

名古屋工業大学 中井 照夫  
 名古屋工業大学大学院 ○ 星川 拓哉

1. まえがき

一般に、土は弾塑性的な挙動を示す材料と考えられている。弾性ひずみは、塑性ひずみに比べて小さいため構成モデルの定式化においてラフに扱われることが多いようである。しかし、塑性変形に比べ弾性変形が卓越するような場合の解析（例えばくり返し載荷時の解析）では弾性ひずみの取り扱い方が大切となってくる。ここでは、砂の弾性ひずみに関するRowe<sup>1)</sup>の研究やすでに行っている砂の弾性式の定式化<sup>2)</sup>を参考に、種々の応力経路下における粘土の弾性挙動を記述できる弾性時の応力・ひずみ式を誘導する。そして、提案式の妥当性を種々の応力経路下の報告されている実測値等により検証するとともに、すでに提案している等方および移動硬化型の粘土の弾塑性モデル (t<sub>ij</sub>-clay model<sup>3)</sup>, Kinematic t<sub>ij</sub>-clay model<sup>4)</sup>) に組み込み、平面ひずみ試験の解析を試みた。

2. 粘土の弾性ひずみの定式化

(1) 線形等方弾性式

よく知られている等方弾性式は次式のようにテンソル表示される。

$$\epsilon_{ij}^e = \frac{1+\nu_e}{E_e} \sigma_{ij} - \frac{\nu_e}{E_e} \sigma_{kk} \delta_{ij} \quad E_e: \text{弾性係数}, \nu_e: \text{ポアソン比} \quad (1)$$

また、3主応力 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ が作用する場合の3主ひずみ $\epsilon_i^e (i=1, 2, 3)$ と主応力 $\sigma_i$ の関係は、次式のようなマトリクス形で与えられる。

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_1^e \\ \epsilon_2^e \\ \epsilon_3^e \end{Bmatrix} = \frac{1}{E_e} \begin{bmatrix} 1 & -\nu_e & -\nu_e \\ -\nu_e & 1 & -\nu_e \\ -\nu_e & -\nu_e & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \end{Bmatrix} \quad (2)$$

なお、上の線形等方弾性式では応力とひずみの主軸が一致するとともに、各々の増分つまり応力増分とひずみ増分の主軸も一致することになる。

(2) 等方弾性式を利用した土の弾性ひずみの定式化 (通常の方法)

等方弾性式をもとにしてその非線形化をはかるのに、通常は次式で示すように(1)式を増分形で表わし、 $E_e$ を平均主応力( $p = \sigma_{ii}/3$ )に依存する係数としている。

$$d\epsilon_{ij}^e = \frac{1+\nu_e}{E_e} d\sigma_{ij} - \frac{\nu_e}{E_e} d\sigma_{kk} \delta_{ij} \quad (3)$$

ここに、弾性係数 $E_e$ は圧密試験の除荷時に勾配 $\kappa$ の $e$ (間隙比)~ $\ln p$ 関係を満足することより、次式で与えられる。

$$E_e = \frac{3(1-2\nu_e)(1+e_0)}{\kappa} p \quad (4)$$

なお、この場合(3)式からわかるように応力増分とひずみ増分の主軸が一致していることになる。

(3) 提案する弾性ひずみの定式化

上述したように、通常は弾性係数 $E_e$ の中で応力レベル依存性を考慮することにより非線形な弾性挙動を表現しているが、ここでは弾性係数やポアソン比を一定としておき、(2)式の主応力 $\sigma_i (i=1, 2, 3)$ を $\ln(\sigma_i/Pa)$ ( $P_a$ :大気圧)に置き換えることにより、次式で非線形性を表わす。

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1^e \\ \varepsilon_2^e \\ \varepsilon_3^e \end{Bmatrix} = \frac{1}{S} \begin{bmatrix} 1 & -\nu_e & -\nu_e \\ -\nu_e & 1 & -\nu_e \\ -\nu_e & -\nu_e & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ln(\sigma_1/Pa) \\ \ln(\sigma_2/Pa) \\ \ln(\sigma_3/Pa) \end{Bmatrix} = [C_i^e] \begin{Bmatrix} \ln(\sigma_1/Pa) \\ \ln(\sigma_2/Pa) \\ \ln(\sigma_3/Pa) \end{Bmatrix} \quad (5)$$

