

# 地盤定数の分布形状が単杭の水平抵抗に与える影響

京都大学工学部 正会員 ○木村 亮, 足立 紀尚  
京都大学大学院 学会員 森本 輝

## 1. はじめに

構造物の支持杭の設計には、杭の水平抵抗に対する考え方が重要なポイントになるが、杭の静的な水平抵抗の挙動を解明するためには、地盤と杭の相互作用により、<sup>①</sup>杭が地盤から受ける地盤反力、<sup>②</sup>杭周辺地盤の応力分布と弾性・塑性域、<sup>③</sup>地盤と杭の変形状態とその非線形性等を、解析的に解明する必要がある。

水平力を受ける杭の簡便な解析法の1つとして、Randolphの解法<sup>1)</sup>(PIGLET)がある。この解法では地盤を弾性体とし、Fig. 1のようにせん断弾性係数が深さ方向に線形に増加するS型地盤、もしくは深さ方向に一定であるC型地盤を仮定する。しかし、実際の地盤においては地盤のせん断弾性係数の分布がS型、C型地盤のように簡単に区別できることは稀であり、Fig. 1の破線および一点鎖線のようなパターンでは、どのような地盤を仮定すればよいのかが問題となる。そのため、PIGLETは概略的な杭の変形挙動の推定には有効であるが、地盤定数の分布形状を十分に考慮した杭と地盤の挙動を詳細に解析するには不十分である。

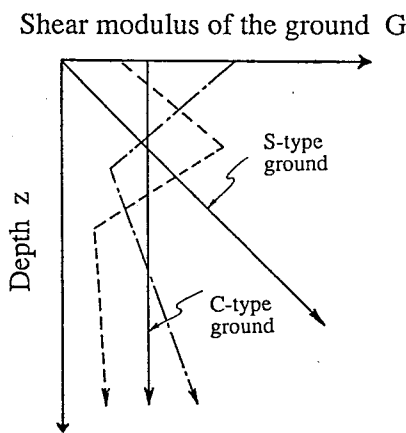


Fig. 1 S型地盤・C型地盤および自然地盤

そこで、柴田ら<sup>2)</sup>は実験結果を説明できる数値解析手法として地盤を層状に分割した擬似3

次元弾性有限要素モデル(GPILE : Ground Pile Interaction of Laterally Loaded Effect)を開発したが、本モデルの杭の変形パターンは、鉛直方向の自由度を持たないために、実杭の変形パターンを過小評価する傾向がある。そこで、実際の杭の変形パターンを表現するためにはどうしても3次元解析が必要となり、筆者らは、GPILEをさらに発展させ、新たに3次元弾塑性有限要素モデル(GPILE-3D)を開発した<sup>3)</sup>。本研究は、実地盤に杭基礎が施工されたと想定し、3次元弾塑性有限要素法を用いて、地盤のヤング率の分布形状が単杭の水平抵抗に与える影響について、パラメトリックスタディーを行ったものである。

## 2. GPILE-3Dの概要

一般に杭の水平抵抗の問題を解析する場合、深さ方向の地盤定数の変化や杭の配置等、3次元効果を考慮する必要がある。2次元モデルでは杭を矢板のような板状基礎として扱わざるを得ず、解析断面奥行き方向の杭と地盤の相互作用を考慮できない。よって、実際の杭の変形パターンを正確に表現するためには、どうしても3次元解析が必要となる。しかし、純粋な3次元解析では、記憶容量と計算時間が膨大となる。そこで、新しく3次元弾塑性有限要素法(GPILE-3D)が開発された。GPILE-3Dの概要は、以下のようにまとめられる。

- 1) 反復法の一つであり、連立方程式を解くにあたり非ゼロ要素のみ計算する共役傾斜法を用いて、記憶容量の縮小化を図る。
- 2) 弾塑性解析であり、塑性構成式は Drucker-Prager の破壊規準を降伏関数とし、Associated Flow Rule を適用して求まる。ここで、Associated Flow Rule を適用しているために、地盤はせん断変形により常に体積増加するものと仮定していることに注意を要する。
- 3) 杭要素はビーム要素ではなく、弾性係数の大きい要素を用いる。

Effect on the resistance of laterally loaded single pile by distribution of the ground constant

Makoto KIMURA, Toshihisa ADACHI and Akira MORIMOTO (Kyoto Univ.)

はり+土の相互作用

4) 杭周辺地盤の引張り領域には、一定の引張り応力が生じると要素の弾性定数をゼロに近い値に低下させ、それより大きな引張り応力を発生させない *No-Tension* 解析<sup>4)</sup>を行う。

以下、記憶容量の縮小化を図る共役傾斜法を概説する<sup>5)</sup>。共役傾斜法は1)式の解  $x$  が、2)式の関数の最小点を与えることを基本としている。

$$Ax = b \quad \dots 1)$$

$$f(x) = \frac{1}{2}(x, Ax) - (x, b) \quad \dots 2)$$

ここで、 $A$ は  $n$ 行  $n$ 列の対称かつ正底値行列で、 $(a, b)$ は  $a$ と  $b$ の内積を表す。すなわち、 $f'(x) = 0$ と  $Ax = b$ は同値であり、 $f'(x) = 0$ を逐次近似で解くことを考える。

