

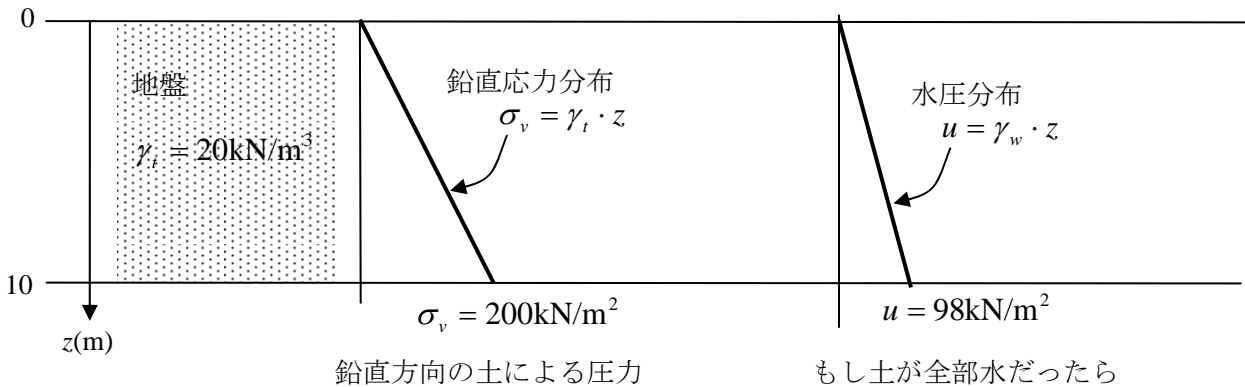
【1. 土圧理論の Introduction】

(1) 自重によって地盤内に発生する圧力(土圧)と水圧の違い

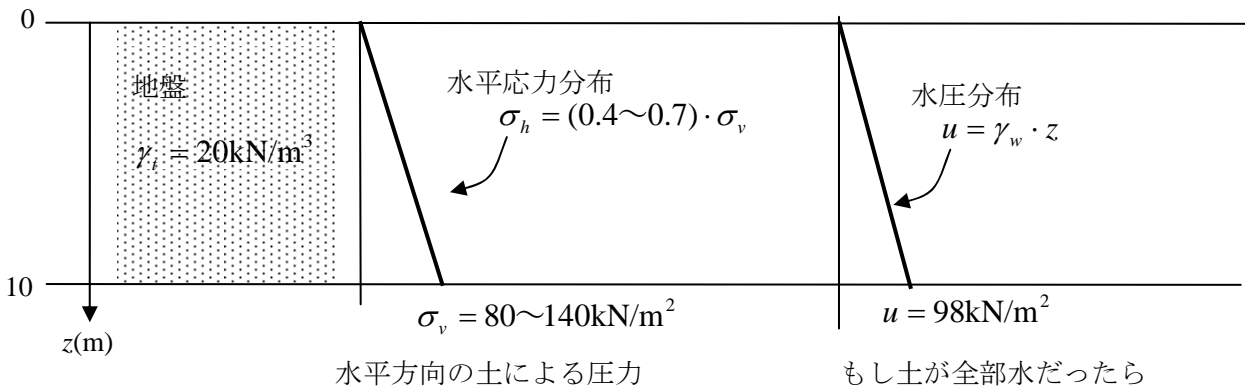
地盤中に地下水(自由水)がなく、全応力=有効応力 と考えられる地盤で土圧について考察する。以下、特に断らない限り、応力と言えば、全応力(ここでは(=有効応力))であるとする。

土圧にしても、水圧にしても、鉛直方向の圧力は、計測する地点よりも上に乗っている物の(単位面積あたりの)重量によって決まる。では、水平方向の圧力は?

鉛直方向の圧力分布

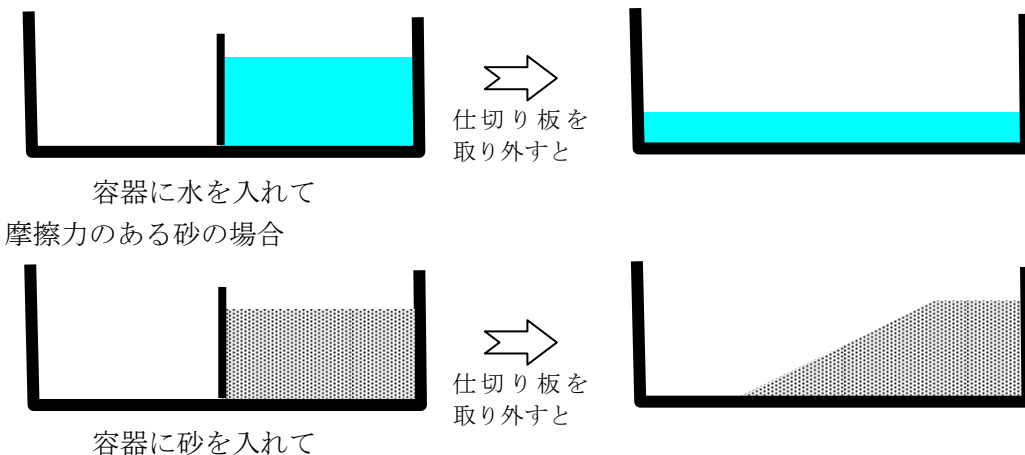


水平方向の圧力分布



土： 鉛直方向の土圧 ≠ 水平方向の土圧  
 水： 鉛直方向の水圧 = 水平方向の水圧 (等方圧)

摩擦のない水の場合：



土は土粒子同士に発生する摩擦力によって、ある程度の角度(安息角)以下は自立して安定しているために、水のように鉛直方向と同じだけの圧力が水平方向には作用しない。通常の土であれば、水平方向の土圧は、鉛直方向の土圧の4~7割程度となる。

## (2) 静止土圧

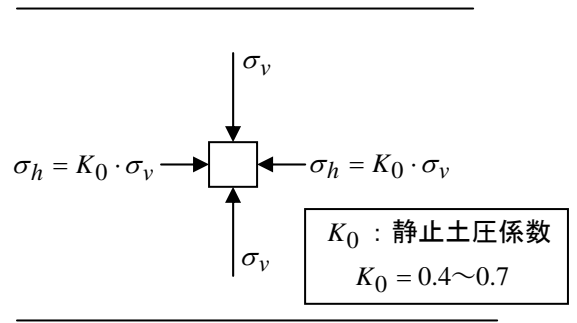
静止土圧：水平地盤内で静止しているときの水平応力

静止土圧係数： $K_0$ （ケーゼロあるいはケーノウトと読む）

$$K_0 = \frac{\sigma_h}{\sigma_v} \quad (\text{水没・飽和していれば有効応力})$$

経験式である Jaky（ヤーキー）の式がよく知られている。

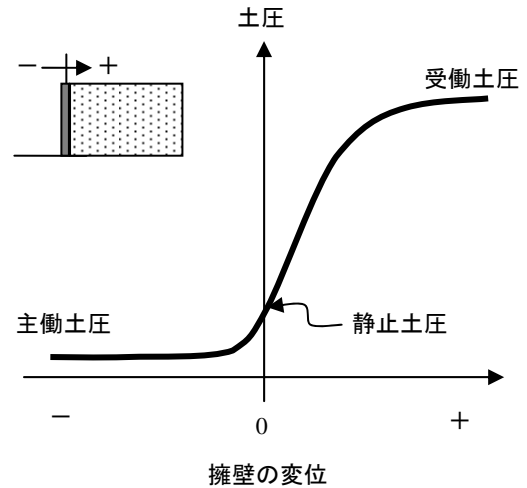
$$K_0 = 1 - \sin \phi \quad \text{例：} \phi = 30^\circ \text{ の時 } K_0 = 0.5$$