ここに、 $S$  や  $\nu_e$  は応力状態や応力経路に依存しない材料定数であり、 $\ln(\sigma_i/Pa)$  と  $\varepsilon_i^e$  間に線形関係があるとしているのは弾性変形時の  $e \sim \ln p$  の直線関係に基づいている。

次に弾塑性構成モデルに、この弾性時の応力～ひずみ式を組み込むためには、一般座標系の増分形で表わす必要がある。ここでは $Z$ 方向を1つの主軸の方向とする、平面ひずみあるいは軸対称条件下で(5)式を増分形に変換する方法の概要を述べる。 $\{\varepsilon^e\} = (\varepsilon_x^e, \varepsilon_y^e, \varepsilon_z^e, \gamma_{xy}^e)^T$ ,  $\{\varepsilon_i^e\} = (\varepsilon_1^e, \varepsilon_2^e, \varepsilon_3^e)^T$ ,  $\{\ln(\sigma_i/Pa)\} = (\ln(\sigma_1/Pa), \ln(\sigma_2/Pa), \ln(\sigma_3/Pa))^T$ として $\{\varepsilon_i^e\}$ から $\{\varepsilon^e\}$ への変換マトリクスを $[T]$ とすると、

$$\{\varepsilon^e\} = [T]\{\varepsilon_i^e\} = [T][C_i^e]\{\ln(\sigma_i/Pa)\} \quad (6)$$

ここに、弾性ひずみと応力の主軸が一致すると仮定すれば、 $[T]$ は応力 $\{\sigma\} = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy})^T$ の関数で表わされる。一方 $\{\ln(\sigma_i/Pa)\}$ も $\{\sigma\}$ の関数として表現できるので、(6)式の増分をとることにより、

$$\{d\varepsilon^e\} = [C^e]\{d\sigma\} \quad (7)$$

なる形で一般表示できる。なお、 $[C^e]$ の行列式は等方応力状態を除いて0とならない。

ゆ) 式は、等方応力時のみ、従来の式と一致する  
これ以外は一一致しない

### 3. 提案弾性式の検証

ここでは藤の森粘土の種々の応力経路下の弾性挙動を解析することにより、提案式の妥当性と適用性について検討する。なお、弾性ひずみに関するパラメーターの値つまり膨張指数 $\kappa$ は $\kappa/(1+e_0) = 1.12 \times 10^{-2}$ として計算している<sup>3)</sup>。またポアソン比は $\nu_e = 0.3$ と仮定しているが、比較のため示した従来の弾性式による計算では $\nu_e = 0.0$ と $\nu_e = 0.3$ の2ケースについて結果を示している。

#### (1) せん断時の弾性ひずみ

Figs. 1～3は三軸圧縮条件下の側圧( $\sigma_r$ )一定試験、平均主応力( $P$ )一定試験、軸圧( $\sigma_a$ )一定試験の解析曲線を、応力比 $q/p \sim$ 弾性せん断ひずみ $\varepsilon_d^e \sim$ 弾性体積ひずみ $\varepsilon_v^e$ 関係で示したものである。ここに、 $q = (1/\sqrt{2})\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}$ ,  $\varepsilon_d^e = (\sqrt{2}/3)\sqrt{(\varepsilon_1^e - \varepsilon_2^e)^2 + (\varepsilon_2^e - \varepsilon_3^e)^2 + (\varepsilon_3^e - \varepsilon_1^e)^2}$ ,  $\varepsilon_v^e = \varepsilon_1^e + \varepsilon_2^e + \varepsilon_3^e$ である。提案式による計算曲線は、応力比が決まると平均応力に関係なく一意的にせん断ひずみが求まる形になっているので、3つのグラフで提案式による $q/p \sim \varepsilon_d^e$ 曲線が応力経路によらず一致しているのがわかる。また提案式は、平均主応力一定試験でもわずかながら負の体積ひずみ $\varepsilon_v^e$ が発生する(体積膨張)ことを表現しているが、この傾向は砂の実測値等<sup>1), 2)</sup>でも報告されている。