いまベクトル  $P_k$ が  $A$ に関して直交系(線形独立)をなすとすと、共役傾斜法では、以下のようなアルゴリズムで近似解  $x$ を求めることができる。

$x_0$ を任意の初期ベクトルとして

$$r_0 = b - Ax_0 \quad P_0 = r_0 \quad \dots 3)$$

とおく。  $k = 0, 1, 2, \dots$  について次の反復計算を行う。

$$\alpha_k = \frac{(P_k, r_k)}{(P_k, AP_k)}$$

$$x_{k+1} = x_k + \alpha_k P_k$$

$$r_{k+1} = r_k - \alpha_k P_k$$

$$\beta_k = -\frac{(r_{k+1}, AP_k)}{(P_k, AP_k)}$$

$$P_{k+1} = r_{k+1} + \beta_k P_k \quad \dots 4)$$

この反復は、 $P_k = 0$ となるまで繰り返すが、 $P_k = 0$ とは、 $x_k$ が厳密解になっていることを示す。理論的には  $n$ 回まで反復すれば、必ず  $P_n = 0$ となるが、具体的には、ある許容誤差  $\epsilon$ を定めておいて収束判定を行う。

GPILE-3Dでは地盤を弾塑性材料と仮定しており、載荷試験をシミュレートするためには、地盤定数を決定する必要がある。必要な地盤定数は、弾性定数として地盤のヤング率  $E_s$  およびポアソン比  $\nu$ 、塑性領域に対しては単位体積重

量  $\gamma$ 、静止土圧係数  $K_0$ 、粘着力  $c$ 、および内部摩擦角  $\phi$  である。また、弾塑性解析である GPILE-3Dを用いると、杭体の変形モード、地盤変位、塑性域の広がり(平面および深さ方向)、杭に近接した要素の応力経路等を求めることができる。

### 3. ケーススタディーの方法

#### 3.1 地盤および杭のモデル化

ケーススタディーに用いた杭は、杭長が25 m、杭径が1.2 mの場所打ち鉄筋コンクリート杭である。杭の自由長はゼロとし、杭頭固定条件は自由とした。また、モデル地盤は、中間部分より上の地盤の平均N値を10と考え、杭先端部分ではN値を50として、Fig. 2のようにA~Eの5つのケースにモデル化した。ここで、ケースAではN値は深さとともに増大し、ケースCでは逆に減少する。またケースBでは、N値は深さ方向に一定値をとる。さらにケースD、Eには、それぞれケースAとB、BとCの中間的なN値の分布を与えた。

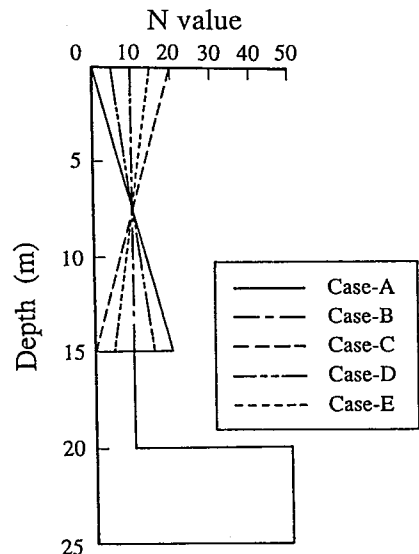


Fig. 2 モデル地盤の各ケースのN値分布

#### 3.2 ケーススタディーの種類および方法

解析に用いた有限要素メッシュを、Fig. 3に示す。ここで、解析範囲は25\*25\*25 mの立方体とし、対称性を考慮してその半分だけを取り上げた。また、円形断面の杭は、モデル化に際して正八面体の杭とした。水平力は杭中心部に集中荷重として作用させ、深さ方向のパネルは10層に分割した。境界条件は、底面の節点は全方

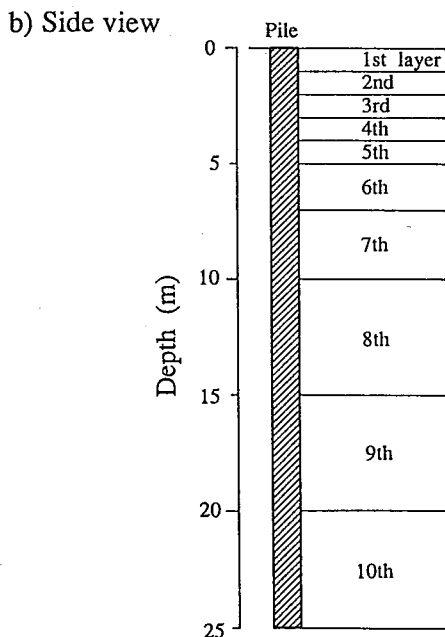
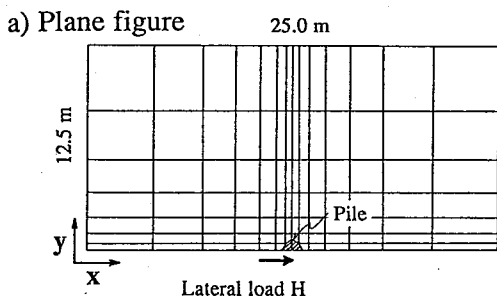