## (3) 擁壁の変位と土圧の関係

静止土圧の状態から、擁壁を裏込め土から離れる方向（-方向）に移動すると、擁壁に作用する土圧は急激に減少し、やがて主働土圧の状態になる。一方、擁壁を裏込め土を押し込む方向（+方向）に移動すると、擁壁に作用する土圧は急激に増加し、やがて受働土圧の状態になる。

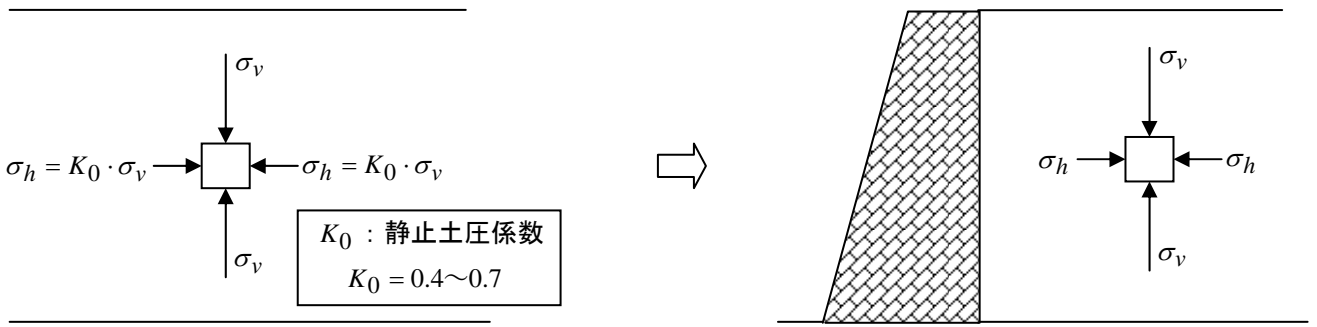
右図は、静止土圧、主働土圧、受働土圧と擁壁の変位との関係を表す重要な図である。



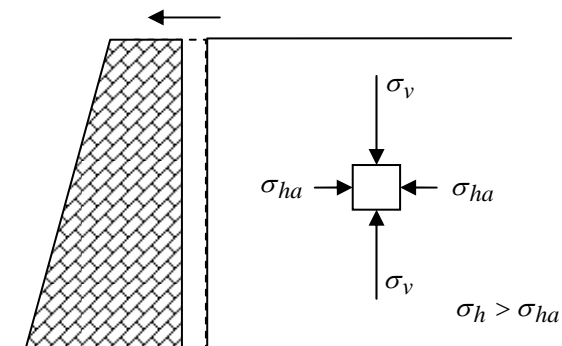
## (4) 主働土圧と受働土圧

主働土圧(active earth pressure)：鉛直応力が卓越して土が破壊するときの水平応力

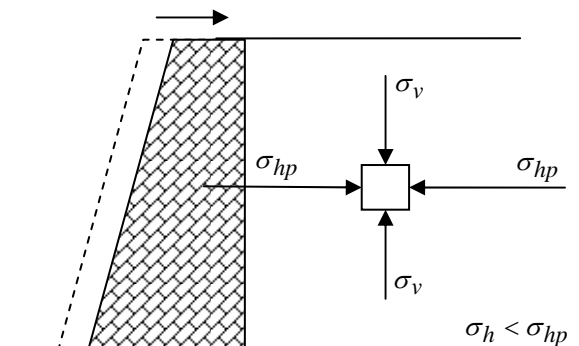
受働土圧(passive earth pressure)：水平応力が卓越して土が破壊するときの水平応力



静止土圧状態：水平地盤と同じ応力を維持するには、非常に強固な擁壁が必要

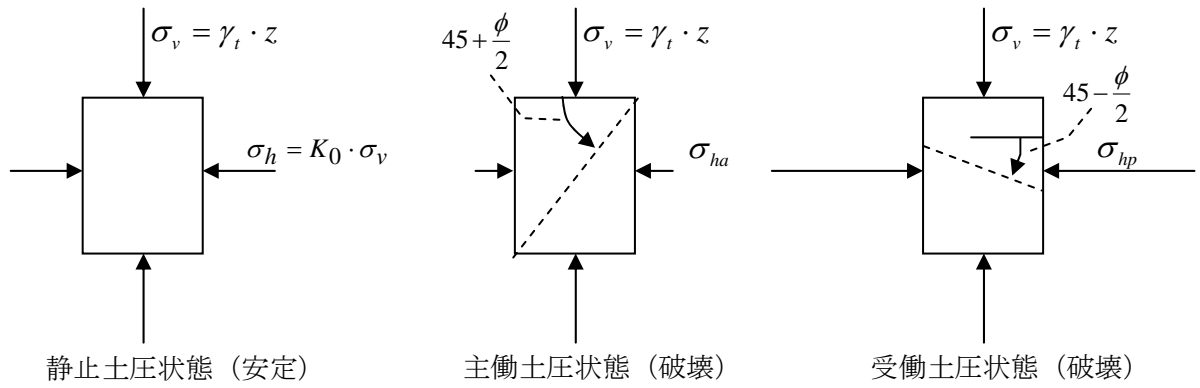


主働土圧状態：土が破壊するまで擁壁を徐々に離してみる。水平応力は徐々に減少してゆく。

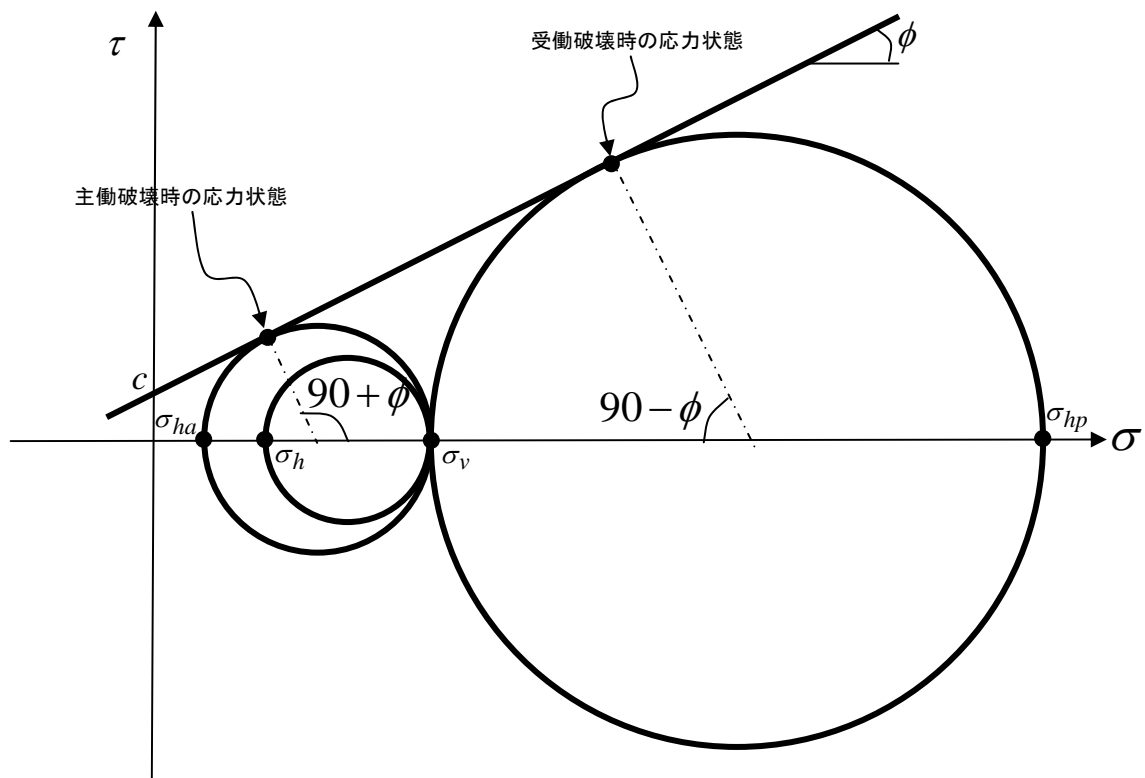


受働土圧状態：土が破壊するまで擁壁を徐々に押し込んでみる。水平応力は徐々に増加してゆく。

三軸試験



モール・クーロンの破壊規準



(5) 代表的な土圧理論 (ランキン土圧とクーロン土圧)

