

第1セッション
(9 : 15 ~ 10 : 45)

司会 松田 達也
(豊橋技術科学大学)

飽和度一定三軸圧縮試験による不飽和まさ土力学特性の精査およびそのモデル化
Triaxial compression tests on unsaturated Masado under constant-degree-of-saturation
condition and its modeling

Xiong Xi¹, 沖野頌悟¹, 常本貴史², 岩井裕正¹, 張鋒¹

1 名古屋工業大学・大学院・工学研究科・社会工学専攻・E-mail: cho.ho@nitech.ac.jp

2 京都府

概 要

自然地盤の多くは不飽和状態であり、間隙に水と空気が混在している三相のものになっているため、飽和土や乾燥土に比べてより複雑な力学挙動を示している。それを正確に表現するためには水理学的特性を正確に記述しなければならない。降雨による斜面崩壊など水分量の変化に起因した地盤挙動を正確に表現するためには、変形を含めた不飽和土の力学・水理学的特性を理解し、その特性を定式化する必要がある。本研究グループでは状態変数として骨格応力と飽和度を用いた飽和・不飽和土の力学特性を統一的に表現できる弾塑性構成モデルを提案している。本稿では、飽和度一定三軸圧縮試験を行い、得られた実験結果より、新たに提案した水分特性曲線の精度を検証し、さらに有限変形を考慮に入れた新たなパラメータを導入することで構成モデルの精度を向上させた。

キーワード：不飽和土，三軸圧縮試験，水分特性曲線，モデル化

1. はじめに

自然界に存在する地盤の多くは、土粒子間の間隙に水と空気を含む不飽和状態である。不飽和土は、間隙に水と空気が混在した状態であるため、飽和土と比較して複雑な力学挙動を示す。そのため、これまでは飽和土を対象とした構成則が多く提案されており、地盤の挙動予測にも飽和土の構成則を用いることが多い。しかしながら、降雨による斜面崩壊など水分量の変化が影響する地盤挙動を正確に予測するためには、不飽和土の力学挙動をより正確にモデル化する必要がある。

これまでに、Alonso et al.¹⁾の Barcelona Basic Model (BBM)をはじめ、不飽和土の応力～ひずみ特性を考慮した構成モデルがいくつか提案されている。これらの構成モデルでは、応力変数に全応力、基底応力、あるいは Bishop の有効応力を用いるなど著者によって異なる。一方、本研究グループでは状態変数として骨格応力と飽和度を用いた飽和・不飽和土の力学特性を統一的に表現できる弾塑性構成モデル²⁾を提案し、本構成モデルの精度向上に努めてきた。

本稿では、飽和度一定条件における不飽和土のせん断挙動を調査するために、マサ土を用いた飽和度一定三軸圧縮試験を行った。また、実験結果より、解析パラメータを決定し、要素シミュレーションを行った。さらにサクシオン～飽和度の関係を水分特性曲線のみで表現することを可能にし、有限変形を考慮に入れた新たなパラメータを導入す

ることで解析の精度を向上させた。

2. 本稿の研究背景

本研究が提案する飽和・不飽和弾塑性構成モデル²⁾は、骨格応力 ($\sigma'' = \sigma_{net} + S_r s$) と飽和度 (S_r) を状態変数として用いる。ここで σ_{net} は基底応力、 s はサクシオンを表す。また、図 1 に示すように、不飽和土の正規圧密線 (N.C.L.S.) は飽和土の正規圧密線 (N.C.L.) に平行であり、N.C.L.S. は N.C.L. より上方にあると仮定している。この時、N.C.L.S. と限界状態線 (C.S.L.S.) は次式の関係が成り立つ。

$$N.C.L.S.: e = N(S_r) - \lambda \ln \frac{p}{p_r}, \left(\eta = \frac{q}{p} = 0 \right) \quad (1)$$

$$C.S.L.S.: e = \Gamma(S_r) - \lambda \ln \frac{p}{p_r}, \left(\eta = \frac{q}{p} = M \right) \quad (2)$$

$N(S_r)$ と $\Gamma(S_r)$ はある飽和度での基準の平均骨格応力 ($p_r = 98$ kPa) 時における N.C.L.S. および C.S.L.S. の間隙比、 λ は圧縮指数、 p は平均骨格応力、 q は偏差骨格応力、 M は限界状態時の応力比である。また、間隙比 $N(S_r)$ は次式で与えられる。

$$N(S_r) = N + \frac{N_r - N}{S_r^s - S_r^f} (S_r^s - S_r) \quad (3)$$

S_r^s と S_r^f は湿潤飽和度と残留飽和度であり、保水性試験より求められる。 N_r は残留飽和度で基準の平均骨格応力 p_r における N.C.L.S. 上の間隙比である。

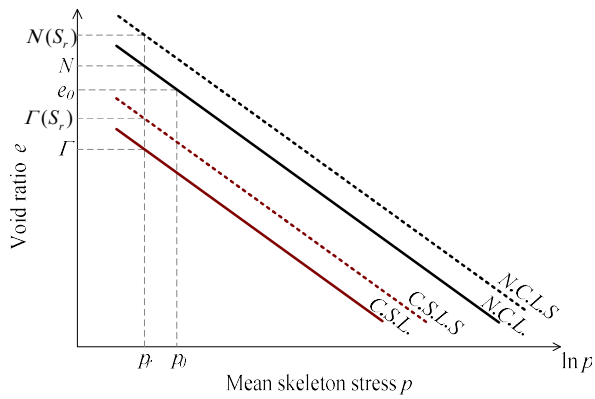


図 1 e-lnp 関係模式図

3. 飽和度一定三軸圧縮試験

3.1 まさ土の材料特性

本試験には、試料として 2.0 mm 以下にふるい分けを行ったまさ土を使用した。土の液性限界・塑性限界試験 (JIS A 1205) の結果を表 1 まさ土の物理特性に示す。なお、液性限界と塑性限界が求められない場合は NP (Non-Plastic) と記述する。粒径加積曲線と締固め曲線を図 2 および図 3 にそれぞれ示す。突き固め方法と種類は、A-a 法を用いた。

表 1 まさ土の物理特性

Liquid limit w_L (%)	NP
Plasticity index I_p (%)	NP
Specific gravity G_s (-)	2.66
Standard Proctor Maximum dry density ρ_d (Mg/m ³)	1.85
Standard Proctor Optimum water content w_{opt} (%)	13.7

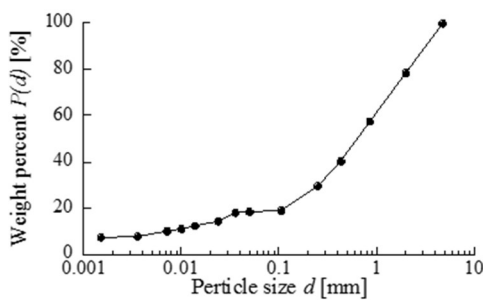


図 2 まさ土の粒径加積曲線

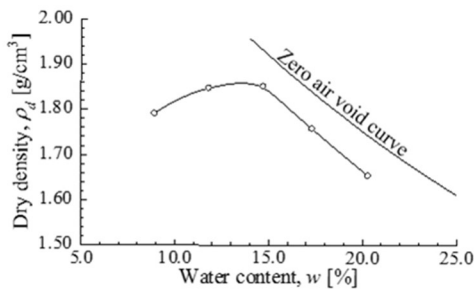


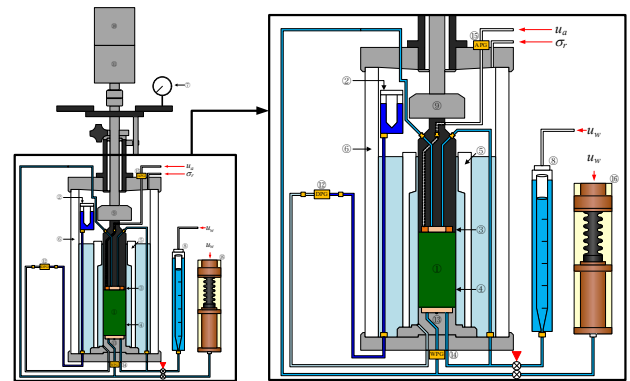
図 3 まさ土の締固め曲線

3.2 三軸試験装置

本試験に使用した不飽和土三軸圧縮試験装置の概略図を図 5 に示す。試験装置の主な特徴は、下記の通りである。

- 1) PVC (Pressure/Volume Controller) (⑩) を導入することで、間隙水の圧力制御に加え、体積制御を可能とした。
- 2) 内部に通水経路を確保したペDESTAL (⑬) を使用することで供試体に影響を与えることなく PVC とビュレット間の通水を可能とした。ペDESTAL は図 6 に示す Barrera³⁾ が使用したペDESTAL を参考とした。また、体積変化を正確に計るために、三軸試験中漏れ出した空気を除去する空気フラッシング作業が必要であるが、図 4 に試験中空気フラッシングに用いられるペDESTAL の構造概略も示す。
- 3) 軸キャップ (③) にポーラスストーンとセラミックディスクを埋め込み、両面排水とすることで試験時間の短縮を図った。

三軸試験装置の計測系と圧力系について説明する。供試体の軸変位はダイヤルゲージ (⑦)、排水量は GDS 製の PVC (⑩) で計測する。不飽和土の力学試験を実施する場合、体積変化の計測は一つの課題である。間隙に空気と水が混在している場合、体積変化を実際の供試体の変形として計測しなければならない。そこで、本試験装置は体積変化の計測を基準水面となるビュレット (②) と内セル (⑤) の水圧の差を差圧計 (⑫) で計測する二重セル方式により行った。



① Specimen, ② Standard burette, ③ Axial cap, ④ Rubber membrane, ⑤ Inner cell, ⑥ Outer cell, ⑦ Dial gauge, ⑧ Double burette, ⑨ Load cell, ⑩ Axial cylinder (top), ⑪ Axial cylinder (bottom), ⑫ Differential manometer, ⑬ Pedestal, ⑭ Pore water piezometer, ⑮ Pore air piezometer, ⑯ GDS PVC

図 5 三軸試験装置の概略図

軸方向・側方方向圧力は、手動または電気・空気 (E-P) レギュレータにより空気圧で制御できる機構となっている。軸方向圧力は、試験装置の上部に設置したシリンダー (⑩および⑪) を介して供試体に作用させる。軸シリンダーを二重構造にすることで、三軸圧縮試験のみではなく三軸伸張試験を行うことが可能である。また、試験機下部に昇降装置を備えており、ひずみ制御試験を実施することも可能である。なお、セラミックディスクの空気侵入値は 1.5 MPa である。



