河川堤防のパイピング破壊における間隙水圧の消散および浸透流の局所化の影響 Effect on dissipation of pore water pressure and localization of seepage in piping of river levees

伊神友裕¹,前田健一²,牧洋平³,岡田類⁴

- 1 名古屋工業大学大学院・社会工学系プログラム・E-mail address 32415005@stn.nitech.ac.jp
- 2 名古屋工業大学教授 高度防災工学センター
- 3 名古屋工業大学大学院·社会工学専攻

4 名古屋工業大学・社会工学科

概 要

近年の豪雨の長期化に伴い,河川水が透水性基礎地盤に浸透することで,堤内において漏水や噴砂が発生 し,パイピング破壊に至る危険性が高まっている。河川堤防におけるパイピングのメカニズムを解明し重 点監視箇所を検討することは,今後の河川管理には不可欠な課題である。そこで本論文では,パイピング 発生のメカニズムについて噴砂の発生及び堤体下のパイピング孔の進展に着目した模型実験と三次元浸透 流解析を実施した。その結果,噴砂の発生によって基礎地盤内の水圧消散が伝播する様子を解析により再 現した。またパイピング孔が進展する際,その先端ではパイピング孔直径の約10倍の範囲から三次元的な 集水によって流速が増大しており,また基礎地盤が単一層の場合にはパイピング孔先端に流速が作用する ことが,複層の場合にはパイピング孔全体に浸透流が作用することが,パイピングを助長させる要因とな ることが明らかになった。

キーワード:河川堤防,パイピング,噴砂

1. はじめに

近年の豪雨の長期化に伴い,河川堤防でのパイピングの 危険性が高まっている。パイピングとは,基礎地盤に高水 位の外力が長時間作用し続けた場合に,河川水が基礎地盤 中への浸透に伴う堤内側法尻付近で発生する噴砂をきっ かけとし,その後堤体下の土が排出されることで形成され るパイピング孔が川表側へと進展し,最終的に破堤に至る 河川堤防の破壊形態の一つである。

既往の研究から,河川堤防のパイピングの危険性は堤体 一基礎地盤の地盤特性により大きく異なり,特に堤体の強 度が高く,透水層の上に低透水層が被覆する複層構造基礎 地盤を有する場合,パイピングが発生しやすいことが明ら かになった¹⁾。平成28年から30年にかけて3年続けて被 災した宮崎県北部を流れる北川でも,複層構造の基礎地盤 を有する地点から噴砂跡(図1参照)が確認されているこ とから,実堤防においても複層構造基礎地盤を有する場合 にはパイピングの危険性が高いと考える。

パイピングのきっかけとなる噴砂や漏水といった現象 が日本全国の河川で報告されている一方で、その多くは堤 防決壊などの致命的な破壊現象には至らずに終息してお り、パイピングの発生から決壊に至るまでの詳細なメカニ ズムについては未解明な点も未だに多く残っている。した がって、パイピングのメカニズムを解明することは、パイ ピングにより堤防が決壊する危険性が高い条件を特定し、 それに基づく今後の重点監視箇所を絞り込みに有益な情 報になると考える。

メカニズム解明の取り組みとしては、例えば田端ら²⁾や 田中ら³⁾は数値解析を用いて裏法尻からパイピングが進 展する際の様子を再現・表現する取り組みを行っている。



図1 北川の噴砂跡

解析によってパイピングの進展性を把握できれば、パイピ ングのメカニズムをより詳細に検討できるとともに、パイ ピング危険箇所の検討に活用できると考えられる。一方で、 河川堤防のパイピング機構として、基礎地盤が複層構造の 場合では裏法尻から離れた箇所で発生した噴砂が裏法尻 へと進展する様子も確認されている⁴⁾。したがって、パイ ピングの進展メカニズムを検討する上では、堤体下のパイ ピング孔の進展だけでなく、その前現象である堤内地での 噴砂の特性や挙動についても検討する必要があると考え る。

そこで本論文では、まず噴砂について模型実験を行い、 基盤内の水圧消散の特性を把握した。また、三次元浸透流 FEM 解析を実施し、実験結果の結果との比較から噴砂発 生に伴う水圧の消散を評価できるか検討した。その上で、 実験では検討が難しい、噴砂孔の位置や経過時間が間隙水 の圧力伝播に及ぼす影響を調べた。 さらに、パイピング 孔の進展をモデル化した三次元浸透流 FEM 解析と模型実 験の観察結果から、パイピング進展時のメカニズムについ て考察も行った。