Fig. 3 解析に用いた有限要素メッシュ

向固定，対称面は y 方向のみ固定，その他の節点は全方向自由とした。本解析の節点数は1320，要素数は980である。従来のGPILE，3次元FEM（バンドマトリックス法），3次元FEM（共役傾斜法）それぞれの解法（倍精度）における全体剛性マトリックスの記憶容量を比較すると，4.01Mバイト，10.16Mバイト，2.00Mバイトとなり，共役傾斜法を用いた本解析手法の有効性が理解できる。

ケーススタディーに用いる地盤は，それぞれ Table 1 に示すヤング率の分布を持つ。ここでは  $E = 200 \text{ N}(\text{tf}/\text{m}^2)$  を適用して，ヤング率  $E$  を求めた。粘着力  $c$  はゼロとし，ポアソン比は0.33で一定としている。また，内部摩擦角  $\phi$  に関しては  $\phi = 0.3N + 27$  (Peck の式) や  $\phi = \sqrt{15N} + 15$  (建設省の式) 等が提案されているが，ここでは  $N$  値に関係なく土質試験結果から求められた  $35^\circ$  (一定) と仮定した。杭および他の地盤の諸元を Table 2 に示す。

解析方法の種類を Table 3 に示す。杭の挙動の

Table 1 各ケースの深さ方向のヤング率の分布

Depth z (m)	Layer number	Distribution of young modulus $E_s$				
		Case-A	B	C	D	E
0	1	133	2000	3870	1070	2930
1						
2	2	400	2000	3600	1200	2800
3	3	667	2000	3330	1330	2670
4	4	933	2000	3070	1470	2530
5	5	1200	2000	2800	1600	2400
6	6	1600	2000	2400	1800	2200
7	7	2270	2000	1730	2130	1870
10						
15	8	3330	2000	666	2760	1330
20	9	2000	2000	2000	2000	2000
25	10	10000	10000	10000	10000	10000

Table 2 解析に用いた杭および地盤の諸元

Details of pile	Pile length : 25.0 m Pile diameter d : 1.2 m Young modulus $E_p$ : $2.95 \times 10^6 \text{ tf}/\text{m}^2$ Poissons' ratio $\nu$ : 0.20
Details of ground	Young modulus $E_s$ : see Table 1 Poissons' ratio $\nu$ : 0.33 Elasto-plastic parameter $\gamma = 1.7 \text{ tf}/\text{m}^3$ $K_0 = 1.0 \text{ or } 0.5$ $c = 0.0 \text{ tf}/\text{m}^2$ $\phi = 35.0^\circ$

Table 3 各ケースにおける解析手法の種類

Case	GPILE-3D		PIGLET
	Elastic	Elasto-plastic	
A	○	○	○
B	○	○	○
C	○	○	×
D	○	—	○
E	○	—	×

差異が顕著であると思われる。ケース A, B, C は GPILE-3D を用いた弾性および弾塑性計算を行い，さらに PIGLET でも解析を行っている。ただし，ケース C では深さ方向にヤング率が減少しているため，PIGLET では計算できない。ケース D, E は GPILE-3D を用いた弾性計算だけを行った。また，静止土圧係数  $K_0$  値の影響を調べるためにケース A, B, C に関しては  $K_0$  値を 1.0 と 0.5 に変化させて比較計算を行った。弾塑性計算では，1 ステップ 4 tf ずつ計 16 ステップ

で64 tfを載荷し、弾性計算では弾性的な挙動を確認するために、1ステップ16 tfずつ計4ステップで64 tfを載荷した。また、PIGLETは線形な弾性計算であるため、64 tfのときのみの計算を行った。

#### 4. 解析結果と考察

##### 4.1 水平荷重～杭頭水平変位関係

ケースAからEに関して、GPILE-3Dを用いた弾性解析と弾塑性解析による荷重～変位関係を、それぞれ Fig. 4 a) b) に示す。図から、地表面のヤング率が大きくなるにつれて、同一荷重に対する杭頭変位は小さくなり、地表面から深さ15 mまでの平均N値が等しいにもかかわらず、深さ方向の地盤定数の差によって、その挙動には大きな違いがあることがわかる。つまり、当然のことながら、水平力を受ける単杭の杭頭変位は、地表面付近の地盤のヤング率に大きく影響を受ける。また、図からGPILE-3Dを用いれば、荷重～変位関係の非線形性を、ある程度表現できる。