	ランキン土圧	クーロン土圧
土圧を求める原理	地盤内は均一な破壊時の応力状態にあると仮定する。 壁面に作用する応力 (土圧) を求め、その合力を算定し、土圧合力とする。 着目点: 破壊時の土の応力状態	破壊時のすべり面を仮定し、すべり面と壁面のできる「土くさび」の土塊のつり合いを考えて、土圧合力を直接算定する。 着目点: 土の破壊モード (壊れ方)
得意とする土	$c, \phi$ を持つ土全般 モール・クーロンの破壊規準を使用する	$c = 0$ の砂, $\phi$ のみを考える $\phi$ は、砂どうしの摩擦係数として使用する (力の作用する方向を決める)。
壁面と裏込め土との摩擦	考えない (壁自体を考えない) 主応力のみで考えるのが簡単	考える (壁面から作用する力の方向を考える)。 考えないときには水平力とする
利点	裏込め土の応力状態が良くわかる。	裏込め土の壊れ方が良くわかる。
塑性学の基本定理	下界定理	上界定理 (→支持力, 斜面安定)

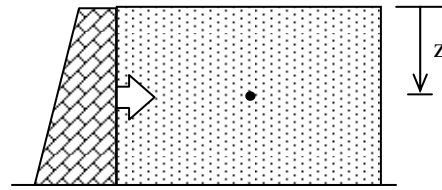
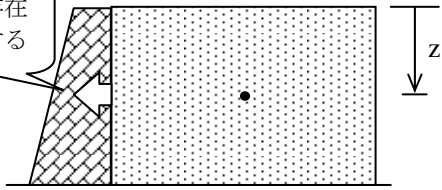
## 【2. ランキン (Rankine) の土圧理論】

### (1) ランキン土圧の仮定

主働土圧

受働土圧

擁壁の存在は無視する



〈Point 1〉

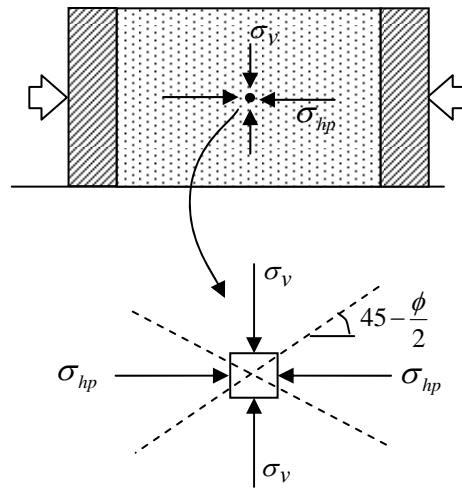
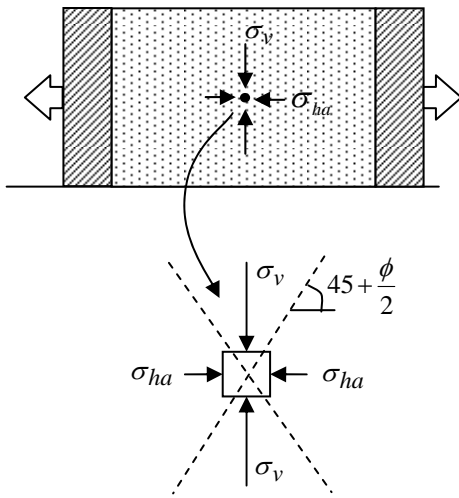
擁壁の裏込め土の内部の  
応力状態のみを考える。

〈Point 2〉

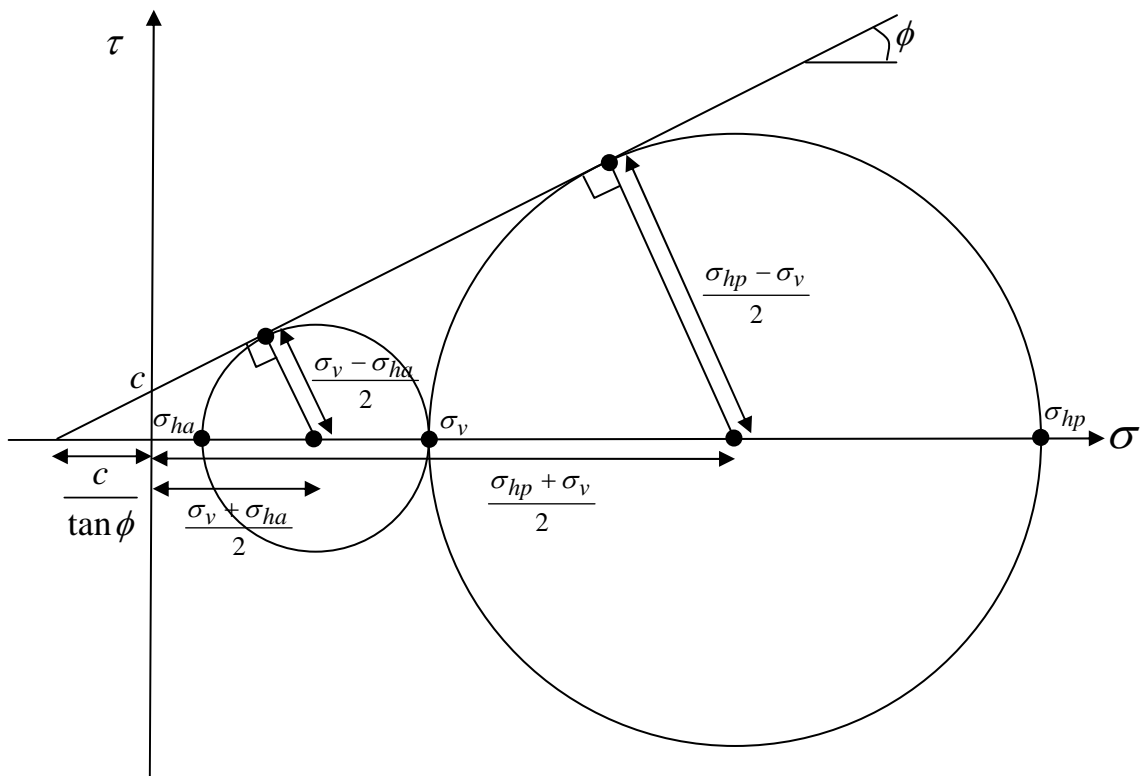
(同一の深度では) 裏込め土の内部の  
応力状態はどこでも一定と考える。

〈Point 3〉

裏込め土全域が破壊状態  
にあると考える。



### (2) モールの応力円とモール・クーロンの破壊規準から主働土圧と受働土圧の計算



主働土圧：

$$\left( \frac{c}{\tan \phi} + \frac{\sigma_v + \sigma_{ha}}{2} \right) \sin \phi = \frac{\sigma_v - \sigma_{ha}}{2} \quad \text{より}$$

$$2c \cos \phi + (\sigma_v + \sigma_{ha}) \sin \phi = \sigma_v - \sigma_{ha}$$

$$\sigma_{ha}(1 + \sin \phi) = \sigma_v(1 - \sin \phi) - 2c \cos \phi$$

$$\sigma_{ha} = \sigma_v \frac{1 - \sin \phi}{1 + \sin \phi} - 2c \frac{\cos \phi}{1 + \sin \phi}$$

$$\sigma_{ha} = \sigma_v \tan^2(45^\circ - \frac{\phi}{2}) - 2c \tan(45^\circ - \frac{\phi}{2})$$

$$\therefore \sigma_{ha} = \sigma_v K_a - 2c \sqrt{K_a}$$

$$\text{主働土圧係数： } K_a = \frac{1 - \sin \phi}{1 + \sin \phi} = \tan^2(45^\circ - \frac{\phi}{2})$$