2. 噴砂に関する模型実験及び再現解析

2.1 模型実験概要

図2に実験模型の概略図を示す。堤体部分は含水比20% のシルト質粘土である藤森粘土をアクリル壁で囲われた 箇所に入れ締め固めた。基礎地盤は水中落下法で堆積させ



た上層硅砂 7 号,下層硅砂 2 号の複層構造である。各材料 の粒度分布を図 3 に,各材料の透水係数などの材料特性を 表 1 にそれぞれ示す。また,堤外側の左端から 20mm を基 礎地盤下層を露出させた露出部とし,裏法尻から 200mm 堤内側の地点を行き止まり境界とした。複層構造や下層の 露出部,行き止まり境界を設置することでパイピングが発 生しやすい条件となっている。実際の河川堤防においても パイピング発生箇所には上記の存在が確認されている ⁵。 水位条件は,図 4 に示す。なお,外水位 10mm で基礎地盤 を十分に飽和させたのちに実験を行っている。実験では図 2 のように上層と下層の境界部の模型奥行中央に間隙水圧 計を設置し,圧力水頭の計測を行った。

2.2 実験結果

本実験では、一定速度で外水位を上昇させていた途中の 1 分 40 秒頃に、裏法尻から約 130mm 離れた箇所で直径 10mm 程度の噴砂が発生した。その時の堤内の様子を図 5 に、圧力水頭の挙動を図 6 にそれぞれ示す。なお、グラフ の圧力水頭は実験初期からの増分とし、初期の変動を捉え るために横軸は対数表示とした。図 6 より開始 1 分後での 水位上昇に合わせて圧力水頭が上昇し、その後噴砂が発生 したタイミングで圧力水頭が減少したことがわかる。その 後、圧力水頭の変動は落ち着いていき、また噴砂は次の水 位上昇を行った 32 分後まで最初に発生した箇所で噴き続 けていた。以降、この噴砂の発生による水圧の減少に着目 して検討を行っていく。

2.3 浸透流解析における再現解析

実験結果を基に,三次元浸透流 FEM 解析を用いて噴砂 孔を再現し,噴砂発生後の基礎地盤の水圧の消散を簡易に

	珪砂7号	珪砂2号	藤森粘土
土粒子密度(kg/m³)	2686	2638	2694
間隙比	0.74	0.79	0.49
乾燥密度(kg/m³)	1544	1474	1808
透水係数(m/s)	1.40×10-5	1.80×10-3	3.00×10-8

表1 実験及び解析に用いた材料の特性



図4 水位条件



図5 噴砂発生時の堤内の様子



表現できるか試みた。数値計算には、三次元飽和・不飽和 浸透流解析コード(UNSAF3D)のが組み込まれた 3D-Flow (地層科学研究所)を用いた。不飽和浸透流の基礎式は以 下の式(1)に示す支配方程式となる。

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K_r \left(K_{ij}^{\ S} \frac{\partial \psi}{\partial z} + K_{iz}^{\ S} \right) \right) - q = (\beta S_S + C) \frac{\partial \psi}{\partial t} \qquad (1)$$

↓は圧力水頭, tは時間, gは流出流入項である。比水分容 量はCとし、不飽和土中の透水係数Kは飽和透水係数Kii^s と相対透水係数 Krの積となる。Ssは貯留係数で, β=0 は不 飽和領域, β=1 が飽和領域を示す。不飽和領域での水理特 性は van Genuchten モデル ⁷⁾を用いて算出することとし, 上層珪砂 7 号の van Genuchten の a を a=7.5, n を n=1.89 と した⁸⁾。解析モデルは図2を基本とし、実験に基づき裏法 尻から 130mm 離れた箇所に噴砂孔を模擬した縦横 10mm 深さ45mmの低地を設置した。噴砂孔を模擬した低地の深 さについては、噴砂が発生する際に下層の珪砂2号から地 表面へと噴砂孔が貫通していく様子が観察されたため、基 礎地盤上層の厚さである 45mm とした。なお噴砂孔内の境 界条件は,堤内地表面を水面の基準として深さに比例した 静水圧を作用させ、簡易的に噴砂孔に水が溜まった状態と している。噴砂孔以外の堤内の地表面は浸出面境界とした。 また,モデル側面は非排水境界とした。外力条件は実験と 同様のため図 4 に示したとおりであり、まず初期水位