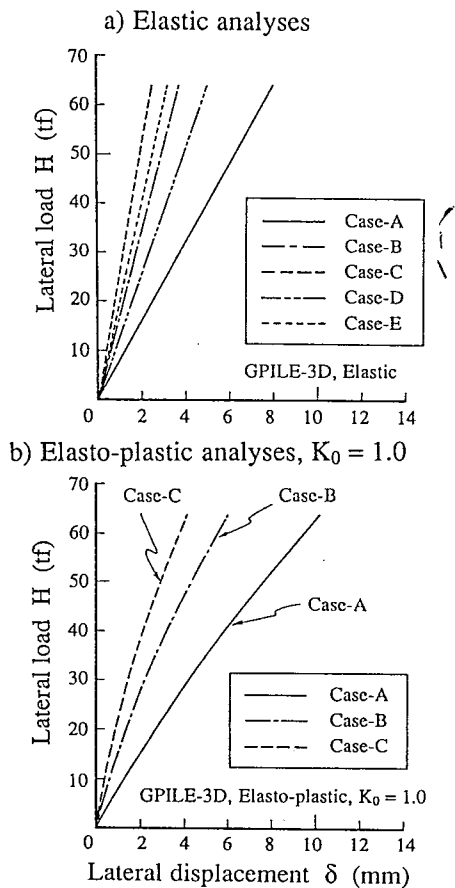


Fig. 4 杭頭水平荷重～杭頭水平変位関係  
 a) GPILE-3Dによる弾性解析  
 b) 弾塑性解析,  $K_0 = 1.0$

次に、ケースA, Bの解析手法と静止土圧係数 $K_0$ による、荷重変位曲線の違いを、それぞれ Fig. 5 a) b) に示す。図から弾塑性解析では、 $K_0 = 1.0$ よりも $K_0 = 0.5$ のときの方が杭頭変位が大きい。つまり、 $K_0 = 0.5$ の場合は初期応力状態が異方であるために、 $K_0 = 1.0$ の場合に比べて、後述するように、土要素の応力状態が降伏曲面に近いので、塑性化しやすくなると考えられる。さらに、GPILE-3DとPIGLETの弾性解析を比較すると、いずれのケースでもPIGLETの方が、GPILE-3Dより大きな変位を与えているが、その比は1.3と一定であった。

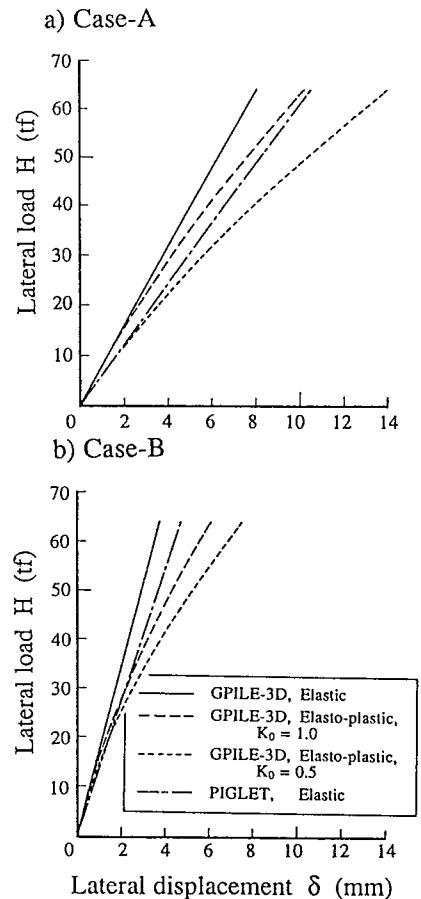


Fig. 5 杭頭水平荷重～杭頭水平変位関係  
 a) ケースA b) ケースB

##### 4.2 深さ方向の杭のたわみ曲線

GPILE-3D (弾塑性解析) による、a) 64 tf載荷時のケースA, B, Cの深さ方向の杭のたわみ曲線、b) ケースAにおける、荷重の増加に伴う杭のたわみ曲線の変化さらにc) 解析手法による違いを、それぞれ Fig. 6 a) b) c) に示す。a) 図から、ケースC, B, Aの順に第一ゼロ点が深くなり、深いところまで変位が生じていることがわかる。深い部分での有限メッシュを粗く

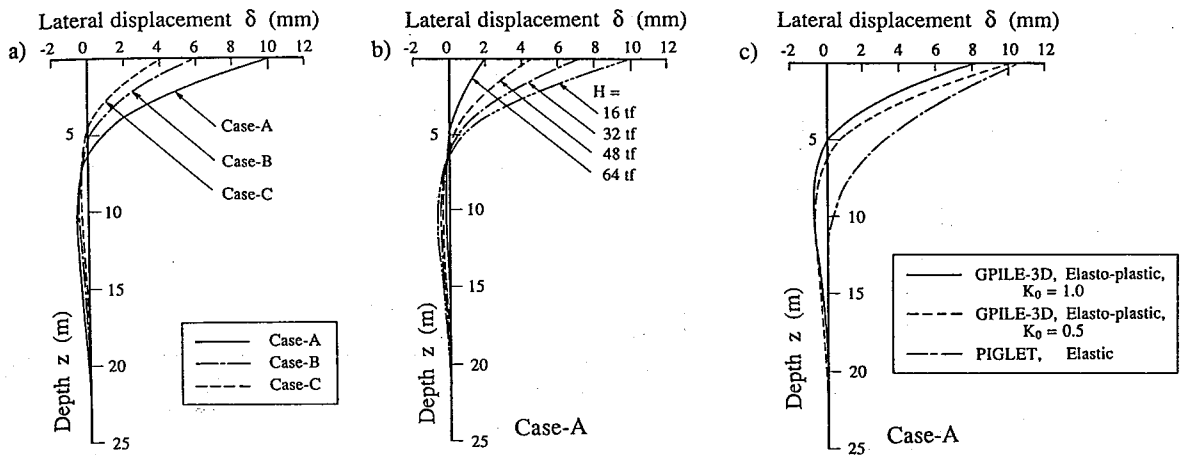


Fig. 6 深さ方向の荷重方向変位曲線

a) 水平力  $H=64$  tf 荷重時 b) 荷重重の増加による変化 c) 解析手法による違い ( $H=64$  tf)