図 6 ペDESTALの通水経路³⁾

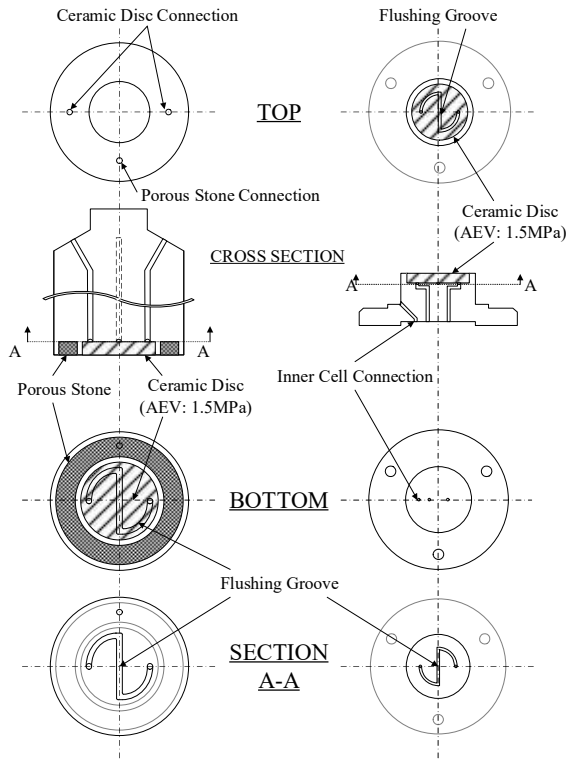


図 7 三軸試験中空気フラッシングに用いられるペDESTALの概略

3.3 供試体作製方法

はじめに最適含水比より若干高い 15%の試料を高さ 11.7 cm×直径 5.0 cm のモールドを用いて、三層に分け鉛直静的荷重によりに締め固める。この時の荷重圧は、約 1 MPa である。次に、高さ 10.0 cm×直径 5.0 cm のモールドを用いて、供試体の高さが 10.0 cm になるように成型し、残りの試料から供試体の含水比を測定した。

3.4 試験方法

せん断前の締め固め応力経路を図 8 に示す。基底応力を非排気・非排水状態で 20 kPa 荷重した後、排気・排水状態に切り替え、間隙空気圧を荷重することで所定のサクシオンを荷重する。排水量が安定したところで、基底応力を 50 kPa まで上昇させる。排水量の安定を再度確認し、飽和度一定制御に切替えて、ひずみ速度 0.0025%/min でせん断を開始する。本稿では、目標の初期サクシオンが 10, 30, 50 kPa の 3 種類を 2 ケースずつ、計 6 ケース実施した。

飽和度一定制御は、間隙空気圧一定の状態では、供試体からの排水量を間隙水圧の増減によって調整する Burton et al.⁴⁾が提案した手法を採用した。飽和度一定に制御するための条件式を以下に示す。

$$dV_w - S_{r(\text{init.})} \cdot dV_v = 0 \quad (4)$$

ここで、 dV_w は間隙水の体積変化、 $S_{r(\text{init.})} dV_v$ は初期飽和度と間隙の体積変化の積である。

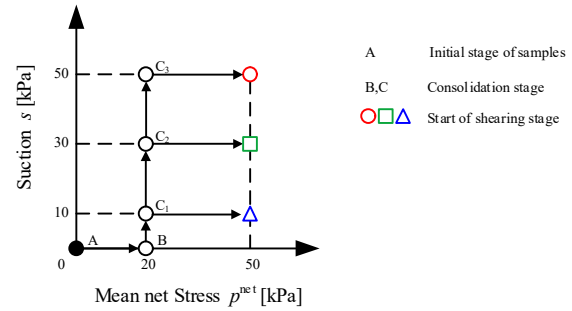


図 8 せん断前の締め固め応力経路

3.5 試験結果

飽和度一定三軸試験に用いられた供試体物性値を表 2 に示す。ここで、「供試体作製時」は初期圧密を開始する時点での供試体物性値、「試験開始時」は全ての圧密が終了し、せん断試験を開始する前の時点での供試体物性値、「試験終了時」は最後の目標値に到達した時点での供試体物性値を意味する。

これらの結果より、初期サクシオンが低下するとともに、試験開始時の飽和度は上昇する傾向が観察できる。これはサクシオンが低下すると、含水比が高くなったと考えられる。

表 2 供試体物性値

Case	供試体作成時			試験開始時			試験終了時		
	w_0 (%)	e_0 (-)	S_{s0} (-)	w_0 (%)	e_0 (-)	S_{s0} (-)	w_f (%)	e_f (-)	S_{sf} (-)
s50-1	15.0	0.611	0.65	11.0	0.558	0.52	11.6	0.586	0.52
s50-2	14.3	0.629	0.61	11.1	0.571	0.52	11.2	0.577	0.52
s30-1	14.8	0.622	0.63	11.4	0.569	0.53	11.6	0.579	0.53
s30-2	14.7	0.608	0.64	11.3	0.536	0.56	11.4	0.541	0.56
s10-1	14.4	0.610	0.63	11.9	0.549	0.59	11.9	0.550	0.59
s10-2	14.3	0.612	0.62	12.7	0.557	0.60	12.6	0.556	0.60

飽和度～軸ひずみ関係を図 9 に示す。これより、飽和度は軸ひずみが増加しても一定であり、せん断中に飽和度を一定に制御ができていることが分かる。

軸差応力～体積ひずみ～軸ひずみ関係、軸差応力・骨格応力比～体積ひずみ～軸ひずみ関係を図 10 に示す。図 10 (a)より、最大軸差応力は飽和度が低いほど大きくなる傾向にある。また、体積ひずみはせん断開始直後にバラつきがみられるが、圧縮から膨張に転じる傾向にあり、膨張に転じた後の膨張量は飽和度が低いほど大きくなる。図 10

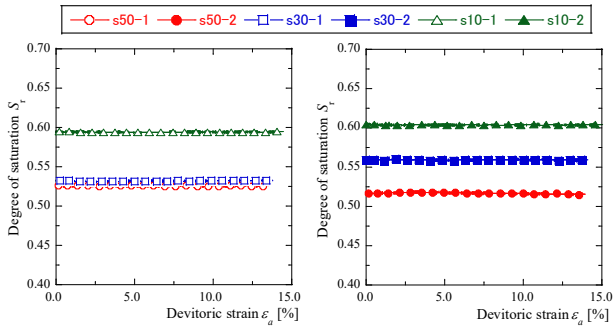
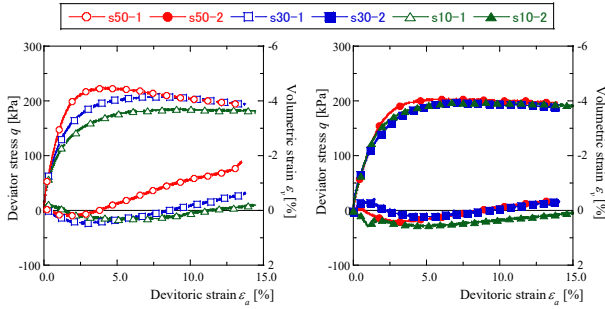
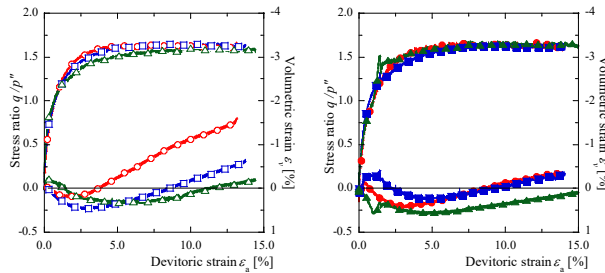


図 9 飽和度一定三軸圧縮試験の飽和度～軸ひずみ関係



(a) 軸差応力～体積ひずみ～軸ひずみ関係



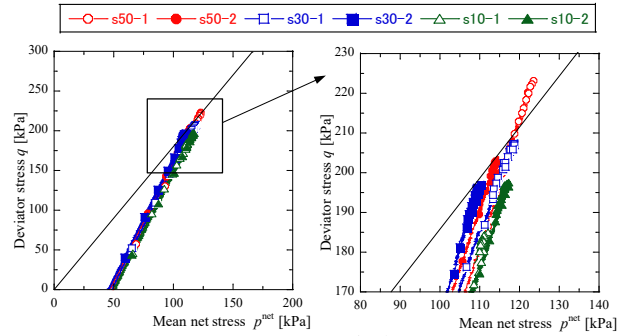
(b) 軸差応力・骨格応力比～体積ひずみ～軸ひずみ関係

図 10 飽和度一定三軸試験結果

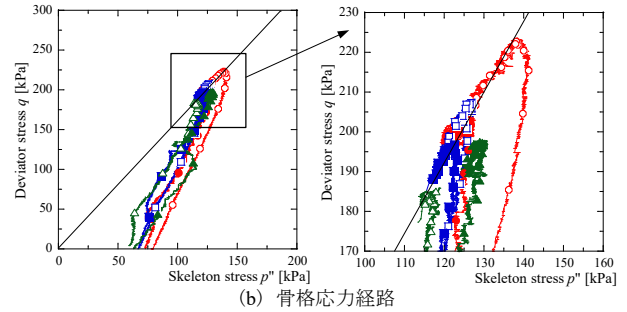
(b)より、飽和度が異なるケースにおいても、軸差応力・骨格応力比は同様な値になることが分かる。

飽和度一定三軸試験を基底応力と骨格応力で整理した応力経路を図 11 に示す。図中の黒色の実線は、試験結果から推定した限界状態線である。図 11 (a)より、基底応力した場合の限界状態線の傾きの値は応力経路によって異なる。一方、図 11 (b)より骨格応力で整理した限界状態線の傾きの値は一定値の 1.59 であり、骨格応力で整理した方がより合理的に不飽和土の力学特性を统一的に表現できることが明らかになった。

サクシオン～軸ひずみ関係、排水量～軸ひずみ関係を図 12 に示す。図 10 の結果から、供試体が圧縮から膨張に転じることが確認されたが、図 12 (b)の排水量においても圧縮・膨張に対応して排水から吸水に転じていることが分かる。また、図 12 (a)より、軸ひずみが増加すると、サクシオンは低下している。すなわち、供試体の膨張、つまり吸水によってサクシオンが低下することが分かる。したがって、水分特性曲線をモデルする場合、飽和度一定条件におけるサクシオン～間隙の変化の関係をきちんと定式化する必要があることを示唆している。

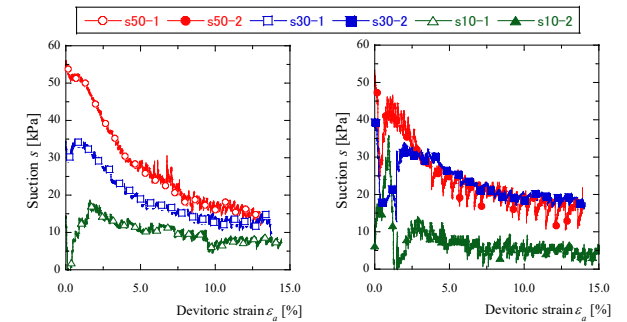


(a) 基底応力経路

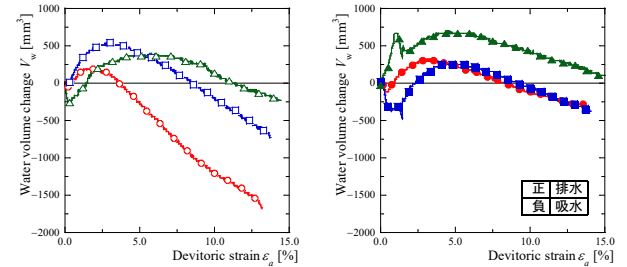


(b) 骨格応力経路

図 11 飽和度一定三軸圧縮試験の応力経路



(a) サクシオン～軸ひずみ関係



(b) 排水量～軸ひずみ関係

図 12 サクシオン～排水量～軸ひずみ関係

4. 飽和・不飽和弾塑性構成モデルによる解析

本研究は既存の不飽和土弾塑性構成モデル²⁾に改良を加え、新しい水分特性モデルを提案し、それをを用いた要素シミュレーションを行い、実測値と比較することで修正モデルの適用性を検討する。