図8 実験と解析の No.5 における間隙水圧の経時変化

10mm を堤外側に作用させ基礎地盤を飽和状態にした後, 堤外側の水位を実験と同様に 50mm ずつ上昇させること で非定常解析を行った。なお,噴砂孔を設けなかった場合 の解析も同様に行った。

図7に模型実験と解析の実験開始後32分における圧 カ水頭の分布を示す。図より,噴砂孔を設けた解析の値と 実験の値が非常に近い値を示していることがわかる。噴砂 に伴う水圧低下を見込むことで,実験値との差は,最大で も約6mmとなった。また,図8に代表値としてNo.5(図 2間隙水圧計測位置参照)における基礎地盤構造ごとの圧 力水頭の経時変化を示す。図より,噴砂孔を設けた解析で は噴砂孔を設けなかった場合に比べて,圧力水頭の上昇が 180秒程度早く収まることがわかる。また,実験値と比較 するとその差は約15秒であった。以上より,解析を行う 際に噴砂孔を設けることで,基礎地盤に伝わる間隙水圧の 大きさ及び収束する時間を実験値に対して近づけること ができると考える。

2.3 噴砂の発生位置及び水圧減少過程の検討

本節では,前節の噴砂孔の解析モデルを用いて,基礎的 な考察のために噴砂が1つだけ発生した場合を仮定し,噴 砂孔の位置や水圧消散に要する時間について,定常解析及 び非定常解析で検討を行った。



図9 噴砂を設置する解析モデルの概要図

表2 解析ケース一覧

裏法尻から噴砂孔までの距離(mm)			下層の露出	ケース数
噴砂なし	50	150	あり	
100	200		なし	
	5通り		2通り	5×2=10



図10 噴砂孔の位置と全水頭分布の関係

(1) 噴砂の発生位置による検討

図9に基本となる解析モデルの概要図を示す。なお,堤 外側に露出がないモデルも作成した。解析ケースは表2に 示す。噴砂孔は奥行中央に前節と同じ大きさ,深さ,境界 条件で設置した。堤内地は浸出面,側面は非排水境界とし, 外水位60mmを堤外側に作用させ,定常解析を実施し,上 層と下層の境界部の堤防縦断中央の全水頭を計測した。

図 10 に計測した全水頭分布を示す。なお,噴砂を設置 した場合については噴砂孔までの値をプロットしている。 図より,噴砂があることで噴砂孔付近の水頭と裏法尻の水 頭の差が大きくなっていることがわかる。特に,露出があ る場合はその傾向がより強くなっている。水圧が低下する



図11 噴砂発生後の全水頭の時間変化



図 12 噴砂発生による全水頭コンターの経時変化

場合には噴砂の継続が難しくなることが予想され,噴 砂孔は水圧の高い裏法尻方向へ近づくと考える。一方で, 噴砂孔が裏法尻に近いほど基礎地盤の間隙水圧の減少が 大きいため,噴砂が裏法尻で継続するためにはより高い外 力が必要になると考える。

(2) 噴砂による水圧伝播過程の検討

本節では, 噴砂による水圧減少の時間変化について検討 を行う。図9の解析モデル(露出なし)の堤外に初期外水 位60mmを作用させ基礎地盤を飽和状態にした後, 水位一 定のまま堤内で噴砂孔を設けて基礎地盤の全水頭の時間 変化を非定常解析により計算した。なお, 噴砂孔の位置は 裏法尻から50mm 地点とした。

図 11 に堤防縦断中央における上層と下層の境界部の全 水頭の経時変化を示す。なお、全水頭の変動を正確に捉え るため、グラフの横軸は対数表示としている。また、全水 頭コンターの時間変化を図 12 に示す.図 11 および図 12 より、基礎地盤内の水圧は噴砂から近い箇所から順に減少 し、水圧の減少が収束するまでにある程度時間を要してい ることがわかる。すなわち、水圧が減少しきる前に河川水 が上昇する場合には噴砂付近と堤外側の水圧差が大きく なり、噴砂が裏法尻により近づきやすくなると考える。今 後は上記のような噴砂による水圧減少を踏まえて、より詳 細なパイピングの進展メカニズムの検討に繋げていく.