受働土圧：

$$\left( \frac{c}{\tan \phi} + \frac{\sigma_{hp} + \sigma_v}{2} \right) \sin \phi = \frac{\sigma_{hp} - \sigma_v}{2} \quad \text{より}$$

$$2c \cos \phi + (\sigma_{hp} + \sigma_v) \sin \phi = \sigma_{hp} - \sigma_v$$

$$\sigma_{hp}(1 - \sin \phi) = \sigma_v(1 + \sin \phi) + 2c \cos \phi$$

$$\sigma_{hp} = \sigma_v \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi} + 2c \frac{\cos \phi}{1 - \sin \phi}$$

$$\sigma_{hp} = \sigma_v \tan^2(45^\circ + \frac{\phi}{2}) + 2c \tan(45^\circ + \frac{\phi}{2})$$

$$\therefore \sigma_{hp} = \sigma_v K_p + 2c \sqrt{K_p}$$

$$\text{受働土圧係数： } K_p = \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi} = \tan^2(45^\circ + \frac{\phi}{2})$$

$$K_a \cdot K_p = 1$$

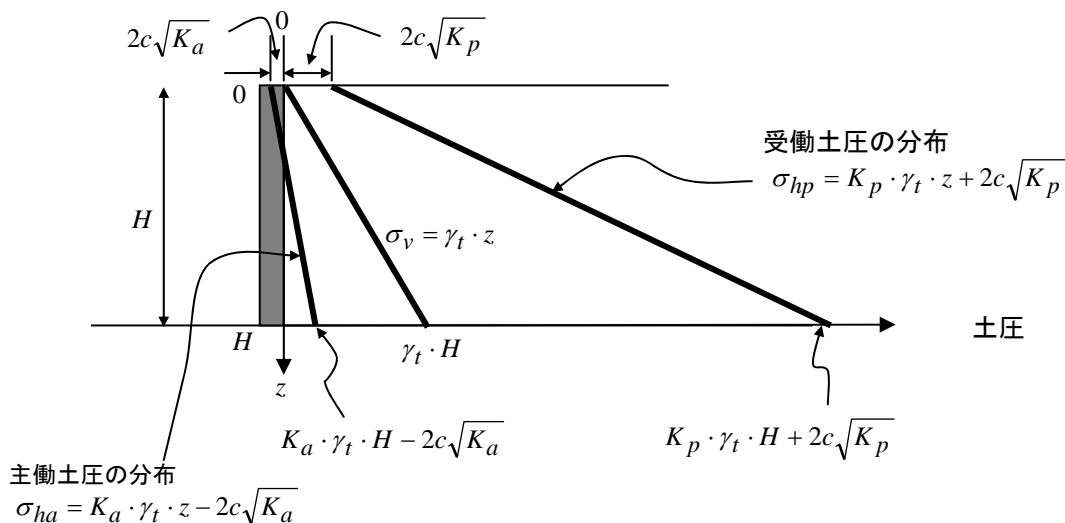
$$\frac{1 - \sin \phi}{1 + \sin \phi} = \tan^2(45^\circ - \frac{\phi}{2}), \quad \frac{\cos \phi}{1 + \sin \phi} = \tan(45^\circ - \frac{\phi}{2}), \quad \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi} = \tan^2(45^\circ + \frac{\phi}{2}), \quad \frac{\cos \phi}{1 - \sin \phi} = \tan(45^\circ + \frac{\phi}{2})$$

となることをそれぞれ確かめてみましょう。

### (3) 土圧の分布と土圧合力

主働土圧も受働土圧も深さ  $z$  に関する一次関数なので、深さ方向に直線の分布形となる。

裏込め土の単位体積重量： $\gamma_t$



擁壁全体に作用する力を「土圧合力」と呼ぶ。

土圧合力は、土圧の分布を深さ方向に積分したもの（ようするに土圧の分布の面積）に等しい。

主働土圧合力（単位奥行き当たり）：

$$\begin{aligned}
 Q_a &= \int_0^H \sigma_{ha} dz = \int_0^H (K_a \cdot \gamma_t \cdot z - 2c\sqrt{K_a}) dz = \int_0^H K_a \gamma_t \cdot z dz - 2c\sqrt{K_a} \int_0^H dz \\
 &= K_a \cdot \gamma_t \cdot \int_0^H z dz - 2c\sqrt{K_a} \int_0^H dz \\
 \therefore Q_a &= K_a \cdot \gamma_t \cdot \frac{H^2}{2} - 2c\sqrt{K_a} H
 \end{aligned}$$

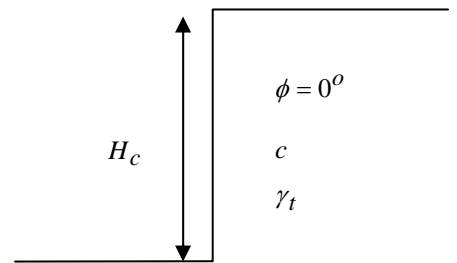
受働土圧合力（単位奥行き当たり）：

$$\begin{aligned}
 Q_p &= \int_0^H \sigma_{hp} dz = \int_0^H (K_p \cdot \gamma_t \cdot z + 2c\sqrt{K_p}) dz = \int_0^H K_p \gamma_t \cdot z dz + 2c\sqrt{K_p} \int_0^H dz \\
 \therefore Q_p &= K_p \cdot \gamma_t \cdot \frac{H^2}{2} + 2c\sqrt{K_p} H
 \end{aligned}$$

(4) 粘性土地盤の限界鉛直自立高さの計算

内部摩擦角  $\phi = 0^\circ$ ，粘着力  $c \neq 0$  kN/m<sup>2</sup> の粘性土を鉛直に掘削した場合の限界高さを求める。  
主働土圧の合力は、

$$Q_a = \gamma_t \cdot \frac{H^2}{2} - 2cH$$

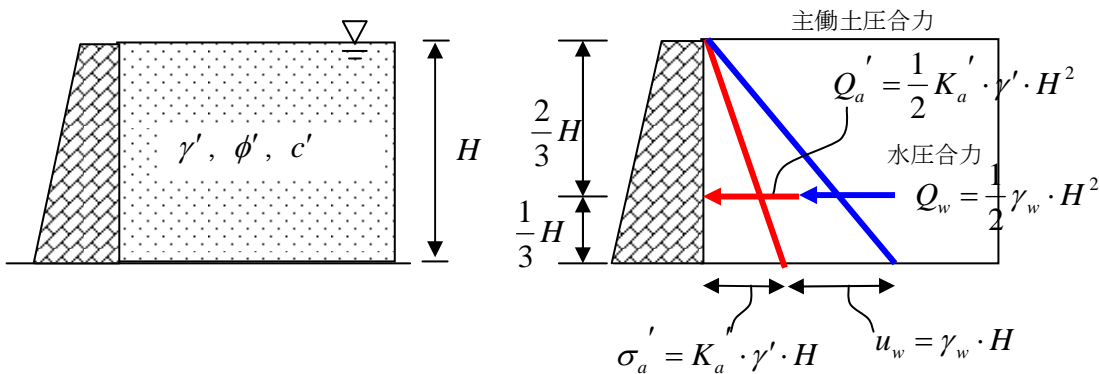


$Q_a = 0$  とした場合の高さが限界鉛直自立高さ  $H_c$  であるので、

$$Q_a = \gamma_t \cdot \frac{H_c^2}{2} - 2cH_c = 0 \quad \text{より} \quad \gamma_t \cdot \frac{H_c^2}{2} = 2cH_c \quad \therefore H_c = \frac{4c}{\gamma_t}$$

(5) 地下水面下の地盤のランキン土圧

地下水面下で完全に飽和している地盤については、有効応力で表した強度定数  $c'$ ， $\phi'$  ならびに水中単位体積重量  $\gamma'$  を用いて主働土圧合力を算定し，それに水圧の合力を加える。