4.1 水分特性曲線モデルの改良点

本研究では、Zhang and Ikariya が提案したモデル²⁾の概念を用いて、その中の水分特性曲線モデルをベースとして

修正を加えた。この水分特性曲線モデルには8項目のパラメータが関与しており、 c_1, c_2, c_3 の3項目のパラメータはフィッティングにより決定され、他の $k_{s0}, S_r^s, S_r^r, s_d, s_w$ の5項目のパラメータは、保水性試験より容易に決定できる。

一方で、サクシオン一定条件における三軸試験結果⁵⁾より、サクシオンだけでなく、飽和度の変化も不飽和土の変形に依存する。この時、状態変数(間隙比 e)と水理学的状態変数(飽和度 S_r および含水比 w)は次式を満足しなければならない。

$$w = \frac{S_r e}{G_s}, \quad dS_r = \frac{G_s dw + S_r de}{e} \quad (5)$$

ここで、 G_s は比重である。飽和度増分は間隙比増分 de だけではなく、含水比増分 dw にも依存することがわかる。

本研究では、飽和度の変化をサクシオンによるもの($dS_r^s = k_s^{-1} ds$)と、間隙比増分 de と含水比増分 dw によるもの dS_r^e の単純な和で表現することとする。また、図10および図12より、含水比増分 dw は間隙比増分 de と正の相関がある。すなわち、

$$dS_r^e = -c_{sr} \frac{S_r de}{e} \quad (6)$$

ここで、 c_{sr} は飽和度に有限変形の影響を考慮に入れたフィッティングパラメータである。

これより、

$$ds = -k_{fd} dS_r^e = k_{fd} c_{sr} \frac{S_r de}{e} \quad (7)$$

ここで、 k_{fd} はサクシオンに有限変形を考慮に入れたフィッティングパラメータである。 c_{sr}, k_{fd} はサクシオン一定と飽和度一定三軸試験より決定している。圧縮(排水)および膨張(吸水)条件において、 k_{fd} は異なる値であり、水分特性のヒステリシスを表現できる。

以上より、新たに提案した水分特性曲線モデルを図13に示す。すなわち、従来の主曲線と走査曲線(サクシオンと飽和度はいずれも変化する場合)に、サクシオンと飽和度はそれぞれ一定である2ケース(合計3種類がある)を加えることで、より一般的な水分特性を表現することとした。尚、飽和度一定時に、サクシオンの変化と有限変形がもたらした飽和度の増分は大きさこそ同じであるが、正負は逆である($dS_r = dS_r^s + dS_r^e = 0$)。

4.2 パラメータの決定

解析に使用したパラメータは表3および表4に示したとおりである。また、解析の初期条件は表2に示す通りであり、過圧密パラメータ ρ_c の値は0.132であり。

図14に飽和三軸圧縮試験の実測値と解析値の比較を示す。図14より、飽和三軸圧縮試験の挙動をよく表現できていることがわかる。 R_{cs}, a, β は飽和三軸圧縮試験より決定している。不飽和マサ土の飽和度一定三軸圧縮試験の解析結果は、この飽和三軸圧縮試験の解析に用いたパラメータを変えず、 b, c_{sr}, k_{fd} のみを変化させて、飽和度一定三軸圧縮試験の試験結果を表現している。

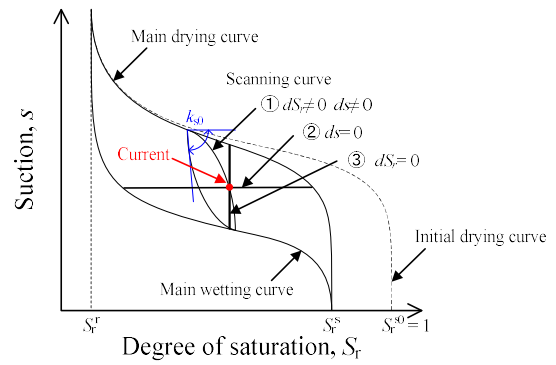


図13 水分特性曲線の模式図

表3 水分特性曲線の解析パラメータ

	Compression	Dilatancy
Saturated degree of saturation S_r^s	0.80	
Residual degree of saturation S_r^r	0.30	
Drying AEV (kPa) S_d	5.00	
Wetting AEV (kPa) S_w	1.00	
Initial stiffness of scanning curve (kPa) k_{s0}	1500	
Influence of finite deformation on degrees of saturation c_{sr}	2.00	
stiffness of scanning curve in finite deformation (kPa) k_{fd}	100	1000
Parameter of shape function c_1	0.020	
Parameter of shape function c_2	0.080	
Parameter of shape function c_3	50	

表4 弾塑性構成モデルの解析パラメータ

Compression index λ	0.089
Swelling index κ	0.008
Critical state parameter R_{cs}	3.95
Void ratio N ($p' = 98$ kPa on N.C.L.)	0.69
Poisson's ratio ν	0.25
Parameter of overconsolidation a	23.0
Parameter of suction b	10.0
Parameter of overconsolidation β	5.0
Void ratio N_r ($p' = 98$ kPa on N.C.L.S.)	0.71

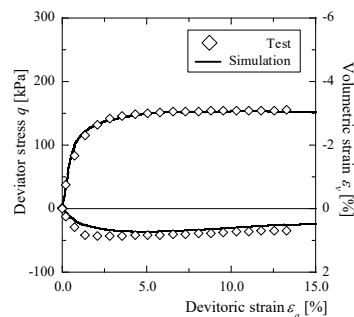


図14 飽和三軸圧縮試験の試験結果と解析値の比較

4.3 飽和度一定三軸圧縮試験の要素シミュレーション

図15~図17に飽和度一定三軸圧縮試験の試験結果と要素シミュレーション結果の比較を示す。飽和度一定条件におけるサクシオンの変化を定性的に表現できている。また、

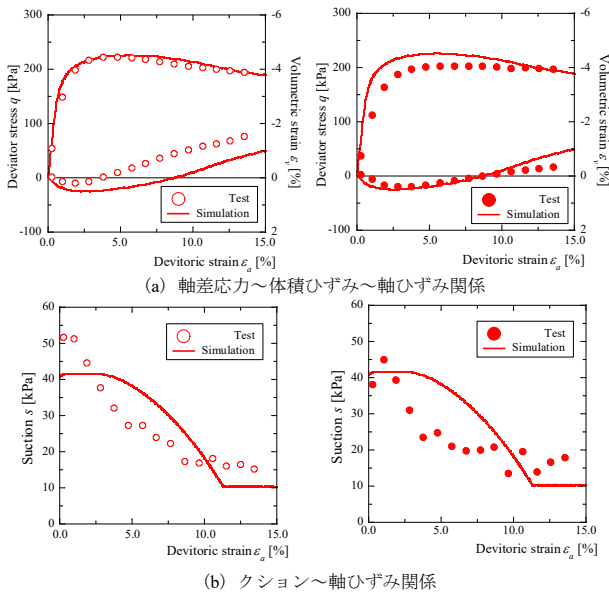


図 15 試験結果と解析値の比較 (s50-1,2)

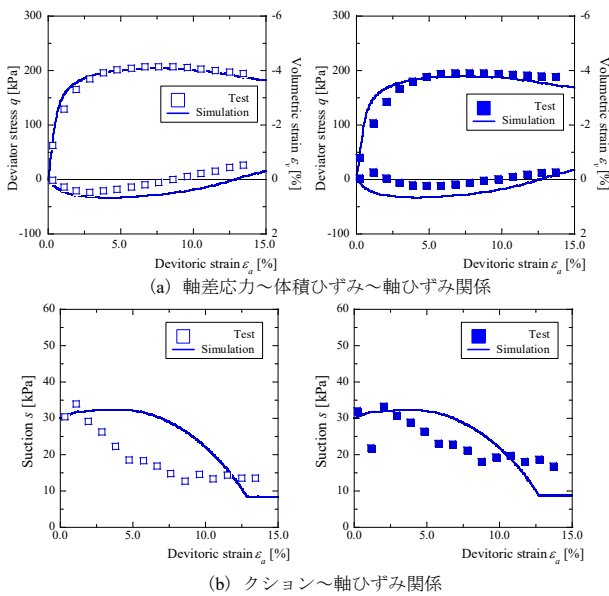


図 16 試験結果と解析値の比較 (s30-1,2)

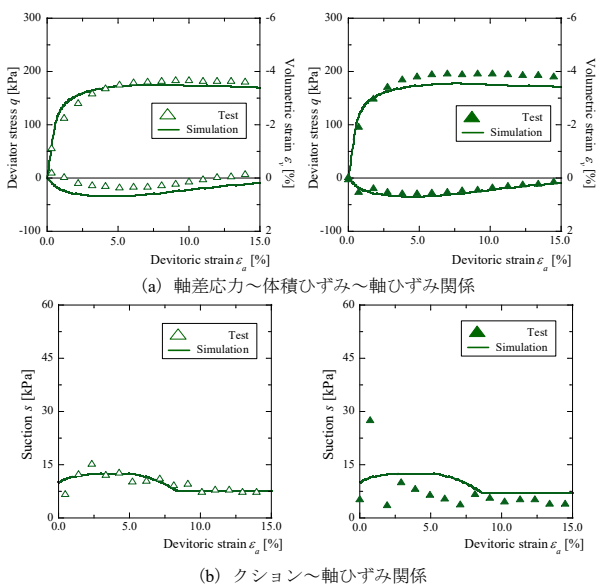


図 17 試験結果と解析値の比較 (s10-1,2)

図 15(a)より、s50-2では、s50-1よりも、最大軸差応力が低かったため、実験結果が解析結果より低い結果となった。図 17(a)より、s10-2では、s10-1よりも、軸差応力が高いため、実験結果が解析結果より高い結果となった。ただし、最大軸差応力および体積膨張は飽和度が低いほどが大きくなる傾向によく表現できていることがわかる。すなわち、有限変形を考慮に入れた新たなパラメータを導入することで構成モデルの精度を向上させた。

5. まとめ

本稿では、本研究グループが提案する不飽和土構成モデルの精度向上を目的に、マサ土を用いた飽和度一定三軸圧縮試験を実施し、飽和度一定条件での不飽和土のせん断挙動を調査した。また、実験結果に基づき構成式に含まれるパラメータを決定し、要素シミュレーションを行った。さらに有限変形を考慮に入れた新たなパラメータを導入することによって、より精度の高い水分特性曲線を提案し、構成モデルの精度を向上させた。以下の結論を得られた。