取っていることにもよるが、荷重方向と逆方向の変形が収束しにくく、深い部分での変形モードには問題点があると考えられる。またb)図から、荷重増加にともない地中部第一ゼロ点が深くなり、最大マイナス変位点も深くなることが読み取れる。このことは、後の塑性領域図にも示すように、地盤の塑性領域の広がり示している。c)図は、ケースAの解析手法 (GPILE-3D弾性、GPILE-3D弾塑性、PIGLET) によるたわみ曲線の違いを示している。PIGLETはGPILE-3Dと比較して深くまで杭体に変形しており、解析の仮定上荷重方向と逆方向には全く変形しない。

### 4.3 杭周辺地盤の応力経路

杭の水平抵抗を考える上で重要である、杭周辺の地盤の状態を把握するために、Fig. 7 に示す要素 (要素1～要素4) の応力経路を図化した。

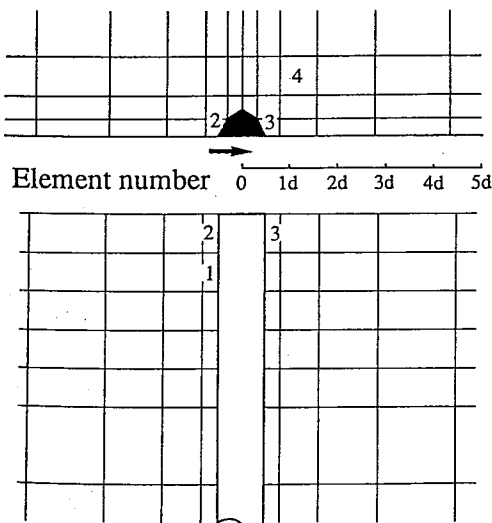


Fig. 7 応力経路を調べた杭周辺要素

GPILE-3Dでは、地盤の塑性構成式は *Drucker-Prager* の降伏関数と *Associated Flow Rule* を適用して与えられる。この *Drucker-Prager* の降伏関数は次式で表される。

$$f(J_2, \sigma_m) = \sqrt{J_2} - 3\alpha\sigma_m \quad \dots 5)$$

ここに、

$J_2$ : 偏差応力  $S_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma_{kk} \delta_{ij}/3$  の第2不変量、 ( $\sigma_{ij}$  は応力テンソル、 $\sigma_{kk} = \sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}$ 、 $\delta_{ij}$  はクロネッカーのデルタ)

$\sigma_m$ : 平均応力 ( $= \sigma_{kk}/3$ )、

$\alpha$ :  $\sin \phi / \sqrt{9 + 3\sin^2 \phi}$  ( $\phi$  は内部摩擦角)

である。降伏曲線は、この関数を用いて

$$f(J_2, \sigma_m) = 0 \quad \dots 6)$$

で表される。

本研究では、応力経路を把握するために、正八面体応力を用いる。正八面体応力とは、Fig. 8 に示すように、法線方向  $n$  と主軸 1, 2, 3 となす角度がすべて等しい面に作用する応力であり、その面に垂直な成分を  $\sigma_{oct}$ 、平行な成分を  $\tau_{oct}$  と呼ぶ。これらの応力を用いると降伏曲線は次のような直線で近似される。

$$\tau_{oct} = 2.45\alpha\sigma_{oct} \quad \dots 7)$$

Fig. 9 に、ケースAの  $K_0=1.0, 0.5$  の  $\sigma_{oct} \sim \tau_{oct}$  関係と、ケースB, Cの  $K_0=1.0$  の  $\sigma_{oct} \sim \tau_{oct}$

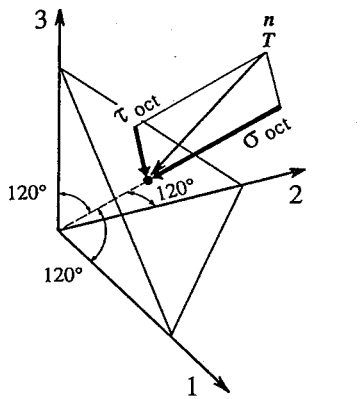


Fig. 8 正八面体応力

関係をそれぞれ示す。ただし、図中矢印は、そのステップで要素が塑性状態になったことを示している。また、Fig. 9 c) 図は参考のため他の図より大きな応力レベルまで図示している。Fig. 9 から、 $K_0=1.0$ の場合以下のことが読み取れる。

- 1) 杭背面の要素は、いずれのケースでも、 $\sigma_{\alpha t}$  が減少しながら降伏曲線に至り、その後降伏曲線に沿って  $\sigma_{\alpha t}$ ,  $\tau_{\alpha t}$  も減少する。
- 2) 杭前面の要素は、 $\sigma_{\alpha t}$ ,  $\tau_{\alpha t}$  ともに増加し、ケース B, C ではケース A と比較して、降伏曲線に沿って大きな応力状態まで増加する。
- 3) ケース A, B, C の順に応力経路の勾配が大きくなり、降伏曲線に小さい荷重ステップで到達する。