図 13 パイピング孔を設置する解析モデルの概要図

表	3	解析ケ	ースー	覧
~	-	/1/////////////////////////////////////		26

進展度		基礎地構造	ケース数		
0	0.1	0.2	0.3	複層(露出あり)	
0.4	0.5	0.6	0.7	複層(露出なし)	
0.8	0.9	1		単一層	
11通り		3通り	11×3=33		



図14 進展度の定義



図15 パイピング孔の境界条件

3. パイピング孔の進展を考慮した浸透流解析

前章において,堤内の噴砂は発生した位置から間隙水圧 の高い裏法尻側へと移動すること,また噴砂が裏法尻に到 達することで,堤体下の土が噴砂孔から排出されることで 形成されるパイピング孔が川表側に向かって進展するこ とが示唆された。本章では、単純化した条件で堤体下のパ イピング孔をモデル化した三次元浸透流 FEM 解析を実施 した。また、解析モデルと同寸法・材料の模型実験も行い、 実験の観察結果とも併せてパイピング進展時のメカニズ ムやパイピング孔の集水性の検討を行った。

3.1 解析概要

図 13 に基礎地盤が複層の場合の解析モデル概要図を示



図16 進展度と局所動水勾配v/kuの関係

す。解析ソフトと使用材料は前章と同様である。なお、基 礎地盤が珪砂 7 号のみの単一層や下層の露出部があるモ デルも作成した。どのモデルも側面は非排水境界とした。 本解析では、既往の研究 5)で確認されている、堤体直下に 生じるパイピング孔の進展度を変化させた。解析ケースは 表3に示す。ここで、進展度とは裏法尻からパイピング孔 先端部までの距離 k を堤体幅 B=300mm で除した値であ り、その定義を図 14 に示す。また、本解析における進展 度が 0 とは噴砂に伴う土粒子の流出によって法尻に緩み が発生したことを想定している。なお、パイピング孔設置 箇所は簡易評価のためにメッシュを設けず, 浸出面境界と して設定し(図15参照),解析モデルの奥行中心部にパイ ピング孔を設置した。本来なら、パイピング孔内には水が 流れ,浸透流解析とは別に内部のパイプ流計算が必要と考 えるが、今回は簡略化した。パイピング孔の大きさは、模 型実験等の様子から,幅と深さを10mmとし,メッシュサ イズは 10mm とした。外力条件は平均動水勾配 iave=0.20 で 定常解析を実施した。実験は単一層と複層(露出あり)で 実施した。実験の水位条件は前章の図4と同様である。

3.2 浸透流速による検討

本章では単一層と複層の違いについて,局所動水勾配から検討を行う。図 16 に各ケースの進展度と図 13 の流速計 測地点の浸透流速 v を珪砂 7 号の透水係数 ku で除して求 めた見かけの局所動水勾配 v/ku の関係を示す。図よりまず 進展度 0 における局所動水勾配は単一層,複層露出なし, 複層露出ありの順で高い値となっていることがわかる。次 に,進展度が大きくなった場合について考える。単一層で は進展度の増加に伴い,進展度が 1.0 に近づくほど局所 動水勾配の値が大きくなっている。一方,複層の場合には 進展度が 0 から 0.6 程度までは局所動水勾配がやや下がる か横ばいとなる。しかし,複層は単一層よりも局所動水勾 配の初期値が大きいため,パイピングがより進展しやすい と評価できる。その後,各ケースの進展度が 0.8~0.9 を超 えると局所動水勾配が同様に急増する。



図 17 堤防断面図(縦断方向中央)の局所動水勾配ベクト ルとコンター:上図;単一層,下図;複層露出なし

3.3 浸透現象によるパイピング進展メカニズムの検討

前ページの図 16 より、単一層と複層の場合で局所動水 勾配の変化の様子に差が見られた。この理由について、堤 防縦断中央の断面図の局所動水勾配ベクトルとコンター (図 17 参照) により考察する。図 17 より、単一層では浸 透流がパイピング孔先端部に集中していることがわかる。 その一方で、複層では進展度が 0.3 と 0.6 の時を比較して みると、パイピング孔全体に一様な大きさの上向き浸透流 が作用していることがわかる。以上のことから、基礎地盤 の条件によりパイピング進展メカニズムが異なると考え られる。単一層では、パイピング孔の先端部に集中する流 速により土粒子が流される作用が支配的になる。その一方, 複層ではパイピング孔の先端部に作用する浸透流速の影 響のみではなく、パイピング孔全体に作用する上向き浸透 流により基礎地盤上層が緩む作用もあると考える。これは, 図 18 に示すパイピング孔内から流出する漏水流量の変化 からも読み取れる。図よりパイピング孔全体の漏水流量を パイピング孔先端部のみの漏水流量と比較すると,基礎地 盤が単一層の場合では3倍程度であるのに対し,基礎地盤 が複層構造の場合では10倍程度となっており、複層の方