- 1) 飽和度が低いほど、最大軸差応力が大きくなるが、限界状態における骨格応力比は同じ値をとる。
- 2) 体積ひずみは、せん断に伴って圧縮から膨張に転じる傾向にあり、飽和度が低いほど、その膨張量は大きい。
- 3) 基底応力で整理した場合限界状態線の傾きの値は応力経路によって異なる。一方、骨格応力で整理した場合その値は一定値であり、より合理的に不飽和土の力学特性を統一的に表現できることが明らかになった。
- 4) 軸ひずみの増加に伴い、供試体は圧縮から膨張に転じる傾向を示したが、この挙動に対応し、水の出入りも排水から吸水に転じた。また、軸ひずみの増加に伴い、サクシオンは低下する傾向を示した。これは、供試体の膨張により、吸水したためと言える。
- 5) 飽和度～サクシオン関係に有限変形を考慮した新たなパラメータを導入することによって、構成モデルの精度を向上させた。

参考文献

- 1) Alonso, E. E., Gens, A. and Josa, A.: A constitutive model for partially saturated soils, *Géotechnique*, Vol. 40, No.3, 405-430, 1990.
- 2) Zhang, F. and Ikariya, T.: A new model for unsaturated soil using skeleton stress and degree of saturation as state variables, *Soils and Foundations*, Vol. 51, No.1, pp. 67-81, 2011.
- 3) Barrera, M.: Estudio experimental del comportamiento hidromecánico de suelos colapsables, PhD Thesis, Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona, Spain, 2002.
- 4) Burton, G. J., Pineda, J. A., Sheng, D., Airey, D. and Zhang, F.: Exploring one-dimensional compression of compacted clay under constant degree of saturation paths, *Géotechnique*, Vol. 66, No. 5, pp. 435-440, 2015.
- 5) 沖野頌悟, 熊曦, 常本貴史, 岩井裕正, 張鋒: 不飽和マサ土を用いた飽和度一定およびサクシオン一定三軸圧縮試験, 第53回地盤工学研究発表会, pp. 1~2, 2018

***u-w-p* formulation に基づく水～土骨格連成有限変形解析コードの開発と検証**
Development and verification of “*u-w-p* formulation”-based
soil-water coupled finite deformation analysis

豊田智大¹, 野田利弘²

1 名古屋大学大学院・工学研究科・toyoda.tomohiro@i.mbox.nagoya-u.ac.jp

2 名古屋大学・減災連携研究センター

概 要

飽和土の水～土骨格連成解析は、間隙水の静的浸透を仮定する *u-p* formulation に基づいて定式化されることが多い。筆者らは、この仮定を導入しない *u-w-p* formulation に基づく解析手法を新たに開発してきた。本稿では、振動の計算および高透水性土の即時沈下解析を通して、本手法の有効性を検証した結果を示す。

キーワード：水～土骨格連成解析, Full-formulation, *u-w-p* formulation, 有限変形, 高透水性

1. はじめに

混合体理論に基づく飽和土の水～土骨格連成計算は、間隙水の静的浸透を仮定する *u-p* formulation と、動的浸透も考慮する Full-formulation の 2 種類に大別される。著者らはこれまでに、Full-formulation (とくに *u-w-p* formulation¹⁾) に基づく連成解析手法を新たに構築してきた。本稿では、本手法を振動問題および超高透水性土の圧密問題に適用した結果を示す。

2. *u-w-p* formulation に基づく支配方程式の要諦と *u-p* formulation の限界に関する考察

2.1 支配方程式

著者らは、*u-p* formulation に基づく土の動的/静的水～土骨格連成有限変形解析コード **GEOASIA**²⁾ を *u-w-p* formulation に則って再定式化することで、間隙水の慣性を考慮した方程式系を新たに構築した。*u-w-p* formulation の支配方程式を以下に示す。

混合体の運動方程式

$$\rho_s D_s \mathbf{v}_s + \rho_f D_f \mathbf{v}_f = \text{div} \mathbf{T} + \rho \mathbf{b} \quad (1)$$

液相の運動方程式

$$\rho^f D_f \mathbf{v}_f = -\gamma_w \text{grad} h - \frac{\gamma_w}{k} \mathbf{w} \quad \left(h = z + \frac{p}{\gamma_w} \right) \quad (2)$$

連成式

$$\text{div} \mathbf{v}_s + \text{div} \mathbf{w} = 0 \quad (3)$$

ここに、 ρ^f , ρ^s , $\rho_f = n\rho^f$, $\rho_s = (1-n)\rho^s$, $\rho = \rho_s + \rho_f$ はそれぞれ間隙水と土粒子の真密度、固相と液相のみかけの密度、混合体の密度を表す、 D_s , D_f は固相、液相からみた物質時間微分、 \mathbf{v}_s , \mathbf{v}_f は固相、液相の速度、 $\mathbf{w} = n(\mathbf{v}_f - \mathbf{v}_s)$

は間隙水の相対平均流速、 \mathbf{T} は全応力テンソル、 \mathbf{b} は物体力、 h は全水頭、 n は間隙率、 k は透水係数、 γ_w は水の単位体積重量である。*u-w-p* formulation では未知数として固相速度 \mathbf{v}_s 、相対平均流速 \mathbf{w} 、間隙水圧 p の 3 つを考えるため (なお、液相の運動を記述する変数として \mathbf{v}_f ではなく \mathbf{w} を採用するのは、不連続な間隙率場で \mathbf{v}_f もまた不連続となるため)、式中の液相速度 \mathbf{v}_f および液相加速度 $D_f \mathbf{v}_f$ は \mathbf{v}_s と \mathbf{w} を用いて書き換えてから離散化する。すなわち、

$$\mathbf{v}_f = \mathbf{v}_s + \frac{\mathbf{w}}{n} \quad (4)$$

$$D_f \mathbf{v}_f = D_s \mathbf{v}_s + \frac{1}{n} D_s \mathbf{w} + \frac{1}{n} (\nabla \mathbf{v}_s) \mathbf{w} + \frac{1}{n^2} (\nabla \mathbf{w}) \mathbf{w} - \frac{1-n}{n^2} (\nabla \cdot \mathbf{v}_s) \mathbf{w} - \frac{1}{n^3} (\nabla n \cdot \mathbf{w}) \mathbf{w} \quad (5)$$

一方、*u-p* formulation の支配方程式は

混合体の運動方程式

$$\rho D_s \mathbf{v}_s = \text{div} \mathbf{T} + \rho \mathbf{b} \quad (6)$$

連成式

$$\frac{\rho^f k}{\gamma_w} \text{div}(D_s \mathbf{v}_s) - \text{div} \mathbf{v}_s + \text{div}(k \text{grad} h) = 0 \quad (7)$$

と表される。これは、*u-w-p* formulation の支配方程式(1)~(3)に「間隙水の土骨格に対する相対加速度が土骨格の加速度に対して十分小さい」という、次の静的浸透の仮定を考慮することで得られる。

$$D_f \mathbf{v}_f - D_s \mathbf{v}_s \ll D_s \mathbf{v}_s \quad (8)$$

これにより、未知数を固相速度 \mathbf{v}_s 、間隙水圧 p の 2 つに縮約できるが、2.3 に示すように高透水性材料への適用限界を有する。なお、式(3)右辺第 2 項は西村³⁾に倣い定式化した相間相互作用力である。構成式は歪弾性 Hooke 則とし、客観応力速度として Green-Naghdi rate⁴⁾を採用する。

2.2 時空間離散化

固相速度 \mathbf{v}_s および間隙水の相対平均流速 \mathbf{w} は有限要素法 (1 次の Iso-parametric 要素) により空間離散化し, 時間積分公式には躍度 (加加速度) 線形性を仮定する Wilson- θ 法を用いる²⁾。間隙水圧 p は有限体積法 (Christian 流または田村流の物理モデルの拡張適用^{5),6),7)} により空間離散化し, 時間積分公式には台形公式を用いる。

ここでは, 連成式についてのみ, 時空間離散化された支配方程式の具体形を示しておく。

(1) $\mathbf{u-w-p}$ formulation

式(3)の連成式を有限要素法で空間離散化する。

$$\mathbf{L}\{\mathbf{v}_s^N\} + \mathbf{L}\{\mathbf{w}^N\} = \mathbf{0} \quad (9)$$

ここに, $\{\mathbf{v}_s^N\}$, $\{\mathbf{w}^N\}$ は, それぞれ固相速度および液相速度の各節点での値を並べてできる係数列ベクトルである。

また, $\mathbf{L} = \int_v [\mathbf{B}_v] dV$ は要素の節点速度を体積変化率に変換する要素マトリクス, $[\mathbf{B}_v]$ は $\text{div } \mathbf{v} = [\mathbf{B}_v]\{\mathbf{v}^N\}$ と書いたときの形状関数の勾配を並べてできる行列である。Wilson- θ の時間積分公式を代入すれば,

$$\begin{aligned} & \frac{1}{6} \mathbf{L}\{(\theta\Delta t)^3 \ddot{\mathbf{v}}_s^N\}|_{t+\theta\Delta t} + \frac{1}{6} \mathbf{L}\{(\theta\Delta t)^3 \ddot{\mathbf{w}}^N\}|_{t+\theta\Delta t} \\ &= -\mathbf{L}\left[\{(\theta\Delta t)\dot{\mathbf{v}}_s^N\}|_t + \{(\theta\Delta t)^2 \ddot{\mathbf{v}}_s^N\}|_t \right. \\ & \quad \left. + \frac{1}{3}\{(\theta\Delta t)^3 \ddot{\mathbf{v}}_s^N\}|_t\right] \quad (10) \\ & -\mathbf{L}\left[\{(\theta\Delta t)\dot{\mathbf{w}}^N\}|_t + \{(\theta\Delta t)^2 \ddot{\mathbf{w}}^N\}|_t \right. \\ & \quad \left. + \frac{1}{3}\{(\theta\Delta t)^3 \ddot{\mathbf{w}}^N\}|_t\right] \end{aligned}$$

ここに, θ は Wilson- θ 法のパラメータ, Δt は時間刻み幅である。このように, $\mathbf{u-w-p}$ formulation では, 水～土骨格連成式中の相対平均流速 \mathbf{w} を直接有限要素法のみで離散化することができるため, 式の形は極めてシンプルになる。この定式化の場合, Christian・田村流の物理モデルは液相の運動方程式中で考慮されることとなる。

(2) $\mathbf{u-p}$ formulation

一方, $\mathbf{u-p}$ formulation の連成式(7)は, Laplace 方程式の左辺に相当する項 $\text{div}(k\text{grad}h)$ が出現するため, これの体積積分を Christian・田村流の有限体積法で離散化することとなる。

$$\left(\frac{\rho^f k}{\gamma_w} \mathbf{L} + \mathbf{L}_b\right)\{\mathbf{v}_s^N\} - \mathbf{L}\{\mathbf{v}_s^N\} + \mathbf{H}\{p^E\} = \{\mathbf{f}_u\} \quad (11)$$