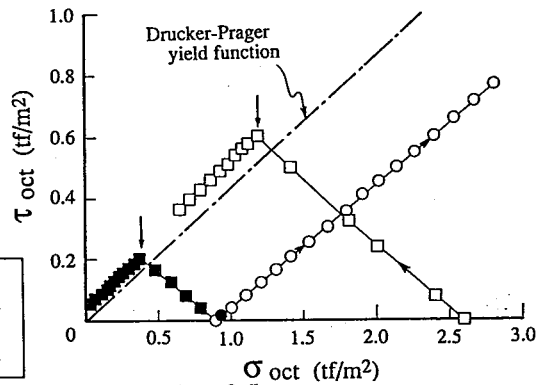
上記2), 3)は、表層地盤のヤング率が大きいほど、地盤の受け持つせん断力は大きくなることを意味する。また、一般的に降伏曲線の形状から、杭背面の要素では杭前面の要素よりもはやく塑性に至ることがわかる。

$K_0$  値の違いによる影響に関して、Fig. 9 a) b) の  $\sigma_{\alpha t} \sim \tau_{\alpha t}$  関係を比較する。まず杭前面要素に着目すると、 $K_0=1.0$  の場合は荷重初期から直線形状を示しているが、 $K_0=0.5$  の場合は、荷重初期の状態では  $\sigma_{\alpha t}$  が増加するのに対して  $\tau_{\alpha t}$  はあまり増加せず、一定値をとる。しかし、杭体から受ける応力が増加するにしたがって、 $K_0=1.0$  の経路に漸近する形で  $\tau_{\alpha t}$  は増加する。これは、要素が等方応力状態のときは、すぐにせん断強度を発揮できるのに対し、異方応力状態のときは、せん断強度が十分発揮されるまで応力の再配分が行われることが1つの要因と考えられる。

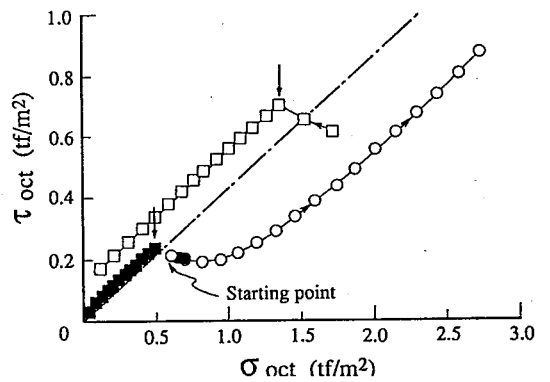
#### 4. 4 杭周辺地盤の塑性領域図

各ケースにおける、64 tf 荷重時の表層地盤の

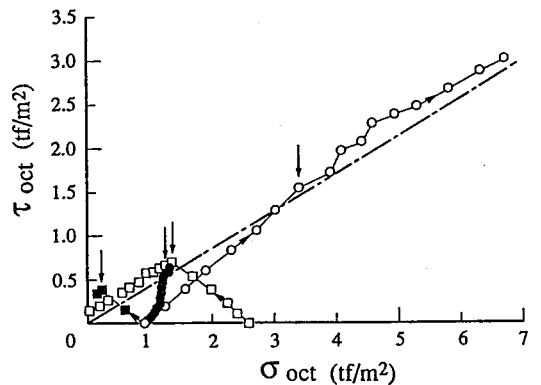
a) Case-A,  $K_0 = 1.0$



b) Case-A,  $K_0 = 0.5$



c) Case-B,  $K_0 = 1.0$



d) Case-C,  $K_0 = 1.0$

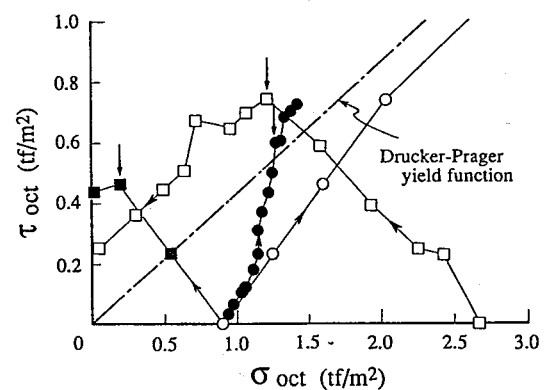


Fig. 9 杭周辺地盤の応力経路

- a) ケース A,  $K_0=1.0$  b) ケース A,  $K_0=0.5$   
 c) ケース B,  $K_0=1.0$  d) ケース C,  $K_0=1.0$

塑性領域をFig. 10に示す。また、対称面（ケースC,  $K_0=0.5$ ）および表層（ケースC,  $K_0=1.0$ ）における、荷重増加に伴う塑性領域の変化の一例を、それぞれFig. 11, Fig. 12に示す。これらの図から以下のことが読み取れる。

- 1) ケースAでは、ケースB, Cに比べて、表層における塑性領域は小さい。特に、杭前面に塑性領域の発達が見られず、前節の応力経路からわかるように、杭前面の要素では、せん断応力が急激に増加せず、降伏に至りにくいためと考えられる。
- 2) ケースB, Cにおいては、塑性領域は杭背面では深さ方向に、杭前面では荷重方向に広がる。これは、杭背面では引張りが発生し、地盤のヤング率を極端に低下させているためケースAと同じ状態になり、後方の要素に荷重の影響が伝わらないためである。
- 3)  $K_0=0.5$ の場合のほうが、 $K_0=1.0$ の場合よりも塑性領域は広がる。