図18 進展度とパイピング孔内の漏水流量の関係



図19 模型実験におけるパイピング孔進展の様子:上図;単一層,下図;複層露出あり

がパイピング孔先端部の流量に対してパイピング孔全体 からの流量が多いことがわかる。つまり,複層は単一層に 比べ,パイピング孔全体に上向き浸透流が作用し,上層地 盤全体が液状化しやすい状態であると推察できる。

以上を踏まえて,図 19 に示す実験で観察されたパイピング孔の様子と比較する。まず,土粒子の移動を高速度カメラで撮影した画像を PIV 解析 (粒子画像流速測定法)を行うことで求めた単一層の結果から,パイピング孔先端部



図 20 堤防平面図における局所動水勾配コンター(堤体 非表示):上図;単一層,下図;複層露出なし

分から砂が流されることでパイピング孔が進展する様子 が確認された。複層の場合には図に示すように、流動化し た基盤層からパイピング孔全体にダルシー則よりも大き な流れが流入している様子が確認された。解析結果より, 単一層では先端に集中する流速により土粒子が流される 現象, 複層ではパイピング孔に上向き浸透流が作用し, 上 層地盤が緩む現象が予想されたが,実験結果からも解析に よって推測される現象を確認することができた。また、両 ケースとも進展度が 0.8~0.9 程度になると局所動水勾配 が急増している (図16参照)。この理由について堤防の平 面図(図13の矢印の方向:堤体非表示)の局所動水勾配 ベクトルとコンター(図 20 参照)をみると、進展度 0.9 の 状態では,両ケース共に流速の大きい部分が表法尻全体か らパイピング孔先端部に集中していることから、これが局 所動水勾配を急増させた要因であると考えられる。このこ とより、最終的な堤体下のパイピング孔進展メカニズムは、 表法尻からパイピング孔先端部に集中する浸透流により 堤外側から一気にパイピング孔が貫通する現象と考えら れる。よって、パイピングによる堤体破壊を防ぐためには、 進展度を 0.6~0.7 程度までに抑えられるかどうかが重要

表4 解析ケース一覧

堤防縦断方向の幅 (mm)		基礎地盤構造	ケース数
10	70	複層(露出あり)	
130	270	複層(露出なし)]
470		単一層]
5通	直り	3通り	5×3=15



になってくると考える。

3.4 パイピング孔の三次元的集水性の検討

前節より,浸透流がパイピング孔先端に集中し,パイピ ング孔の進展を助長することがわかった。そこで,解析モ デルの堤防縦断方向の幅を変化させ,パイピング孔の集水 性にどのように影響するか検討した。解析ケースを表4に 示す。図21に解析モデルの幅と進展度0.5における局所 動水勾配の値の関係を示す。図より,モデルの幅が大きい ほど局所動水勾配が大きいことが分かる。また,局所動水 勾配の値はパイピング孔直径の10倍程度で収束している ことが分かる。幅が大きいほど広い範囲の浸透流がパイピ ング孔に集中したと考えられる。このことより,解析領域 を適切に設定しないと評価を見誤ることになる。本稿のよ うにパイピング孔の進展を考慮した解析を行う際には,パ イピング孔径に対して10倍程度の奥行幅を設定する必要 があると考える。

3.5 局所動水勾配に及ぼす基礎地盤透水係数比の影響

前節において、パイピング孔の集水性について検討した が、集水性に影響を与える因子としてはパイピング孔周辺 の地盤の透水性も挙げられる。そこで、複層構造(露出な し)の解析モデルの上層の透水係数を変化させ、パイピン グ孔先端の局所動水勾配にどのような影響を与えるか検 討した。上層の透水係数は、上層の透水係数 kuに対する下 層の透水係数 kuの比率(kl/ku)を kl/ku=0.1, 1, 2, 6, 20, 50, 128, 1000, 10000 と 9 通り変化させた。なお、透水係数が 0.1 のケースは下層の透水係数が上層の透水係数よりも低