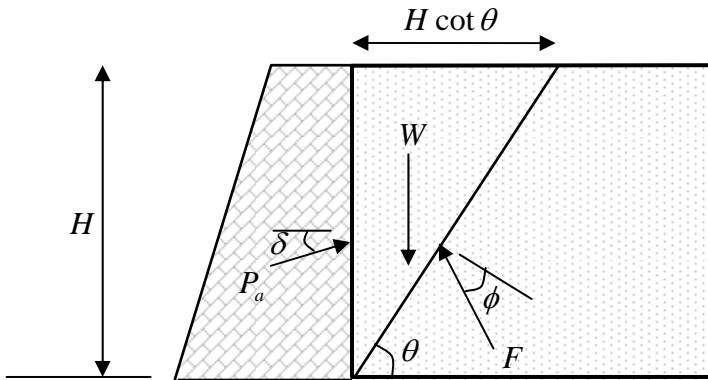


### 【3. クーロン (Coulomb) の土圧理論】

#### (1) クーロン土圧の仮定 (主動土圧)

土の壊れ方 (破壊メカニズム) に着目する。まずは, 主動土圧について考える。

粘着力  $c = 0$  の砂質土に適用する。下図のように, 擁壁で支持された裏込め土が主動破壊する。地盤内に「直線すべり面」を仮定して, 想定される力を用いて「力のつり合い」を考える。



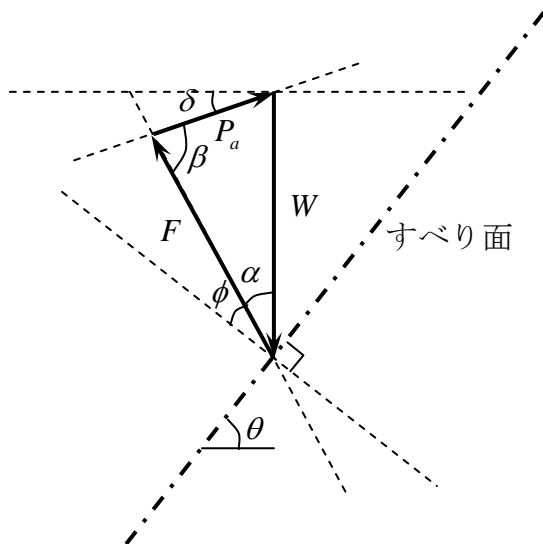
- $\theta$  : すべり面と水平面のなす角
- $\phi$  : 内部摩擦角 (砂どうしの摩擦角)
- $\delta$  : 擁壁の壁面と裏込め土の砂との摩擦角
- $W$  : 土くさびの重量
- $P_a$  : 主動土圧合力
- $F$  : 土くさびのすべり破壊に抵抗する力

土くさびの体積 :  $\frac{1}{2} H^2 \cot \theta$

裏込め土の単位体積重量 :  $\gamma_t$

土くさびの重量 :  $W = \frac{1}{2} \gamma_t H^2 \cot \theta$  (1)

#### (2) 連力図 (力の多角形) の作図



連力図の作図法 :

- ① 土くさびの重量  $W$  を表す矢印を描く
- ②  $W$  の矢印の下端を通るように, 水平面から  $\theta$  傾いたすべり面を描く
- ③  $W$  の矢印の下端を通り, すべり面と垂直な線から  $\phi$  だけ傾いた線が  $F$  の方向となる
- ④  $W$  の矢印の上端を通り, 水平面から  $\delta$  だけ傾いた線が  $P_a$  の方向となる
- ⑤  $W, F, P_a$  が閉じた三角形となるように,  $F$  と  $P_a$  の大きさを決める

図より,  $\alpha = \theta - \phi$ ,  $\beta = 90^\circ + \delta + \phi - \theta$

正弦定理より,

$$\frac{P_a}{\sin(\theta - \phi)} = \frac{W}{\sin(90^\circ + \delta + \phi - \theta)} \quad (2)$$

### (3) 主働土圧の計算

式(2)より、主働土圧合力  $P_a$  は次式となる。

$$P_a = \frac{W \sin(\theta - \phi)}{\sin(90^\circ + \delta + \phi - \theta)}$$

また、式(1)に示した土くさびの重量  $W$  を具体的に代入すると次式となる。

$$P_a = \frac{1}{2} \gamma_t H^2 \cot \theta \frac{\sin(\theta - \phi)}{\sin(90^\circ + \delta + \phi - \theta)} \quad (3)$$

ここで、式(3)において、 $\phi$ 、 $\delta$  は既知量であるので、未知量は  $\theta$  のみである。

最適な  $\theta$  を決定するためには、 $P_a$  が最大となる  $\theta$  の値を探索する。←上界定理

以下、具体的な計算を行う。簡単のため、壁面と土との間に摩擦が働かない ( $\delta = 0$ ) と仮定する。

$$P_a = \frac{1}{2} \gamma_t H^2 \cot \theta \frac{\sin(\theta - \phi)}{\sin(90^\circ + \phi - \theta)} = \frac{1}{2} \gamma_t H^2 \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \cdot \frac{\sin(\theta - \phi)}{\cos(\theta - \phi)} \left( = \frac{1}{2} \gamma_t H^2 \cot \theta \tan(\theta - \phi) \right)$$

$P_a$  を  $\theta$  で微分すれば、

$$\begin{aligned} \frac{dP_a}{d\theta} &= \frac{1}{2} \gamma_t H^2 \frac{-\sin^2 \theta - \cos^2 \theta}{\sin^2 \theta} \cdot \frac{\sin(\theta - \phi)}{\cos(\theta - \phi)} + \frac{1}{2} \gamma_t H^2 \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \cdot \frac{\cos^2(\theta - \phi) + \sin^2(\theta - \phi)}{\cos^2(\theta - \phi)} \\ &= \frac{1}{2} \gamma_t H^2 \frac{-1}{\sin^2 \theta} \cdot \frac{\sin(\theta - \phi)}{\cos(\theta - \phi)} + \frac{1}{2} \gamma_t H^2 \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \cdot \frac{1}{\cos^2(\theta - \phi)} \\ &= \frac{1}{2} \gamma_t H^2 \frac{\cos \theta \sin \theta - \cos(\theta - \phi) \sin(\theta - \phi)}{\sin^2 \theta \cos^2(\theta - \phi)} \\ &= \frac{1}{2} \gamma_t H^2 \frac{\cos \theta \sin \theta - \cos(\theta - \phi) \sin(\theta - \phi)}{\sin^2 \theta \cos^2(\theta - \phi)} \end{aligned}$$

$$\text{最終的に、} \frac{dP_a}{d\theta} = \frac{1}{2} \gamma_t H^2 \frac{\cos \theta \sin \theta - \cos(\theta - \phi) \sin(\theta - \phi)}{\sin^2 \theta \cos^2(\theta - \phi)} \quad \text{となる}$$

上式において、 $\frac{dP_a}{d\theta} = 0$  となる  $\theta$  を求めるのだが、 $\sin^2 \theta \cos^2(\theta - \phi) > 0$  であることから、 $\cos \theta \sin \theta - \cos(\theta - \phi) \sin(\theta - \phi) = 0$  となる時の  $\theta$  を求めれば良い。

計算することによって、

$$\cos \theta \sin \theta - \cos(\theta - \phi) \sin(\theta - \phi) = \sin \phi \cos(2\theta - \phi) = 0,$$

$$\cos(2\theta - \phi) = 0 \text{ より、} \quad 2\theta - \phi = \frac{\pi}{2} \quad \therefore \theta = \frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2}$$

したがって、

$$P_a = \frac{1}{2} \gamma_t H^2 \cot\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2}\right) \cdot \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2} - \phi\right) = \frac{1}{2} \gamma_t H^2 \tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2}\right) \cdot \tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2}\right) = \frac{1}{2} \gamma_t H^2 \tan^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2}\right)$$