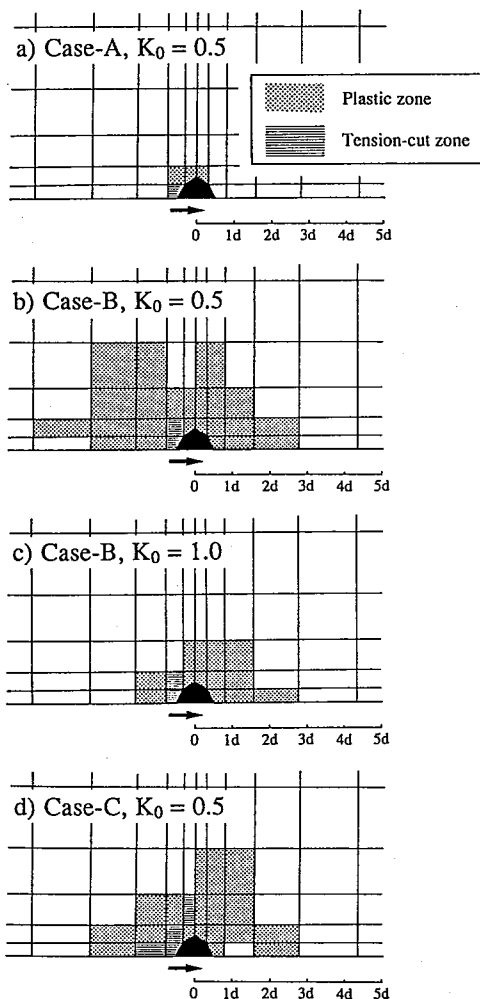


Fig. 10 64 tf 荷重時の表層地盤の塑性領域  
 a) ケースA,  $K_0=0.5$  b) ケースB,  $K_0=0.5$   
 c) ケースB,  $K_0=1.0$  d) ケースC,  $K_0=0.5$

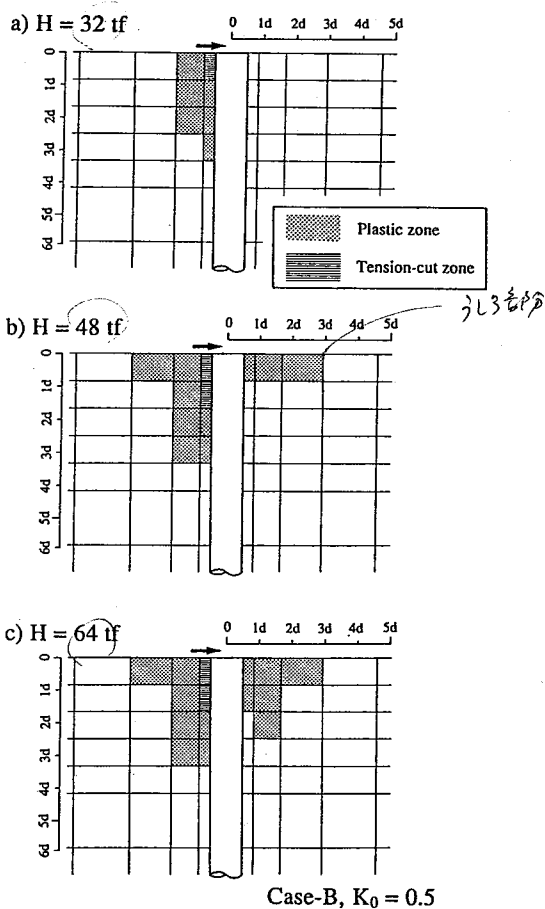


Fig. 11 対称面における塑性領域の荷重による拡大 (ケースB,  $K_0=0.5$ )

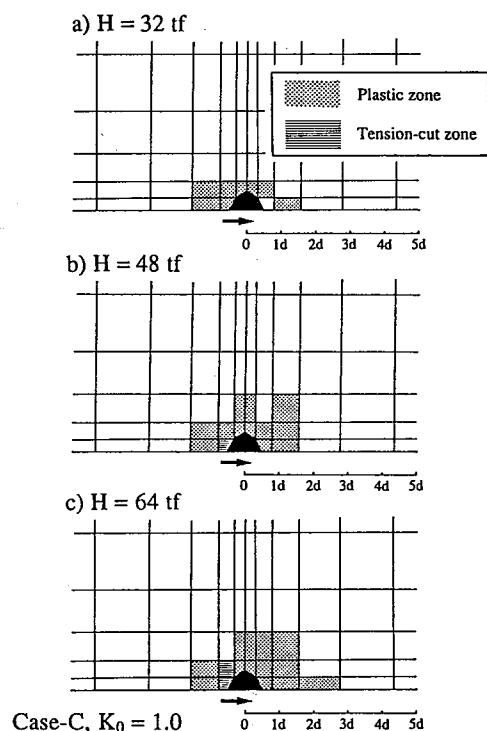


Fig. 12 地表面における塑性領域の荷重による拡大 (ケースC,  $K_0=1.0$ )