図 22 透水係数比と局所動水勾配の関係

く透水層と難透水層が逆転した複層基礎地盤のモデルに なる。図 22 に透水係数比と進展度 0.5 における局所動水 勾配の値の関係を示す。図より透水係数比が大きくなるほ ど上層の見かけの局所動水勾配 v/ku は大きくなり,透水係 数比が 100 付近で局所動水勾配は収束していることがわ かる。透水係数比が 6, 128 ケースを比較すると v/ku の値 が約 1.7 倍異なることから,透水係数比はパイピング孔の 進展メカニズムに大きな影響を与えると考える。また,西 村ら⁹はパイピングの発生しやすさに影響を与える指標と して透水係数比を上げているが,パイピング発生後の進展 しやすさについても透水係数比は重要な指標であると考 える。

4. まとめ

本論文では、模型実験及び浸透流解析により噴砂の発生 及びパイピング孔の進展時におけるメカニズムについて 検討した。

噴砂については, 噴砂の発生による基礎地盤内の水圧消 散が伝播する様子を解析により再現し, 噴砂の位置や時間 による水圧分布を検討した。今後も噴砂による水圧減少に 着目しながら検討を行っていく。また, パイピング孔が進 展する際, 先端部ではパイピング孔直径の約 10 倍の範囲 からの三次元的集水により流速が増大し, また基礎地盤が 単一層の場合にはパイピング孔先端に流速が作用するこ とが, 複層の場合にはパイピング孔全体に上向きの浸透流 が作用することがパイピングを助長させる要因であるこ とが明らかになった。

一方で、本稿では噴砂及びパイピング孔を一様な形で再 現したが、実際には三次元的に形状を変化させながら進展 していくと考えられる。今後は噴砂やパイピング孔のスケ ールや形状にも着目した検討も進めていきたい。また,既 往の研究において解明されてきたパイピングが発生しや すい条件について,パイピングの進展のしやすさとの関係 性についても理解を深めていきたい。

謝辞:本研究の成果は、国土交通省・河川砂防技術研究 開発制度平成 29 年度国総研からの委託研究、科学技術研 究費(研究課題 17H03305 および 19H00786)の援助を受け たものである。末筆ながら深謝の意を示します。

参考文献

- 高辻理人,前田健一,牧洋平,伊神友裕,泉典洋:堤 内外の基礎地盤特性が河川堤防のパイピング破壊に 及ぼす影響と堤防調査方法の提案,河川技術論文集 第 26 巻, pp.467-472, 2020.
- 田端幸輔,福岡捷二:堤防直下の透水性基盤層の浸透 流と砂粒子の運動に伴うパイピング発達機構に関す る研究,第7回河川堤防技術シンポジウム論文集, pp.41-44,2019.
- 3) 田中秀岳,笹岡信吾,瀬崎智之,福島雅紀,:浸透流 解析を用いた簡易的なパイピング進行評価手法の堤 防模型実験への適用性検討,河川技術論文集 25 巻, pp.565-570, 2019.
- 斎藤啓,前田健一,泉典洋,李兆卿:基盤の地盤特性 が異なる河川堤防の高水位の継続作用による漏水と パイピングの進行特性,河川技術論文集,第 21 巻, pp.349-354, 2015.
- 5) 西村柾哉,前田健一,高辻理人,牧洋平,泉典洋:実 堤防の調査結果に基づいた河川堤防のパイピング危 険度の力学的点検フローの提案,河川技術論文集 25 巻,pp.499-504, 2019.
- 6) 西垣誠,進士喜英,今井紀和:有限要素法による飽和 不飽和浸透流解析-AC-UNSAF3D-プログラム解説お よびユーザーマニュアル,pp.145,2005.
- van Genuchten, M.T. : A Closed-Form Equation for Predicting the Hydraulic Conductivity of Unsaturated Soils. Soil Science Society of America Journal, Vol.44, pp.892-898, 1980.
- Carsel, RF. and Parrish, R.S. : Developing joint probability distributions of soil water retention characteristics, Water Resour.Res.24, pp.755-769.1988.
- 9) 西村柾哉,前田健一,櫛山総平,高辻理人,泉典洋: 河川堤防のパイピング危険度の力学的点検フローと 漏水対策型水防工法の効果発揮条件,河川技術論文 集 24 巻, pp.613-618, 2018.