ただし, $\{p^E\}$ は間隙水圧の各要素代表値, \mathbf{H} および \mathbf{L}_b は $\text{div}(k\text{grad}h)$ の体積積分を有限体積法により空間離散化することにより出現する係数マトリクスであり, $\mathbf{H} > \mathbf{0}$ をみたす。また, $\{\mathbf{f}_u\}$ は既知の位置水頭を右辺に移項して得られる係数ベクトルである。時間積分公式を代入すれば,

$$\begin{aligned} & -\left(\frac{1}{6} - \frac{1}{2\theta\Delta t} \frac{\rho^f k}{\gamma_w}\right) \mathbf{L}\{(\theta\Delta t)^3 \ddot{\mathbf{v}}_s^N\}|_{t+\theta\Delta t} \quad (12) \\ & + (\theta\Delta t)\mathbf{H}\{p^E\}|_{t+\theta\Delta t} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & = \{(\theta\Delta t)\mathbf{f}_u\}|_{t+\theta\Delta t} + \mathbf{L}\{(\theta\Delta t)\dot{\mathbf{v}}_s\}|_t \\ & + \left(1 - \frac{1}{\theta\Delta t} \frac{\rho^f k}{\gamma_w}\right) \mathbf{L}\{(\theta\Delta t)^2 \ddot{\mathbf{v}}_s\}|_t \\ & + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2\theta\Delta t} \frac{\rho^f k}{\gamma_w}\right) \{(\theta\Delta t)^3 \ddot{\mathbf{v}}_s\}|_t \end{aligned}$$

数値解析に際しては, まず計算の時刻 $t = t$ における諸量から $t = t + \theta\Delta t$ における諸量を離散化された支配方程式より陰的 (implicit) に求める。そして, $t = t$ における諸量と $t = t + \theta\Delta t$ における諸量から $t = t + \Delta t$ の諸量を更新してゆくことにより, あたかもその状態が基準配置であるかのように次々と変形を追跡してゆく (up-dated Lagrange 法)。 $t = t$ から $t = t + \theta\Delta t$ に時間を進める毎刻の初回の計算 (iteration する前) では, Noda et al.²⁾ に倣い, 時刻 $t = t + \theta\Delta t$ における各種状態量は Euler 法により陽的に予測することとした。また, 収束判定は各要素の各積分点 (Gauss 点) における相当応力の現 iteration の値について直前の iteration の値に対する絶対誤差を用いることとした。すべての積分点における相当応力の絶対誤差が十分に小さい場合に次の時間ステップに更新する。

2.3 $\mathbf{u-p}$ formulation の限界と Full-formulation の有効性

(1) $\mathbf{u-p}$ formulation で動的問題を解く場合

土骨格が動的に運動する場合 ($\dot{\mathbf{v}}_s \neq \mathbf{0}$) を考える。式(12)の左辺第1項の係数

$$\gamma_{\theta 1} = \frac{1}{6} - \frac{1}{2\theta\Delta t} \frac{\rho^f k}{\gamma_w} \quad (13)$$

は, 透水係数～時間刻み幅比 $k/\Delta t$ が小さければ正值となるが, $k/\Delta t$ が大きければ負値となる。通常, $\gamma_{\theta 1} > 0$ であれば, 式(12)より「土骨格の圧縮/膨張に伴い間隙水が流出/流入する」現象が解かれるが, $\gamma_{\theta 1} < 0$ となった場合, 左辺第1項の符号反転により「土骨格の膨張/圧縮に伴い間隙水が流出/流入する」というあべこべの現象が解かれ, $\mathbf{u-p}$ 計算は求解不能に陥る ($\mathbf{u-p}$ formulation の限界²⁾)。すなわち, $\mathbf{u-p}$ formulation は①透水係数 k が大きい材料 (高透水性土) を解く場合, ②透水係数 k が比較的小きくても, Δt を小さくとらなければ観察され得ない急速または瞬間的な現象を解く場合には, 全く歯が立たない。ここで, $\gamma_{\theta 1} = 0$ は, (加速度項が有意に働く場合において) $\mathbf{u-p}$ formulation による計算可能領域と不可能領域を隔てる閾線を与えることから, 以後, この式を「 $\gamma_{\theta 1}$ 基準」と呼ぶ。

$\mathbf{u-p}$ 計算の安定条件 ($\gamma_{\theta 1}$ 基準)

$$\begin{aligned} & \gamma_{\theta 1} = \frac{1}{6} - \frac{1}{2\theta\Delta t} \frac{\rho^f k}{\gamma_w} > 0 \quad (14) \\ & \Leftrightarrow \frac{k}{\Delta t} < \frac{\theta\gamma_w}{3\rho^f} \end{aligned}$$

一方, 加藤満学位論文⁸⁾に倣い, Routh-Hurwitz の安定判別法により本スキームの安定性を検討することもできる。こちらは, 連成式だけでなく, 混合体の運動方程式も含めたシステムとしての安定条件を導くものであり, 時間離

散化された混合体運動方程式の rate-type および連成式と時間積分公式を連立漸化式の形で整理して得られる漸化式

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} 0 & \frac{\rho^f k}{\gamma_w} & -1 & -\frac{k}{\gamma_w} w^2 \\ -\frac{1}{6}(\theta\Delta t)^2 & 0 & 1 & 0 \\ -\frac{1}{2}(\theta\Delta t) & 1 & 0 & 0 \\ (\theta\Delta t)x^2 & 0 & (\theta\Delta t) & -y^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{u}_{n+1} \\ \dot{u}_{n+1} \\ \dot{u}_{n+1} \\ p_{n+1} \end{bmatrix} \\ & = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{3}(\theta\Delta t)^2 & (\theta\Delta t) & 1 & 0 \\ \frac{1}{2}(\theta\Delta t) & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -y^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{u}_n \\ \dot{u}_n \\ \dot{u}_n \\ p_n \end{bmatrix} \\ & \left(\because \frac{M}{K} = x^2 \frac{L}{K} = y^2 \frac{H}{L} = w^2 \right) \end{aligned} \quad (15)$$

の収束条件は、その特性方程式

$$\begin{aligned} & \begin{vmatrix} 0 & \frac{\rho^f k}{\gamma_w} \lambda \\ -\frac{1}{6}(\theta\Delta t)^2 \lambda - \frac{1}{3}(\theta\Delta t)^2 & -(\theta\Delta t) \\ -\frac{1}{2}(\theta\Delta t) \lambda - \frac{1}{2}(\theta\Delta t) & \lambda - 1 \\ (\theta\Delta t)x^2 \lambda & 0 \end{vmatrix} \\ & \begin{vmatrix} -\lambda & -\frac{k}{\gamma_w} w^2 \lambda \\ \lambda - 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ (\theta\Delta t) \lambda & -y^2 \lambda + y^2 \end{vmatrix} = 0 \end{aligned} \quad (16)$$

に Routh-Hurwitz の安定判別法を適用して、

u-p 計算の安定条件 (Routh-Hurwitz 基準)

$$\frac{k}{\Delta t} < \frac{\theta \gamma_w}{9 \rho^f} \quad (17)$$

と得られる (詳細は紙幅の都合上割愛する)。 $\gamma_{\theta 1}$ 基準として導出した式(14)と比較すると、こちらの方がより厳格な条件となっていることがわかる。

(2) u-p formulation で準静的問題を解く場合

土骨格の運動が十分静的に生じる場合 ($\dot{\mathbf{v}}_s \approx \mathbf{0}$)、式(11)は左辺第 1 項が消滅して

$$-L\{\mathbf{v}_s^N\} + H\{p^E\} = \{f_u\} \quad (18)$$

となり、時間離散化しても

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{6}L\{(\theta\Delta t)^3 \dot{\mathbf{v}}_s^N\}|_{t+\theta\Delta t} + (\theta\Delta t)H\{p^E\}|_{t+\theta\Delta t} \\ & = \{(\theta\Delta t)f_u\}|_{t+\theta\Delta t} + L\{(\theta\Delta t)\mathbf{v}_s\}|_t \\ & \quad + L\{(\theta\Delta t)^2 \dot{\mathbf{v}}_s\}|_t \\ & \quad + \frac{1}{3}\{(\theta\Delta t)^3 \dot{\mathbf{v}}_s\}|_t \end{aligned} \quad (19)$$

となるから、 $\gamma_{\theta 1}$ に相当する項は出現せず、あべこべな現象も生じ得ない。すなわち、準静的問題に限り、連成計算は透水係数によらず (上記の $\gamma_{\theta 1}$ 基準と無関係に) 無条件で安定する。

(3) u-w-p formulation で解く場合

u-w-p formulation では、連成式の原型を直接離散化した式(10)を解いているため、そもそも係数 $\gamma_{\theta 1}$ が出現しない。すなわち、 $\gamma_{\theta 1}$ のような解析可能範囲の限界は存在せず、u-p formulation では破綻するような動的連成問題であっても難なく求解することが可能となる。

3. 振動問題

本章では、振動問題を u-p formulation および u-w-p formulation でそれぞれ解き、u-p formulation による解析可能領域を明確に示すとともに、この外側に位置する u-p 計算不能域においても u-w-p formulation であれば解析が可能となることを示す。

3.1 解析条件

表 1 に示す均質様な 2 相系弾性体で構築される図 1 の有限要素メッシュの底面に水平変位として正弦波を入力する。両側面には等変位境界を課した。また、自重は考慮せず、初期水圧は 0 とした。上面で水圧 0 の排水境界を与え、その他の面はすべて非排水とした。正弦波の振幅は $a=0.1\text{m}$ とした。また、正弦波 1 周期の分割数を統一するため、角振動数 $\omega=10^2 \text{ rad/s}$ ($z \in \mathbb{Z}$) の波に対応する時間刻み幅を $\Delta t=10^{-2} \text{ sec}$ とした。

3.2 解析結果

複数の透水係数 k 、角速度 ω (時間刻み幅 Δt) の組合せに対して上述の解析を行い、陰解法の iteration が毎刻収束するか否かを、横軸を時間刻み幅 Δt 、縦軸を透水係数 k にとった図 2(a)のチャート上に調べた範囲でプロットした。記号 $\circ \cdot +$ はそれぞれ u-p formulation で計算可能・不能な条件であることを示す。また、赤色の破線は式(14)の $\gamma_{\theta 1}$ 基準に相当し、上側で計算不可能、下側で計算可能と判別される。同図より、解析結果がこの閾線近傍で計算可能域と不能域に分かれていることが確認できる。一方、赤色の実線は Routh-Hurwitz 安定判別法により導出される式(17)の閾線を表したものであるが、先の $\gamma_{\theta 1}$ 基準に対して、こちらの閾線の方が、u-p 計算の可否をより正確に表していることが確認できる。

ただし、時間刻み幅 Δt が 10^{-3} cm/s より大きい範囲では、 $\gamma_{\theta 1}$ 基準線の上側でも解析が出来ることがわかる。これは、角速度 ω の小さい範囲 (時間刻み幅 Δt の大きい範囲) では、振動は超長周期であり、準静的問題と見做せるため、2. 3(2)で考察したように、たとえ $\gamma_{\theta 1}$ 基準に抵触しても、あべこべの現象を生じないことに由来する。