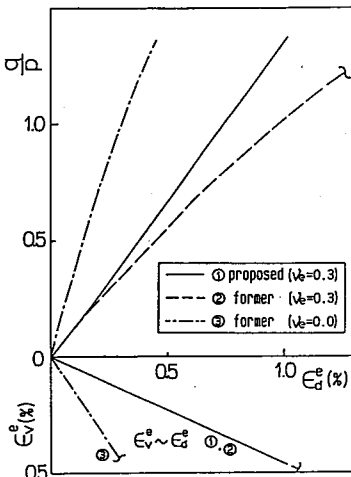


Fig. 1 応力～弾性ひずみ関係の解析結果(側圧一定試験)

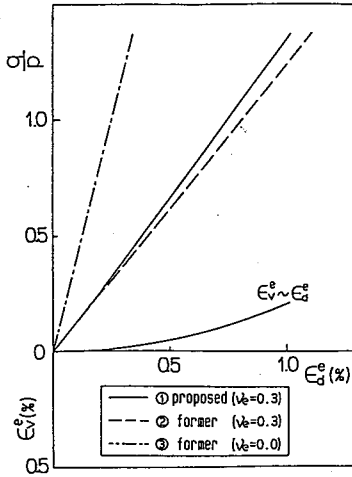


Fig. 2 応力～弾性ひずみ関係の解析結果(平均主応力一定試験)

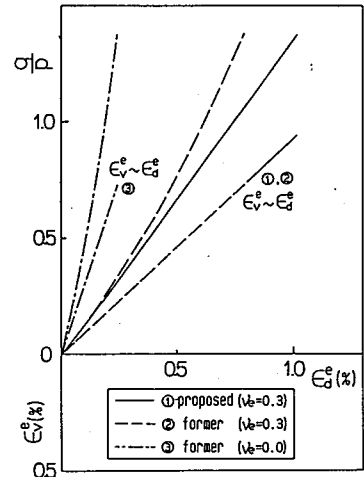


Fig. 3 応力～弾性ひずみ関係の解析結果(軸圧一定試験)

(2) 異方圧密時の弾性ひずみ

Figs. 4, 5 は大槓<sup>5)</sup>による異方圧密除荷試験の応力経路図と実測値を弾性体積ひずみ  $\epsilon_v^e \sim$  弾性せん断ひずみ  $\epsilon_d^e$  関係で示したものである。試験は、初め等方応力状態で  $p = 2 \text{ kgf/cm}^2$  まで圧密し、その後  $p$  を一定として所定の応力比までせん断していく。この後、図中のプロットに従って  $p$  を減少させている。Fig. 7 は、

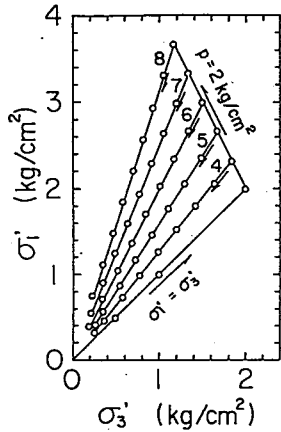


Fig. 4 異方圧密除荷試験の応力経路(大槓<sup>5)</sup>)

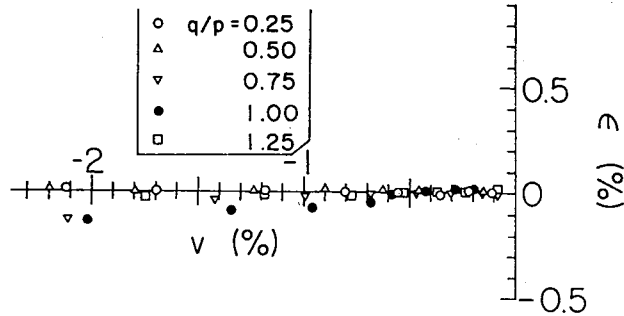


Fig. 5 異方圧密除荷試験の実測値(大槓<sup>5)</sup>)