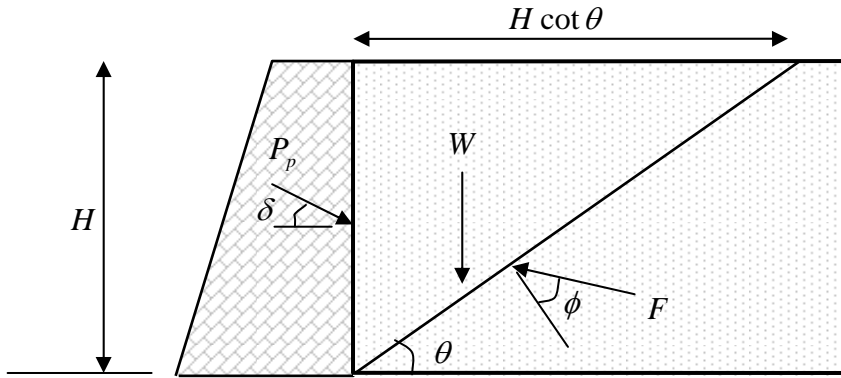
$$\therefore P_a = \frac{1}{2} \gamma_t H^2 \tan^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2}\right) \quad \text{ランキンの主働土圧合力と等しいことがわかる。}$$



(4) クーロン土圧の仮定（受働土圧）

次に受働土圧について考える。粘着力  $c=0$  の砂質土に適用する。

下図のように、擁壁で押し込まれた場合に裏込め土が受働破壊する。主働土圧と同様に、地盤内に「直線すべり面」を仮定して、想定される力を用いて「力のつり合い」を考える。

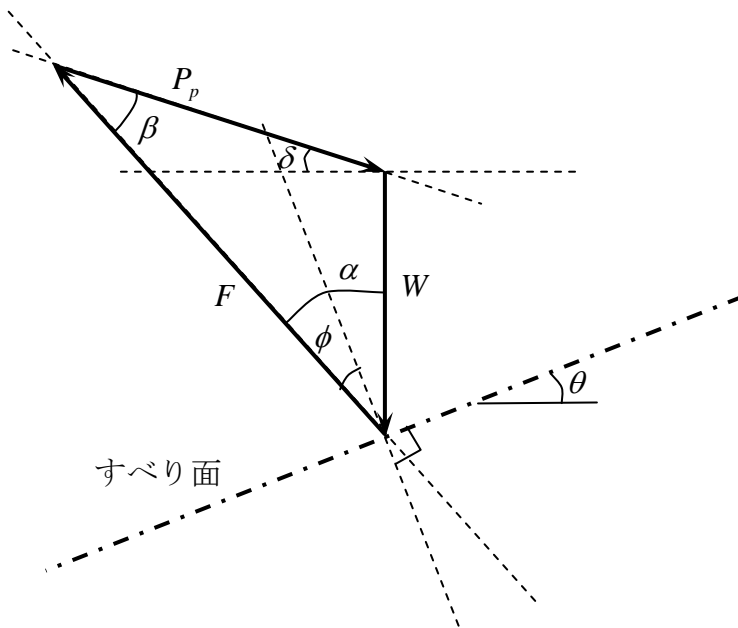


- $\theta$  : すべり面と水平面のなす角
- $\phi$  : 内部摩擦角 (砂どうしの摩擦角)
- $\delta$  : 擁壁の壁面と裏込め土の砂との摩擦角
- $W$  : 土くさびの重量
- $P_p$  : 受働土圧合力
- $F$  : 土くさびのすべり破壊に抵抗する力

土くさびの体積 :  $\frac{1}{2} H^2 \cot \theta$       裏込め土の単位体積重量 :  $\gamma_t$

土くさびの重量 :  $W = \frac{1}{2} \gamma_t H^2 \cot \theta$       (4)

(5) 連力図（力の多角形）の作図



- 連力図の作図法 :
- ① 土くさびの重量  $W$  を表す矢印を描く
  - ②  $W$  の矢印の下端を通るように、水平面から  $\theta$  傾いたすべり面を描く
  - ③  $W$  の矢印の下端を通り、すべり面と垂直な線から  $\phi$  だけ傾いた線が  $F$  の方向となる
  - ④  $W$  の矢印の上端を通り、水平面から  $\delta$  だけ傾いた線が  $P_p$  の方向となる
  - ⑤  $W, F, P_p$  が閉じた三角形となるように、 $F$  と  $P_p$  の大きさを決める

図より,  $\alpha = \theta + \phi$ ,  $\beta = 90^\circ - \delta - \phi - \theta$

正弦定理より,

$$\frac{P_p}{\sin(\theta + \phi)} = \frac{W}{\sin(90^\circ - \delta - \phi - \theta)} \quad (5)$$

## (6) 受働土圧合力の計算

式(5)より、受働土圧合力  $P_p$  は次式となる。

$$P_p = \frac{W \sin(\theta + \phi)}{\sin(90^\circ - \delta - \phi - \theta)}$$

また、式(1)に示した土くさびの重量  $W$  を具体的に代入すると次式となる。

$$P_p = \frac{1}{2} \gamma_t H^2 \cot \theta \frac{\sin(\theta + \phi)}{\sin(90^\circ - \delta - \phi - \theta)} \quad (6)$$

ここで、式(6)において、 $\phi$ 、 $\delta$  は既知量であるので、未知量は  $\theta$  のみである。

最適な  $\theta$  を決定するためには、 $P_p$  が最小となる  $\theta$  の値を探索する。←やはり上界定理

以下、具体的な計算を行う。簡単のため、壁面と土との間に摩擦が働かない ( $\delta = 0$ ) と仮定する。

$$P_p = \frac{1}{2} \gamma_t H^2 \cot \theta \frac{\sin(\theta + \phi)}{\sin(90^\circ - \phi - \theta)} = \frac{1}{2} \gamma_t H^2 \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \cdot \frac{\sin(\theta + \phi)}{\cos(\theta + \phi)} \left( = \frac{1}{2} \gamma_t H^2 \cot \theta \tan(\theta + \phi) \right)$$

$P_p$  を  $\theta$  で微分すれば、

$$\begin{aligned} \frac{dP_p}{d\theta} &= \frac{1}{2} \gamma_t H^2 \frac{-\sin^2 \theta - \cos^2 \theta}{\sin^2 \theta} \cdot \frac{\sin(\theta + \phi)}{\cos(\theta + \phi)} + \frac{1}{2} \gamma_t H^2 \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \cdot \frac{\cos^2(\theta + \phi) + \sin^2(\theta - \phi)}{\cos^2(\theta + \phi)} \\ &= \frac{1}{2} \gamma_t H^2 \frac{-1}{\sin^2 \theta} \cdot \frac{\sin(\theta + \phi)}{\cos(\theta + \phi)} + \frac{1}{2} \gamma_t H^2 \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \cdot \frac{1}{\cos^2(\theta + \phi)} \\ &= \frac{1}{2} \gamma_t H^2 \frac{\cos \theta \sin \theta - \cos(\theta + \phi) \sin(\theta + \phi)}{\sin^2 \theta \cos^2(\theta + \phi)} \\ &= \frac{1}{2} \gamma_t H^2 \frac{\cos \theta \sin \theta - \cos(\theta + \phi) \sin(\theta + \phi)}{\sin^2 \theta \cos^2(\theta + \phi)} \end{aligned}$$

$$\text{最終的に、} \frac{dP_p}{d\theta} = \frac{1}{2} \gamma_t H^2 \frac{\cos \theta \sin \theta - \cos(\theta + \phi) \sin(\theta + \phi)}{\sin^2 \theta \cos^2(\theta + \phi)} \quad \text{となる}$$

上式において、 $\frac{dP_p}{d\theta} = 0$  となる  $\theta$  を求めるのだが、 $\sin^2 \theta \cos^2(\theta + \phi) > 0$  であることから、 $\cos \theta \sin \theta - \cos(\theta + \phi) \sin(\theta + \phi) = 0$  となる時の  $\theta$  を求めれば良い。