一方、u-w-p formulation による計算可能域 \circ では閾線上側でも発散することなく計算を継続できており、これは u-w-p formulation による解析可能域の拡大を意味する。

また、ある透水係数 k 、角速度 ω に対して、計算の可能な Δt が存在するかを示した図 2(b)が得られる。同図は、 k が大きくなるほど式(6)より Δt を粗くとする必要があり、 Δt が粗

表 1 材料定数と初期状態

Young's modulus E	10000 kN/m ²
Poisson's ratio ν	0.35
Initial porosity n_0	0.50
Density of soil particle ρ^s	2.65 g/cm ³
Density of pore water ρ^f	1.00 g/cm ³

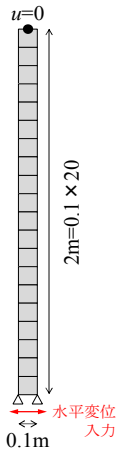


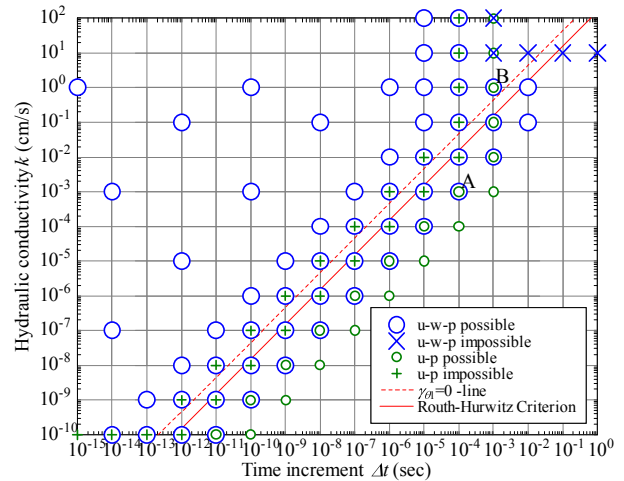
図 1 メッシュ (振動計算)

いほど高周波の解析が困難になることから、透水性が高いほど解析可能な角速度の上限が下がることを意味している。 $u-w-p$ formulation の適用により、 k によらず Δt を細かく設定できるため、この問題を克服することができる。

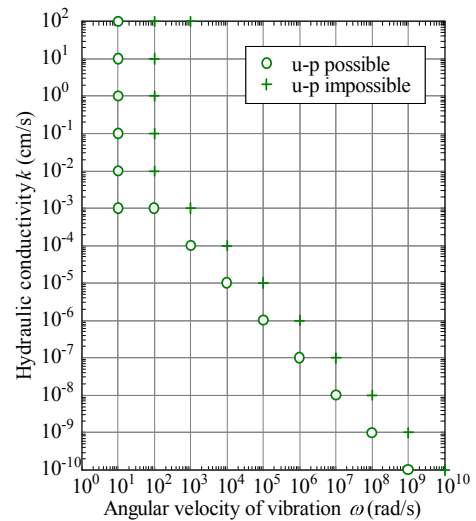
なお、図 2(a)の点 A、B は $u-p$ formulation、 $u-w-p$ formulation のいずれの方法でも解析可能な透水係数・時間刻み幅の組合せであるが、これらの条件に対して、角速度を $\omega=1\text{rad/s}$ に統一して解析すると、地表面の変位～時間関係および底面隣接要素の水圧～時間関係として図 3 および図 4 が得られる。同図のように、 $\gamma_{\theta 1}$ 基準下側の点 A では、沈下量・水圧ともに $u-p$ formulation と $u-w-p$ formulation で差が無い ($u-p$ 近似は妥当である) が、 $\gamma_{\theta 1}$ 基準近傍の点 B では、沈下～時間関係は一致するものの、水圧～時間関係は一致していない。このことから、準静的な問題で $\gamma_{\theta 1}$ 基準上側での $u-p$ 計算が一応実行できたとしても、厳密に空海できているとは限らない。なお、弾性体にせん断波を与えているにもかかわらず水圧を生じるのは歪弾性構成則に起因するが、ここでは詳細を割愛する。

4. 高透水性土の即時沈下問題

有限変形場における一次元弾性有限変形圧密問題を、 $u-w-p$ formulation で解く。ここでは、透水係数 k のオーダーを段階的に変えた場合に、どのような現象が解かれるかを観察する。透水係数が大きくなると圧密に要する時間は短くなってゆくが、それとともに、間隙水は動的に運動するようになり、 $u-w-p$ formulation によってのみ求解可能な、瞬間載荷直後にごく短時間で起こる現象を求解することができる。この種の問題は、透水係数 k の大きさのみならず、時間刻み幅を小さい場合でも計算できる Full-formulation によってのみ求解可能な現象である。



(a) 透水係数 k ～時間刻み幅 Δt 関係



(b) 透水係数 k ～角速度 ω 関係

図 2 振動計算の可否

4.1 解析条件

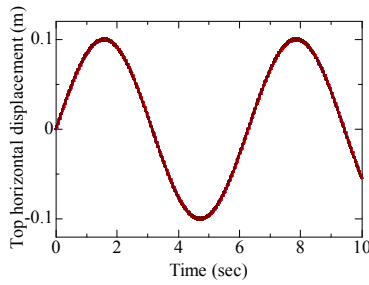
有限要素メッシュと弾性体の材料定数はそれぞれ図 5、表 2 のように設定する。ここでは、瞬間載荷に等価な初期条件として模型全体に初期水圧 100kPa を与え、これが消散する過程での圧密沈下量 ρ と模型中心における水圧 p の水位を調べた。

4.2 解析結果

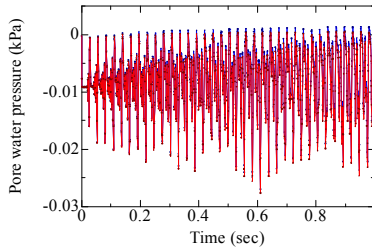
異なる透水係数 k に対する沈下-時間関係を図 6 に、中心深さにおける水圧-時間関係を図 7 に示す。

(1) 低透水性土 ($k < 10^{-4}\text{cm/s}$)

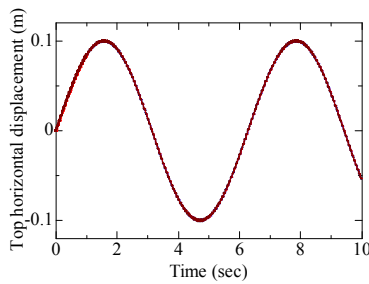
沈下～時間関係は図 6(a)のような下に凸なカーブとなり、1 次元静的有限変形圧密の理論解と一致する。このことは、低透水性土において土骨格と間隙水の運動は十分静的に起こり、慣性による効果は顕在化しないことを意味する。なお、この透水係数の範囲では $u-p$ formulation によっても同様の解を得ることができる。



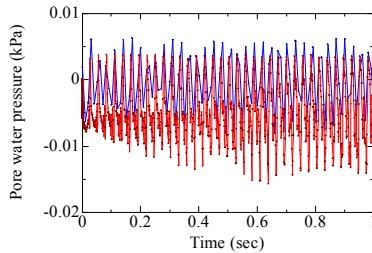
(a) 沈下～時間関係



(b) 水圧～時間関係
図3 解析結果 (点 A)



(a) 沈下～時間関係



(b) 水圧～時間関係
図4 解析結果 (点 B)

(2) 高透水性土 ($10^{-3}\text{cm/s} < k < 10^{-2}\text{cm/s}$)

沈下～時間関係は、図 6(b)のように大域的には下凸カーブに見えるが、間隙水の慣性に起因して、初期に静止していた間隙水が加速されてゆくため、沈下～時間関係は S 字カーブとなる。その後は透水係数の逆数に比例する相互作用力により間隙水の運動にブレーキがかかるため、間隙水の運動はやがて静的になり、沈下～時間関係もまた静的理論解に収束してゆく。なお、この問題を u - p formulation で解くと解析が破綻することから、 u - w - p formulation の有効性を確認しているが、詳細は割愛する。

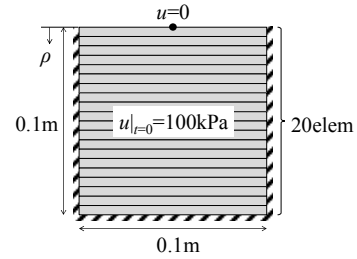


図1 メッシュ (圧密計算)

表 2 材料定数と初期状態

Young's modulus E	100000 kN/m ²
Poisson's ratio ν	0.35
Initial porosity n_0	0.50
Density of soil particle ρ^s	2.65 g/cm ³
Density of pore water ρ^f	1.00 g/cm ³

(3) 超高透水性土 ($10^{-1}\text{cm/s} < k$)

透水係数が非常に大きい場合、沈下～時間関係は図 6 (c)~(e)のような減衰振動となる。さらに、その中でも透水係数が小さいほど過減衰、大きいほど非減衰に近い応答を示している。

混合体の運動方程式(1)に液相の運動方程式(2)を代入し、連成式(3)より $\mathbf{v}_s + \mathbf{w} = \mathbf{0}$ (1次元)であることを考慮しつつ、弾性体の構成式を簡潔に、 $\text{div}\mathbf{T} = -\mathbf{K}\mathbf{u}$ (\mathbf{u} : 骨格変位) とかくと、

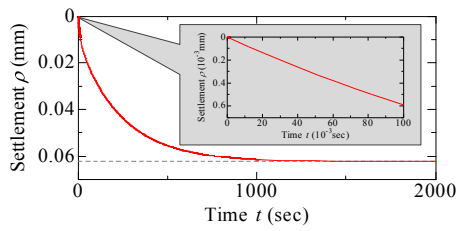
$$\rho_s D_s \ddot{\mathbf{u}} + \frac{n\gamma_w}{k} \dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \rho\mathbf{b} + n\gamma_w \text{grad}h \quad (20)$$

という骨格の運動に関する方程式が得られる。この方程式は減衰振動を表し、この中で相互作用力は骨格にとって粘性項の役割を果たすことがわかる。つまり骨格の運動は、透水係数が大きければ粘性項は小さくなるため過減衰に、透水係数が小さければ粘性項は大きくなるため非減衰に近づく。このことは解析結果にも符合する。図 7 の間隙水圧もまた同様の傾向を示す。

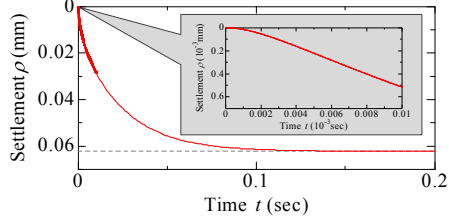
5. まとめ

本稿では、筆者らが新たに開発した u - w - p formulation に基づく水～土骨格連成解析手法を振動問題および高透水性土の即時沈下問題に適用し、以下の結論を得た。