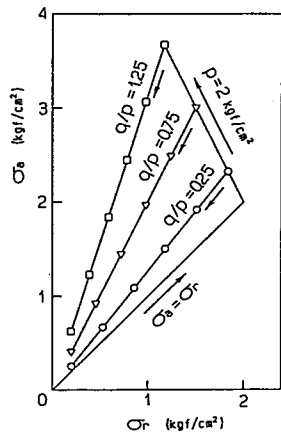


Fig. 6 解析で設定した応力経路

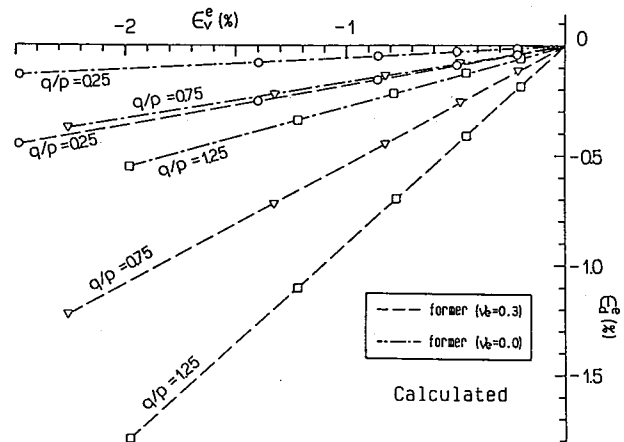


Fig. 7 従来の弾性式による異方圧密除荷試験の解析結果

Fig. 6 の応力経路図に示すように応力比  $q/p = 0.25, 0.75, 1.25$  の3種について従来の等方弾性式(3)式を用いて解析したものである。図からわかるように、従来の弾性式では応力比が大きくなるにつれて  $\epsilon_d^e$  をかなり過大に評価する。一方、提案式の計算曲線では応力比一定時には  $\epsilon_d^e$  が発生しない(等方的なひずみのみが発生する)ことになり、Fig. 5 の実測値の傾向を説明できる。

(3)  $K_0$  圧密時の弾性ひずみ

Fig. 8 は  $\sigma_a = 1 \text{ kgf/cm}^2, \sigma_r = 0.5 \text{ kgf/cm}^2$  の応力状態から  $\sigma_a = 10 \text{ kgf/cm}^2$  まで  $K_0$  状態を保ちながら荷重・除荷試験を行ったときの側方応力  $\sigma_r$  の変化を解析したものである。ここに、荷重時の塑性ひずみは  $t_{ij}$ -clay model<sup>3)</sup> で評価している。提案モデルによる除荷時(過圧密時)の  $\sigma_r$  の変化 ( $K_0$  値の変化)は報告されている  $K_0$  圧密試験結果<sup>6)</sup> とよい対応を示す。

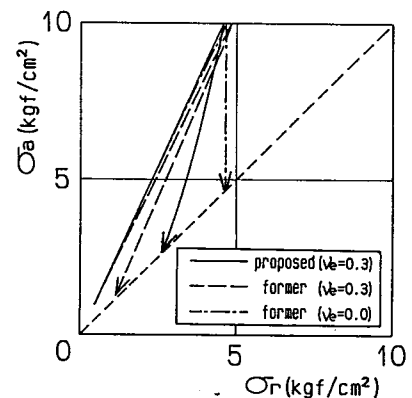


Fig. 8  $K_0$  圧密荷重・除荷時の応力経路の解析結果

(4) 平面ひずみ試験

Fig. 9 は平面ひずみ試験の応力経路<sup>7)</sup>を示している。ここでは最大主応力方向が変化するPassive側の3つ

の試験を、提案弾性式を導入したkinematic  $t_{ij}$ -clay model<sup>4)</sup>で解析する。Figs. 10~12は実測値(プロット)と解析結果(実線)を主応力比( $\sigma_1/\sigma_3$ )~主ひずみ( $\epsilon_x, \epsilon_y$ )~体積ひずみ $\epsilon_v$ 関係で示している。同図には従来の弾性式を使った弾塑性モデルによる解析<sup>5)</sup>も一点鎖線で示しているが、特に弾性ひずみの影響の大きいFig. 12では弾性項改良の効果がよくでていることがわかる。