#### 4. 5 杭周辺地盤の変位

Fig. 13 に、ケース A, B ( $K_0=1.0$ ) の、地表面における節点の荷重方向変位分布を示す。ここでは、地表面の節点の杭頭変位量に対する割合が、1%となる等変位線を各荷重段階に対して求めている。つまり、コンター内の領域は杭頭変位の1%以上変位していることになる。また、Fig. 14 に64 tf荷重時のケース A, B, C の杭前面（地表面）の節点の荷重方向変位の割合を示す。図では、杭頭変位量を1として各節点の変位を規準化している。図から、以下のことが読み取れる。

- 1) Fig. 13 a), Fig. 14 より、ケース A では、荷重の増加に対する杭周辺地盤の変位は、ケース B, C に比べてはるかに小さい。このことは、塑性領域の考察で述べた結果と一致し、杭頭の変位が増加するにしたがって、周辺地盤のひずみは大きくなるが、ヤング率の値が小さいために、杭周辺の地盤だけで変形を吸収してしまうためである。
- 2) Fig. 13 b) より、ケース B に関しては、荷重が増えるにつれて、杭背面への影響は小さくなるが、杭前面への影響は大きくなり、荷重方向から30°の方向に変位1%の線が延びており、ヤング率Eの値が大きいほど横方向にも大きな影響がおよぶことがわかる。
- 3) Fig. 14 より、 $K_0=1.0$ の場合よりも、 $K_0=0.5$ の場合の方が、杭前面への変位の影響域が大きくなる。

#### 5. おわりに

本研究より以下の知見を得た。

- 1) 平均N値の等しい地盤でも、その分布形状によって、水平抵抗に大きな違いが生じる。
- 2) 表層のヤング率が小さな地盤では、表層における塑性領域の拡大は見られず、杭の変位量に比べ相対的に変形の及ぶ領域は小さい。
- 3) 杭前面と背面地盤の応力経路を調べると、 $\sigma_{\text{ax}}$ と $\tau_{\text{ax}}$ の変化に違いがある。
- 4) 杭の前面に塑性領域が広がるのは、地盤の比較的浅い部分だけである。

今後はより複雑な構成式を導入した解析を行い、実際の群杭基礎の解析を行う予定である。最後に、本論文をまとめるにあたり貴重な御助言を得た、岐阜大学工学部八嶋厚助教授に感謝の意を表します。

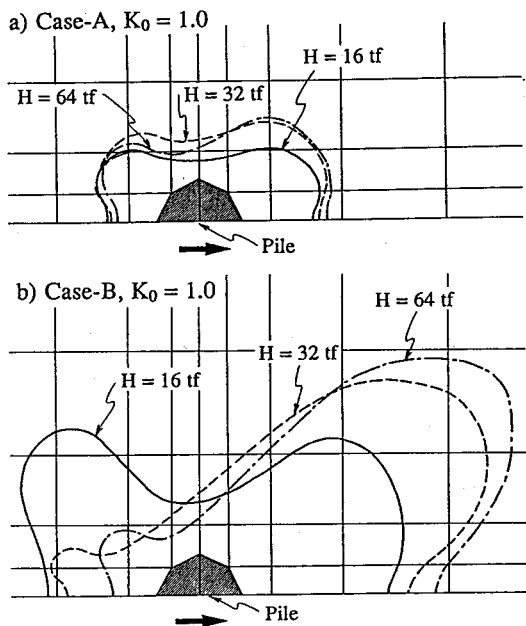


Fig. 13 地表面における地盤の荷重方向変位分布

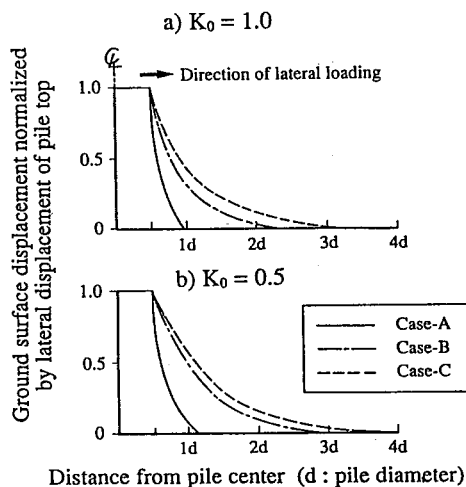


Fig. 14 64 tf荷重時の杭頭変位で規準化した地表面変位 a)  $K_0=1.0$  b)  $K_0=0.5$

#### 参考文献

- 1) Randolph, M.F.: The response of flexible piles to lateral loading, *Geotechnique*, Vol.31, No.2, 1981, pp.247-259.
- 2) Shibata, T., Yashima, A., Kimura, M. and Fukada, H.: Analysis of Laterally Loaded Piles by Quasi-Three-Dimensional Finite Element Method, *Proc. 6th ICNMG*, Vol.2, 1988, pp.1051-1058.
- 3) 木村 亮, 柴田 徹, 八嶋 厚: 杭の水平抵抗に関する3次元弾塑性FEMの開発, 第26回土質工学研究発表会, 1991 (印刷中).
- 4) Duncan, J.M. and Chang, C.Y.: Nonlinear analysis of stress and strain in soils, *Proc. ASCE*, Vol.96, SMS, 1970, pp.1629-1653.
- 5) 森 正武, 名取 亮, 鳥居達生: 数値計算, 岩波講座 情報科学-18, 岩波書店, 1982, pp.74-81.