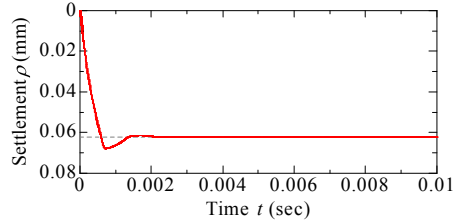
- u - p formulation による振動計算は、高透水性土 ($k \rightarrow$ 大) または高周波の振動 ($\Delta t \rightarrow$ 小) において破綻するが、 u - w - p formulation ではこのような破綻を来すことなく求解することが可能である (Validation)。
- u - p formulation による計算不能域は、水～土骨格連成問題が動的であり、かつ透水係数～時間刻み幅 $k/\Delta t$ の値が「閾値」を超過する範囲において生ずる。この「閾値」は、連成式の物理的考察から導かれる $\theta\gamma_w/3\rho^f$ ($\gamma_{\theta 1}$ 基準) のほかに、Routh-Hurwitz の安定判別法から誘導される $\theta\gamma_w/9\rho^f$ があり、後者の方が実際の振動計算の可否をより正確に表現している。



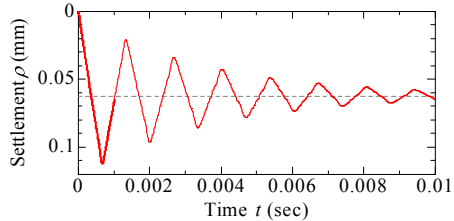
(a) $k=10^{-7}$ cm/s



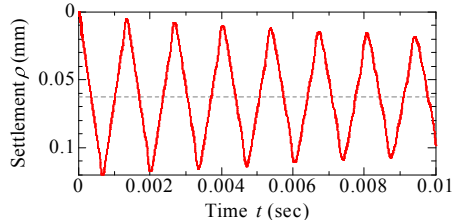
(b) $k=10^{-3}$ cm/s



(c) $k=10^{-1}$ cm/s

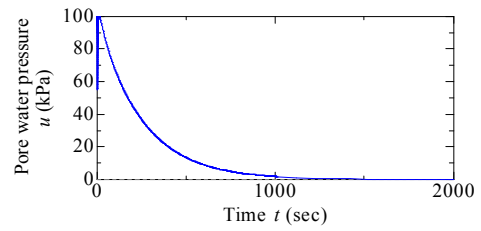


(d) $k=10^0$ cm/s

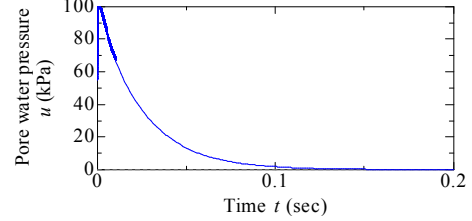


(e) $k=10^1$ cm/s

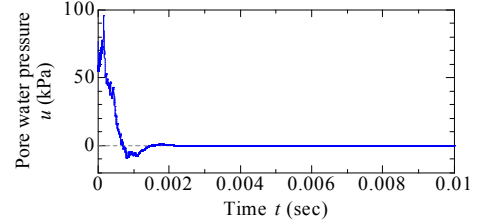
図6 沈下～時間関係



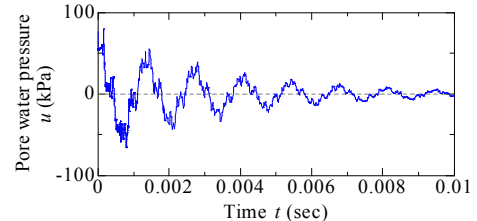
(a) $k=10^{-7}$ cm/s



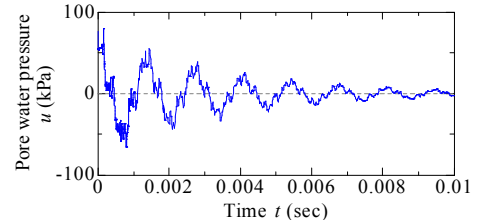
(b) $k=10^{-3}$ cm/s



(c) $k=10^{-1}$ cm/s



(d) $k=10^0$ cm/s



(e) $k=10^1$ cm/s

図7 水圧～時間関係

- 一次元弾性有限変形圧密問題を $u-w-p$ formulation で解くことで、沈下～時間関係が 1) 低透水性土では下に凸のカーブ、2) 高透水性土では S 字カーブ、3) 超高透水性土では減衰振動となることを示した。2)および 3) は $u-p$ formulation では求解不能な問題である (Validation)。

謝辞

本研究は科学研究費補助金（基盤研究(A)：課題番号 17H01289）の補助を受けて実施した。

参考文献

- Zienkiewicz, O. C., Chan, A. H. C., Pastor, M., Schrefler, B. A. and Shiomi, T.: Computational geomechanics with special reference to earthquake engineering, John Wiley & Sons, pp.17-36, 1999.

- Noda, T., Asaoka, A. and Nakano, M.: Soil-water coupled finite deformation analysis based on a rate-type equation of motion incorporating the SYS Cam-clay model, Soils and Foundations, Vol.48, No.6, pp.771-790, 2008.
- 西村直志：第3章土質力学，地盤工学ハンドブック，pp.51-64，地盤工学会，1999.
- Green, A. E. and Naghdi, P. M.: A general theory of elasto-plastic continuum, Archive for Rational Mechanics and Analysis, Vol.18, pp.251-281, 1965.
- Christian, J. T.: Undrained stress distribution by numerical method, Proceedings of ASCE, Vol.94, SM6, pp.1331-1345, 1968.
- 赤井浩一，田村武：弾塑性構成式による多次元圧密の数値解析，土木学会論文集，第269号，pp.95-104，1978.
- Asaoka, A., Nakano, M. and Noda, T.: Soil-water coupled behavior of saturated clay near/at critical state, Soils and Foundations, Vol.34, No.1, pp.91-106, 1994.
- 加藤満：多次元液状化解析法とその応用に関する研究，岐阜大学学位論文，1995.

新たに定義する有効飽和度に基づく不飽和土の有限変形解析手法の開発と検証
 (Development and validation of a finite deformation analysis method for unsaturated soil based on newly defined effective degree of saturation)

吉川高広¹, 野田利弘², 西垣隆士³

- 1 名古屋大学大学院・工学研究科土木工学専攻・yoshikawa.takahiro@b.mbox.nagoya-u.ac.jp
 2 名古屋大学・減災連携研究センター
 3 東海旅客鉄道株式会社

概要

不飽和土の保水性を表す水分特性式は、最大の水分量と最小の水分量の間で定義される有効飽和度とサクシジョンの関係性を記述する。水分量として飽和度を用いる場合を考えると、低サクシジョンにおいては間隙水に封入された空気が存在するため、最大の飽和度は100%より低く、高サクシジョンにおいては土粒子表面に吸着水が残留するため、最小の飽和度は0%より高い。本研究では、間隙空気を「封入空気」と連続した相として存在する「連続空気」に、間隙水を「吸着水」と「自由水」に明確に分けて扱い、新たに有効飽和度を定義し直す。その有効飽和度に基づいた不飽和土の有限変形解析手法を開発した。また、本解析手法が封入空気を考慮可能であることの有効性を、2つの解析事例を通じて示した。具体的には、保水性試験のシミュレーションを通じて、連続空気と封入空気が遷移できる点を、サクシジョン0kPaの非排気非排水せん断試験のシミュレーションを通じて、封入空気の圧縮性を表現できる点を示し、本解析手法の妥当性確認を行った。

キーワード：不飽和土、水分特性曲線、有効飽和度、封入不飽和

1. はじめに

不飽和土の保水性を表す水分特性式は、最大の水分量と最小の水分量の間で定義される有効飽和度とサクシジョンの関係性を記述する。水分量として飽和度を用いる場合を考えると、低サクシジョンにおいては間隙水に封入された空気が存在するため、最大の飽和度は100%より低く、高サクシジョンにおいては土粒子表面に吸着水が残留するため、最小の飽和度は0%より高い。本研究では、間隙空気を「封入空気」と連続した相として存在する空気（以後「連続空気」）に、間隙水を「吸着水」と「自由水」に明確に分けて扱い、新たに有効飽和度を定義し直す。その有効飽和度に基づいた不飽和土の有限変形解析手法を提案する。また、特に封入空気を考慮可能であることの有効性を、2つの解析事例を通じて示す。

2. 新たな有効飽和度および各種諸量の定義

図1は土の示相図を示す。「土粒子」「吸着水」「自由水」「封入空気」「連続空気」に明確に分けて扱う。土粒子と吸着水が一体となって「土骨格」を形成し、土粒子と吸着

水を除く部分を土骨格の体積変化に有効な間隙（以後「有効間隙」）と考える。有効間隙が土全体に占める体積割合を有効間隙率 n_e とする。封入空気は自由水に封入されているため、自由水+封入空気が有効間隙に占める体積割合を有効飽和度 S_e^l と定義する。また、自由水が自由水+封入空気に占める体積割合を自由水飽和度 S_1^w と定義する。吸着水は、高サクシジョン時に土粒子表面に吸着した水であるため、含水比 w_r で定義し、本論文では材料定数と考える（吸着水は非圧縮と仮定）。なお、図中の G_s は土粒子の比重であり、土粒子の体積を1としたとき、吸着水の体積は $w_r G_s$ になる。

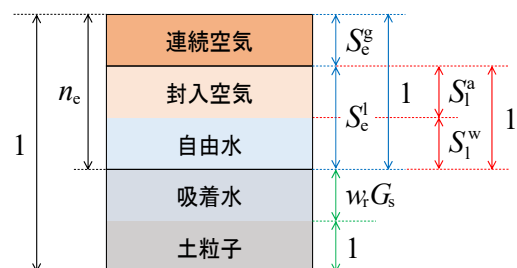


図1 土の示相図

3. 土骨格～自由水～封入空気～連続空気連成有限変形解析手法の提案

前章で述べた通り、不飽和土が土骨格、自由水、封入空気、連続空気の4相で構成されると考えるため、既往の3相系解析と異なり、4相に対して運動方程式や質量保存式を記述する。 \mathbf{u} - p formulation に基づき、de Boer¹⁾、西村²⁾、Noda et al.³⁾、Noda and Yoshikawa⁴⁾に倣って定式化する。その結果、最終的には次に示す運動方程式、自由水～土骨格連成式、封入空気～土骨格連成式および連続空気～土骨格連成式を得る。

$$\rho \dot{\mathbf{v}}_s = \text{div} \mathbf{T} + \rho \mathbf{b} \quad (1)$$

$$S_c^l S_1^w \text{div} \mathbf{v}_s + \frac{1}{\rho^{lw}} \text{div} \{ \rho^{lw} (\mathbf{v}_{lw} - \mathbf{v}_s) \} + n_c S_1^w \dot{S}_c^l + n_c S_c^l \dot{S}_1^w + \frac{n_c S_c^l S_1^w}{K_w} \dot{p}^l = 0 \quad (2)$$

$$S_c^l S_1^a \text{div} \mathbf{v}_s + \frac{1}{\rho^{la}} \text{div} \{ \rho^{la} (\mathbf{v}_{la} - \mathbf{v}_s) \} + n_c S_1^a \dot{S}_c^l + n_c S_c^l \dot{S}_1^a + \frac{n_c S_c^l S_1^a}{K_a} \dot{p}^l = \frac{m_{la}}{\rho^{la}} \quad (3)$$

$$S_c^g \text{div} \mathbf{v}_s + \frac{1}{\rho^{ga}} \text{div} \{ \rho^{ga} (\mathbf{v}_{ga} - \mathbf{v}_s) \} + n_c \dot{S}_c^g + \frac{n_c S_c^g}{K_a} \dot{p}^g = \frac{m_{ga}}{\rho^{ga}} \quad (4)$$