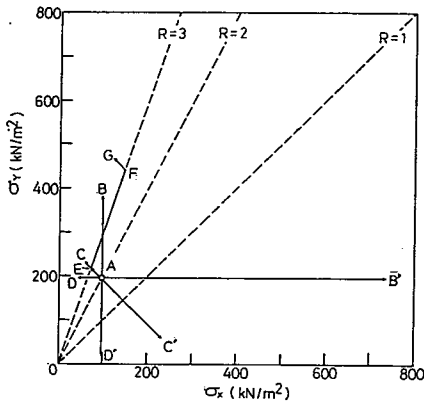


Fig. 9 平面ひずみ試験の応力経路

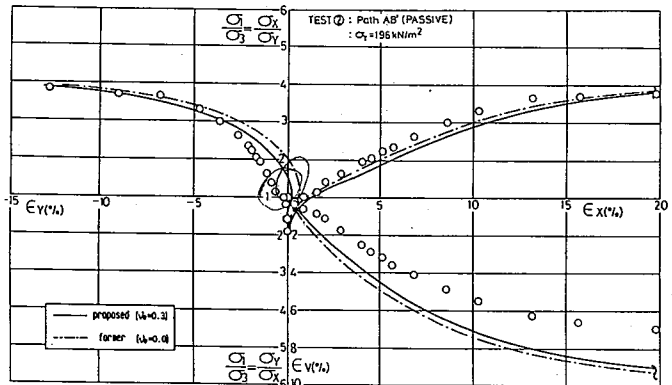


Fig. 10 主応力比~主ひずみ~体積ひずみ関係 (Path AB')

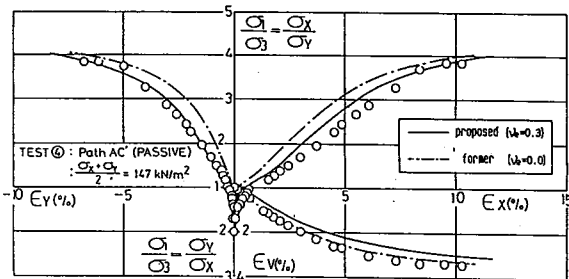


Fig. 11 主応力比~主ひずみ~体積ひずみ関係 (Path AC')

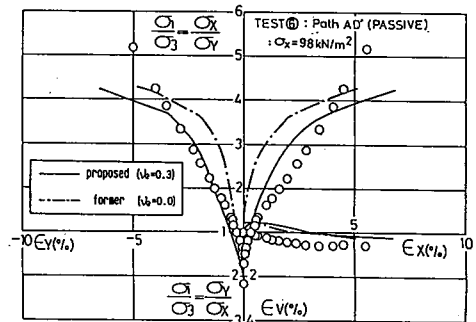


Fig. 12 主応力比~主ひずみ~体積ひずみ関係 (Path AD')

以上、ここではRoweらの研究<sup>1)</sup>や従来の砂の弾性式<sup>2)</sup>同様、弾性式の各成分に各々の方向の応力成分に応じた剛性のちがいを評価し、ポアソン比の考え方と合わすことにより、一般応力条件下の粘土の弾性式を誘導した。そして、種々の応力経路下の弾性ひずみを解析することにより、その適用性を検討した。

参考文献

- 1) Rowe, P.W. (1971): Theoretical meaning and observed values of deformation parameters for soils, Proc. Roscoe memorial Symposium, pp.170-192.
- 2) 中井照夫・日野英則(1980): 弾性状態にある砂の応力・ひずみ関係, 名古屋工業大学学報, Vol.32, pp.287-296
- 3) 中井照夫・松岡 元(1986): A generalized elastoplastic constitutive model for clay in three-dimensional stress, S & F, Vol.26, No.3, pp.81-98
- 4) 中井照夫・星川拓哉(1990): 粘土の弾塑性モデル( $t_{ij}$ -clay model)の移動硬化モデルへの拡張, 第45回土木学会年講(投稿中)
- 5) 大楨正紀(1979): 飽和粘性土の変形特性に関する研究, 京都大学博士論文 pp.160-161.
- 6) 例えば Mayne, P.W. & Kulhawy, F.H. (1982):  $K_0$ -OCR relationship in soil, Proc ASCE, GT6, pp.851-872.
- 7) 中井照夫・都築顕司・石川和彦・三宅正人(1987): 正規圧密粘土の平面ひずみ試験と弾塑性構成モデルによる解析(第2報), 第22回土質工学研究発表会, Vol.1, pp.158-159.
- 8) 星川拓哉・中井照夫(1990): 移動硬化型 $t_{ij}$ -clay modelによる粘土の平面ひずみ試験の解析(投稿中)