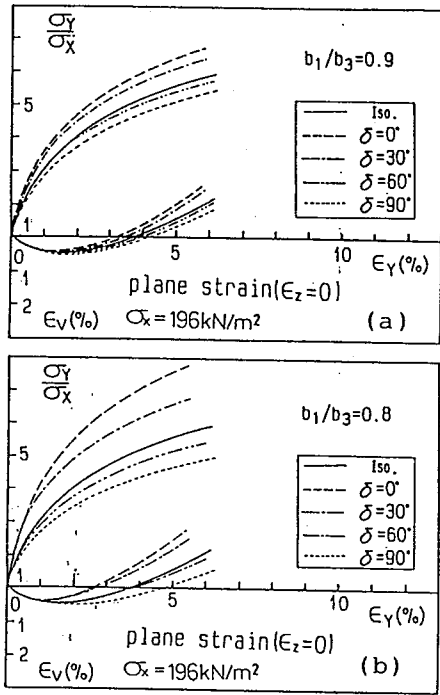


図-15 異方性砂の平面ひずみ試験の応力～ひずみ関係の解析結果

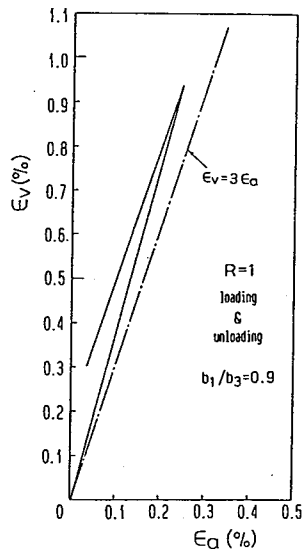


図-17 異方性砂の等方圧縮試験の解析結果

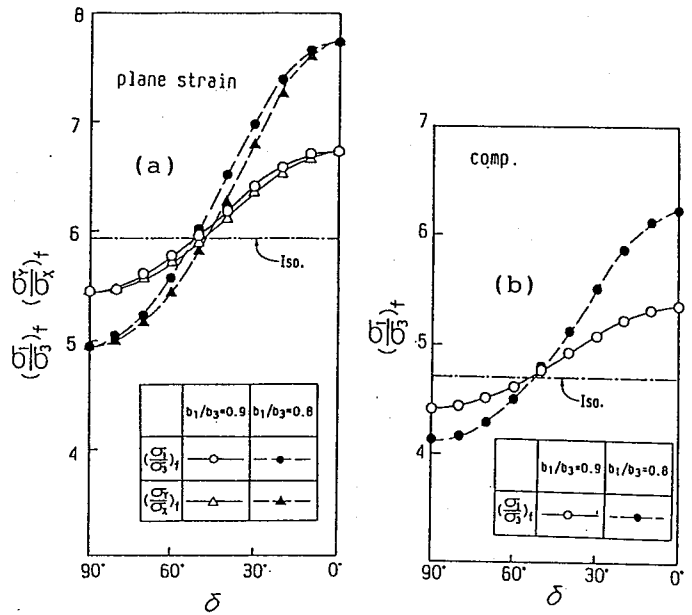


図-16 異方性砂の破壊時の応力比～ $\delta$ 関係の解析結果  
(a)図:平面ひずみ試験、(b)図:三軸圧縮試験

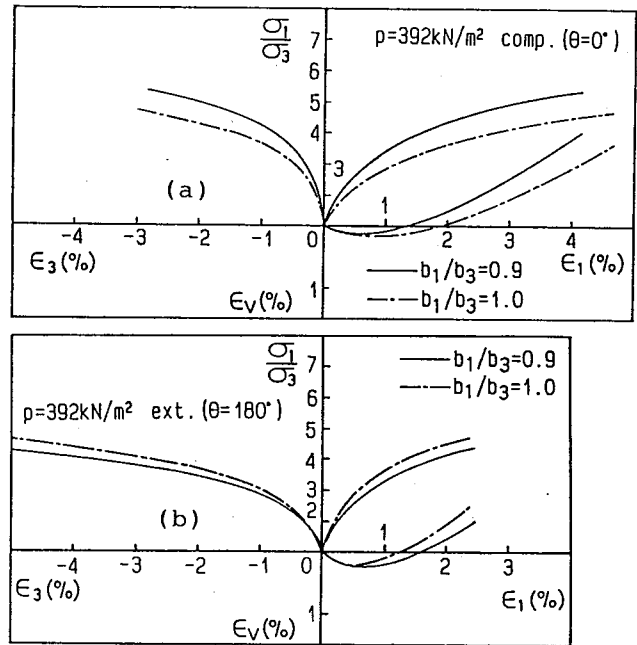


図-18 等方および異方性砂の三軸圧縮および三軸伸張試験の応力～ひずみ関係の解析結果

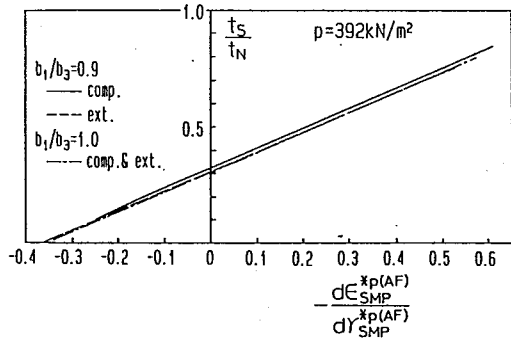


図-19 三軸圧縮および伸張試験の応力比～塑性ひずみ増分比関係の解析結果