計算することによって、

$$\cos \theta \sin \theta - \cos(\theta + \phi) \sin(\theta + \phi) = -\sin \phi \cos(2\theta + \phi) = 0,$$

$$\cos(2\theta + \phi) = 0 \text{ より、} \quad 2\theta + \phi = \frac{\pi}{2} \quad \therefore \theta = \frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2}$$

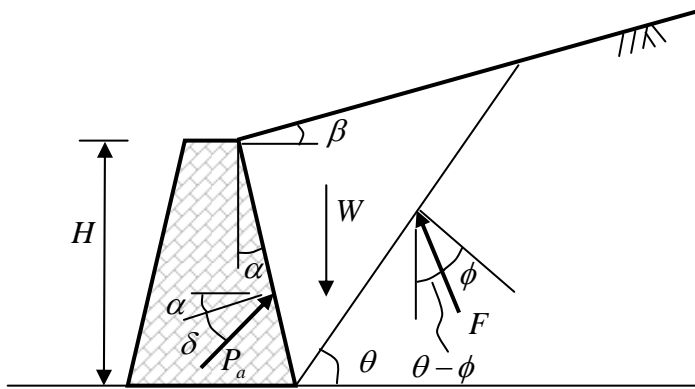
したがって、

$$\begin{aligned} P_a &= \frac{1}{2} \gamma_t H^2 \cot\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2}\right) \cdot \tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2} + \phi\right) = \frac{1}{2} \gamma_t H^2 \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2}\right) \cdot \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2}\right) = \frac{1}{2} \gamma_t H^2 \tan^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2}\right) \\ \therefore P_a &= \frac{1}{2} \gamma_t H^2 \tan^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2}\right) \quad \text{ランキンの受働土圧合力と等しいことがわかる。} \end{aligned}$$

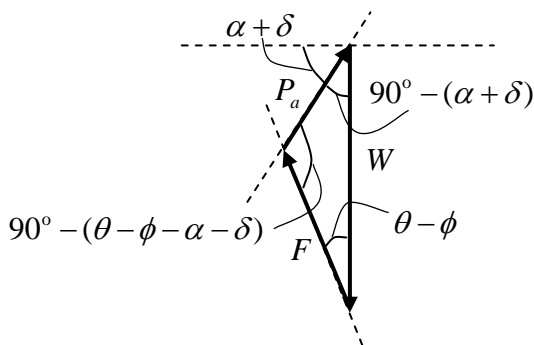
(7) 主働土圧と受働土圧での共通の計算

$$\begin{aligned}
 & \cos \theta \sin \theta - \cos(\theta \mp \phi) \sin(\theta \mp \phi) \\
 &= \cos \theta \sin \theta - \{ \cos \theta \cos(\mp \phi) - \sin \theta \sin(\mp \phi) \} \{ \sin \theta \cos(\mp \phi) + \cos \theta \sin(\mp \phi) \} \\
 &= \cos \theta \sin \theta - (\cos \theta \cos \phi \pm \sin \theta \sin \phi)(\sin \theta \cos \phi \mp \cos \theta \sin \phi) \\
 &= \cos \theta \sin \theta - (\sin \theta \cos \theta \cos^2 \phi \pm \sin^2 \theta \sin \phi \mp \cos^2 \theta \sin \phi \cos \phi - \sin^2 \phi \sin \theta \cos \phi) \\
 &= \cos \theta \sin \theta - \{ \sin \theta \cos \theta (\cos^2 \phi - \sin^2 \phi) \pm (\sin^2 \theta - \cos^2 \theta) \sin \phi \cos \phi \} \\
 &= \cos \theta \sin \theta - \sin \theta \cos \theta (1 - 2 \sin^2 \phi) \pm \sin \phi \cos \phi \cos 2\theta \\
 &= 2 \sin^2 \phi \sin \theta \cos \theta \pm \sin \phi \cos \phi \cos 2\theta \\
 &= \sin^2 \phi \sin 2\theta \pm \sin \phi \cos \phi \cos 2\theta \\
 &= \sin \phi (\sin \phi \sin 2\theta \pm \cos \phi \cos 2\theta) \\
 &= \pm \sin \phi \cos(2\theta \mp \phi)
 \end{aligned}$$

(8) 一般的な形のクーロン主働土圧合力



この場合の連力図

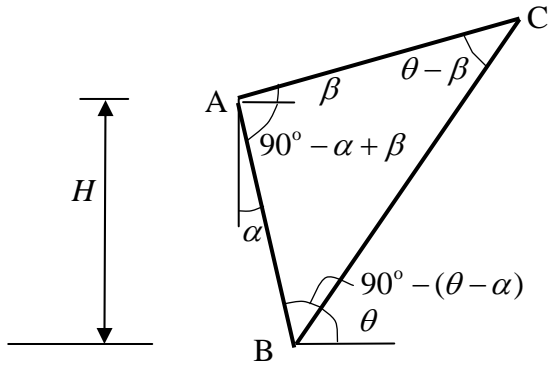


正弦定理より,

$$\frac{P_a}{\sin(\theta - \phi)} = \frac{W}{\sin(90^\circ - (\theta - \phi - \alpha - \delta))} = \frac{W}{\cos(\theta - \phi - \alpha - \delta)}$$

$$P_a = \frac{W \sin(\theta - \phi)}{\cos(\theta - \phi - \alpha - \delta)} \quad (7)$$

土くさび ABC の (単位奥行きあたりの) 体積 V



$$V = \frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot \sin(90^\circ - (\theta - \alpha)) = \frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot \cos(\theta - \alpha)$$

正弦定理より,

$$\frac{AB}{\sin(\theta - \beta)} = \frac{BC}{\sin(90^\circ - \alpha + \beta)} = \frac{BC}{\cos(\alpha - \beta)} \quad \text{より}$$

$$BC = \frac{\cos(\alpha - \beta)}{\sin(\theta - \beta)} AB \quad \text{また,} \quad AB = \frac{H}{\cos \alpha} \quad \text{より}$$

$$V = \frac{1}{2} \cdot \frac{H^2}{\cos^2 \alpha} \cdot \frac{\cos(\alpha - \beta) \cos(\theta - \alpha)}{\sin(\theta - \beta)}$$

したがって, 土くさび ABC の重量 W は,

$$W = \frac{1}{2} \cdot \gamma_t H^2 \cdot \frac{1}{\cos^2 \alpha} \cdot \frac{\cos(\alpha - \beta) \cos(\theta - \alpha)}{\sin(\theta - \beta)} \quad (8)$$

式(7)より,

$$P_a = \frac{1}{2} \cdot \gamma_t H^2 \cdot \frac{\cos(\alpha - \beta)}{\cos^2 \alpha} \cdot \frac{\cos(\theta - \alpha)}{\sin(\theta - \beta)} \cdot \frac{\sin(\theta - \phi)}{\cos(\theta - \phi - \alpha - \delta)} \quad (9)$$

式(9)より,  $\frac{dP_a}{d\theta} = 0$  となる  $\theta$  を求める。

この計算は, すこし大変であるが, がんばって計算すると最終的に主働土圧合力は次式となる。

$$P_a = \frac{1}{2} \cdot \gamma_t H^2 \cdot K_a$$

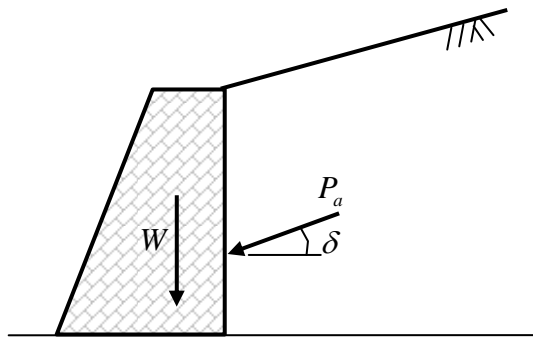
$$K_a = \frac{\cos^2(\phi - \alpha)}{\cos^2 \alpha \cdot \cos(\alpha + \delta) \left[ 1 + \sqrt{\frac{\sin(\phi - \beta) \cdot \sin(\phi + \delta)}{\cos(\beta - \alpha) \cdot \cos(\delta + \alpha)}} \right]^2}$$

裏込め土が水平 ( $\beta = 0$ ) で, 擁壁が鉛直 ( $\alpha = 0$ ) かつ摩擦が無い ( $\delta = 0$ ) と仮定すれば, 当然のことながら,

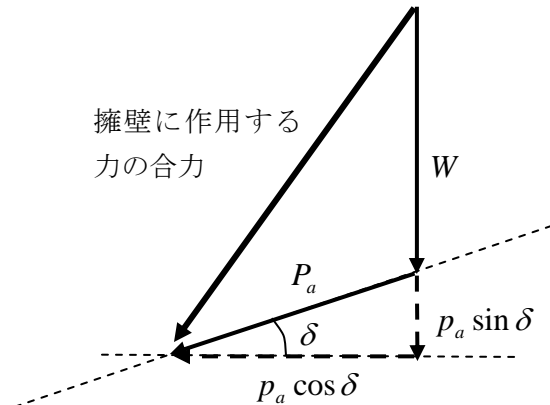
$$K_a = \frac{\cos^2 \phi}{[1 + \sin^2 \phi]^2} = \frac{1 - \sin \phi}{1 + \sin \phi} \quad \text{となる。} \quad \leftarrow \text{ランキンの主働土圧係数}$$

## 【4. 擁壁の安定条件, その他】

### (1) 擁壁の安定条件



擁壁に作用する力



擁壁に作用する力の連力図

#### 検討①：滑動

擁壁に作用する力の鉛直成分： $F_v = W + P_a \sin \delta$

擁壁に作用する力の水平成分： $F_h = P_a \cos \delta$

水平力  $F_h$  に対して、擁壁底面と地面との摩擦力  $R$  で抵抗する。

$$R = F_v \tan \delta' = (W + P_a \sin \delta) \tan \delta' \quad \delta' : \text{擁壁底面と地面の土との摩擦角}$$

擁壁の滑動に対する安定条件

$$(W + P_a \sin \delta) \tan \delta' > P_a \cos \delta$$

※ 擁壁の自重  $W$  が大きいほど有利

#### 検討②：転倒

点 A まわりのモーメントのつり合いを考え、

①方向のモーメントが上回れば安定

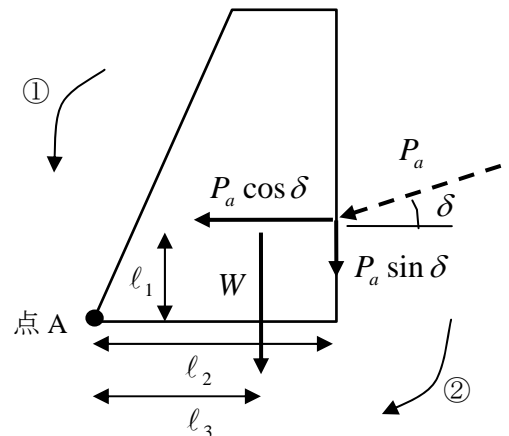
①方向のモーメント： $P_a \cos \delta \times l_1$

②方向のモーメント： $P_a \sin \delta \times l_2 + W \times l_3$

擁壁の転倒に関する安定条件

$$P_a \cos \delta \times l_1 < P_a \sin \delta \times l_2 + W \times l_3$$

※  $W$  が大きいほど、 $l_3$  が長いほど有利

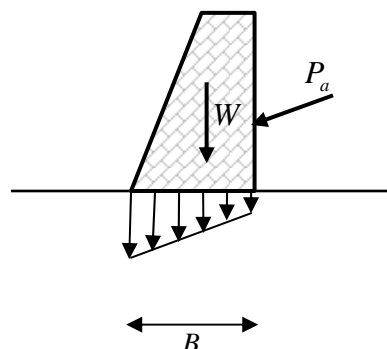


#### 検討③：支持力

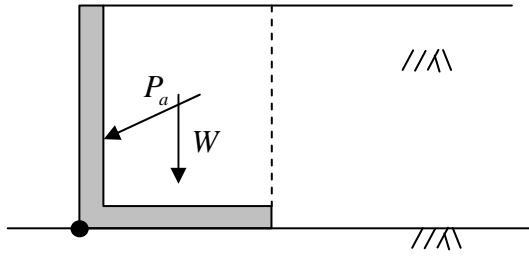
擁壁底面から地盤に伝わる圧力が、

地盤の有する「支持力」より小さければ安定

※  $W$  が小さいほど、 $B$  が長いほど有利

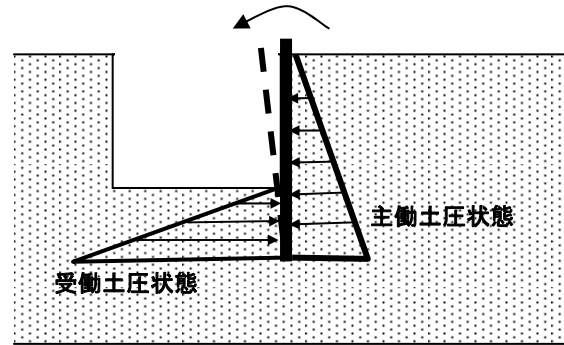
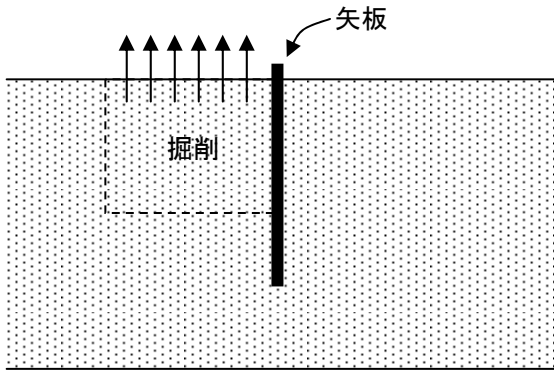


## L型擁壁



滑動に対しても、転倒に対しても裏込め土の自重を利用して土圧に抵抗する擁壁の中身が土なので、重力式擁壁のようにコンクリートの塊ではなく軽いのので、支持力に対しても有利

## (2) 掘削時の矢板の安定性の検討



地盤を掘削した場合、矢板が安定性を失う時点では、矢板は掘削側に倒れるために、右側の背面地盤は矢板が離れてゆく「主動土圧状態」になっており、左側の掘削底盤下の地盤は矢板によって地盤が押し込まれる「受働土圧状態」になっている。

ちょうど安定性を失う限界掘削深さ  $H_c$  を求めるためには、矢板先端部を中心としたモーメントのつり合いを考える。

モーメントのつり合い式：

$$Q_a \times \frac{H}{3} = Q_p \times \frac{D}{3}$$

簡単のため、 $c=0$  の砂質地盤を考えると、上記のモーメントのつり合い式は、

$$K_a \cdot \gamma_t \cdot \frac{H^2}{2} \times \frac{H}{3} = K_p \cdot \gamma_t \cdot \frac{D^2}{2} \times \frac{D}{3}$$

$$K_a \cdot H^3 = K_p \cdot D^3 \quad \left(\frac{D}{H}\right)^3 = \frac{K_a}{K_p} \quad \therefore D = \left(\frac{K_a}{K_p}\right)^{\frac{1}{3}} \cdot H$$

したがって、限界掘削深さ  $H_c$  は  $\therefore H_c = H - D = \left[1 - \left(\frac{K_a}{K_p}\right)^{\frac{1}{3}}\right] \cdot H$  となる。