ここで、上付き”・”は土骨格から見た物質時間微分を表す。 \mathbf{v}_s は土骨格の速度ベクトル、 $\dot{\mathbf{v}}_s$ は土骨格の加速度ベクトル、 \mathbf{T} は全 Cauchy 応力テンソル（引張が正）、 \mathbf{b} は単位質量あたりの物体力ベクトルである。 p^l は自由水の圧力、 p^g は連続空気の圧力であり、封入空気の圧力は自由水の圧力 p^l に等しいと仮定する（ p^l と p^g は圧縮が正）。 ρ は土全体の密度、 ρ^{lw} 、 ρ^{la} および ρ^{ga} はそれぞれ、自由水、封入空気および連続空気の単体としての真の密度、 ρ_{lw} 、 ρ_{la} および ρ_{ga} はそれぞれ、自由水、封入空気および連続空気の混合体の構成要素としての密度である。 \mathbf{v}_{lw} 、 \mathbf{v}_{la} および \mathbf{v}_{ga} はそれぞれ、自由水、封入空気および連続空気の速度ベクトルである。 K_w と K_a はそれぞれ水と空気の体積弾性係数である。また、 $S_c^g = 1 - S_c^l$ 、 $S_1^a = 1 - S_1^w$ である。

m_{la} と m_{ga} はそれぞれ、封入空気と連続空気が単位時間・単位体積あたりに湧き出す質量である。不飽和状態にある土は、例えば、吸水時には連続空気の一部が封入空気、排水時には封入空気の一部が連続空気に遷移すると考えられる。そこで、本論文では次の(i)と(ii)に示す m_{la} と m_{ga} の構成モデルを考える。なお、本論文では、封入空気と連続空気の質量交換のみを考えるため、 $m_{la} + m_{ga} = 0$ とする。

(i) 連続空気から封入空気への遷移 ($\dot{S}_c^l \geq 0$ の場合)

有効飽和度 S_c^l の土骨格から見た物質時間微分 $\dot{S}_c^l \geq 0$ のときに遷移すると考える。 $S_c^g = 0$ で連続空気が存在しないとき、および、 $S_c^g = 1$ で自由水が存在しないときは封入空気への遷移は生じないため、次に示すようなモデルを考えたい。

$$\frac{m_{la}}{\rho^{la}} = n_c \alpha^* S_c^g (1 - S_c^g) \dot{S}_c^l \quad (5)$$

ここに α^* は材料定数で、値が大きいほど遷移量が多い。

(ii) 封入空気から連続空気への遷移 ($\dot{S}_c^l < 0$ の場合)

$\dot{S}_c^l < 0$ のときに遷移すると考える。 $S_1^a = 0$ で封入空気が存在しないときは遷移しない。また、 $S_1^a = 1$ のときは自由水が存在せず、有効間隙が全て連続空気であることを意味するため、このような状態は定義できない。このため、次に示すようなモデルを考えたい。

$$\frac{m_{ga}}{\rho^{ga}} = n_c \mu^* \ln(1 - S_1^a) \dot{S}_c^l \quad (6)$$

ここに μ^* は材料定数で、値が大きいほど遷移量が多い。

また、自由水と連続空気の運動に関しては、運動方程式において慣性力も考慮したダルシー則を満たすような相互作用力を仮定する。封入空気の運動に関しては、例えば自由水と一緒に運動することも考えられるが、本論文では土骨格に対して運動しないものと仮定する。

応力の式は骨格応力の概念⁵⁾に基づき、新たに定義した有効飽和度 S_c^l を用いて次式のように記述する。

$$-\mathbf{T}' = -\mathbf{T} - (S_c^l p^l + S_c^g p^g) \mathbf{I} \quad (7)$$

ここに、 \mathbf{T}' は骨格応力テンソル（引張が正）、 \mathbf{I} は単位テンソルである。

初期値・境界値問題に対する解は、式(1)の3式に式(2)、式(3)、式(4)を加えた合計6式に対して、 \mathbf{v}_s の3成分と p^l 、 p^g 、 S_1^w の計6個を未知数として求める。なお、有効飽和度 S_c^l は水分特性モデルから計算する。また、運動方程式は Noda et al.³⁾に倣い、幾何学的非線形性と材料非線形性を考慮するために、土骨格から見た物質時間微分を施した速度型で表す。

4. 解析手法の特徴

本解析手法は、間隙空気を封入空気と連続空気に、間隙水を吸着水と自由水に明確に分けて扱う点が大きな特徴である。この有効性を、(i) 低サクションで連続空気が存在しない場合と(ii) 高サクションで自由水が存在しない場合に分けて説明する。

まず、2章で述べたように、有効飽和度 S_c^l を自由水+封入空気が有効間隙に占める体積割合と定義した。ここで、有効飽和度 S_c^l および飽和度 S_r を各相の体積を用いて表すと次式になる。

$$S_c^l = \frac{V_{自由水} + V_{封入空気}}{V_{自由水} + V_{封入空気} + V_{連続空気}} \quad (8)$$

$$S_r = \frac{V_{吸着水} + V_{自由水}}{V_{吸着水} + V_{自由水} + V_{封入空気} + V_{連続空気}} \quad (9)$$

なお、 V は体積、下付き文字は相を意味する。

(i) 低サクションで連続空気が存在しない場合

$V_{連続空気}$ に0を代入すると、 S_c^l および S_r は次式で表される。

$$S_c^! = \frac{V_{自由水} + V_{封入空気}}{V_{自由水} + V_{封入空気}} = 1 \quad (10)$$

$$S_r = \frac{V_{吸着水} + V_{自由水}}{V_{吸着水} + V_{自由水} + V_{封入空気}} \quad (11)$$

式(10)より $S_c^!$ は 1 であるが、式(11)より封入空気が圧縮／膨張して、 $V_{封入空気}$ が変化すれば、 S_r は変化可能である。このとき、自由水飽和度 $S_w^!$ (自由水が自由水+封入空気に占める体積割合) が変化する。一方で、既往の水分特性モデルにおいて、例えば最大の飽和度を定義してしまうと、それ以上の飽和度上昇を表現できないため、間隙空気の圧縮性を評価できない。なお、Noda and Yoshikawa⁴⁾の飽和度を解くべき連立一次方程式の未知数とする手法は、サクシジョンゼロにおける間隙空気の圧縮性を表現するための手法であったが、本提案手法では、間隙空気を封入空気と連続空気に明確に分け、その「封入空気」の圧縮性として表現している点異なる。

(ii) 高サクシジョンで自由水が存在しない場合

自由水が存在しないため、自由水中の封入空気も存在しない。そのため、 $V_{自由水}$ と $V_{封入空気}$ に 0 を代入すると、 $S_c^!$ および S_r は次式で表される。

$$S_c^! = \frac{0}{V_{連続空気}} = 0 \quad (12)$$

$$S_r = \frac{V_{吸着水}}{V_{吸着水} + V_{連続空気}} \quad (13)$$

式(12)より $S_c^!$ は 0 である。間隙水は吸着水のみ土粒子表面に存在し、含水比 w_r で定義するため、 $V_{吸着水}$ は定数となる。そのため、式(13)より連続空気が圧縮／膨張して、 $V_{連続空気}$ が変化すれば、 S_r は自然と変化する。一方で、既往の水分特性モデルにおいて、例えば最小の飽和度を定義してしまうと、吸着水の含水比が一定であることを表現するためには、最小飽和度を間隙比に依存して変化させる必要がある。

5. 解析手法の妥当性確認 (Validation)

本章では 2 つの解析事例を通じて、特に封入空気を考慮可能であることの有効性を示す。5.1 節では保水性試験のシミュレーションを通じて、3 章で述べた連続空気が封入空気へ遷移するモデルの有効性を示す。5.2 節ではサクシジョン 0kPa の非排気非排水せん断試験のシミュレーションを通じて、4 章で述べた封入空気の圧縮性を表現できることの有効性を示す。

5.1 保水性試験の数値シミュレーション

高津ら⁶⁾の保水性試験を参照した。初期に飽和状態にある豊浦砂の供試体に対して、排水・吸水の順に履歴を与え、排水から吸水に切り替えるときのサクシジョン値の違いが、吸水時の封入空気量に与える影響を調べた実験である。表 2 は実験結果⁶⁾を示す。サクシジョン 4.2kPa より 6kPa まで与えた方が、吸水終了時 (サクシジョン 0kPa 時) の飽和度が低く、封入空気量が多い。

表 1 保水性試験の実験結果⁶⁾

	サクシジョン 4.2 kPa	サクシジョン 6 kPa
初期飽和度 (%)	100.0	100.0
排水終了時の飽和度 (%)	50.5	14.4
吸水終了時の飽和度 (%)	98.2	81.1

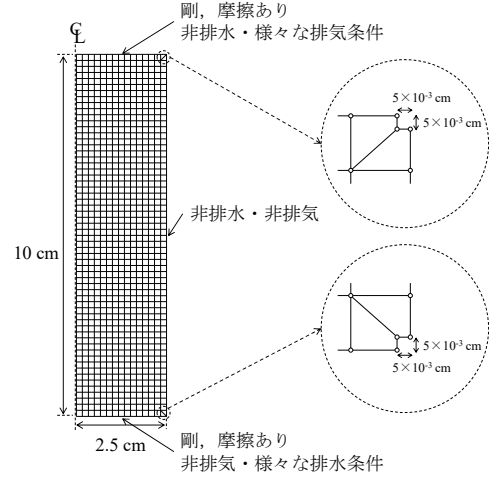


図 2 有限要素メッシュ図と境界条件

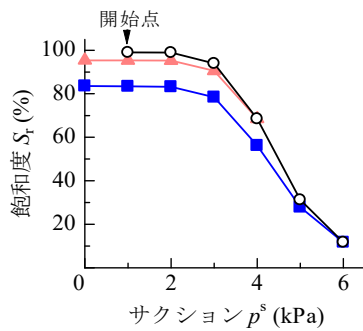
表 2 土骨格の構成式に関する材料定数と初期値 (保水性試験のシミュレーションの場合)

弾塑性パラメータ		
NCL の切片	N	1.98
限界状態定数	M	1.2
圧縮指数	$\tilde{\lambda}$	0.045
膨潤指数	$\tilde{\kappa}$	0.002
ポアソン比	ν	0.15
発展則パラメータ		
正規圧密土化指数	m	0.08
構造劣化指数	a	2.2
構造劣化指数	b	1.0
構造劣化指数	c	1.0
構造劣化指数	c_s	1.0
回転硬化指数	b_r	3.5
回転硬化限界定数	m_b	0.9
初期値		
初期構造の程度	$1/R_0^*$	1.0
初期間隙比	e_0	0.7
初期応力比	η_0	0.0
初期異方性の程度	ζ_0	0.0

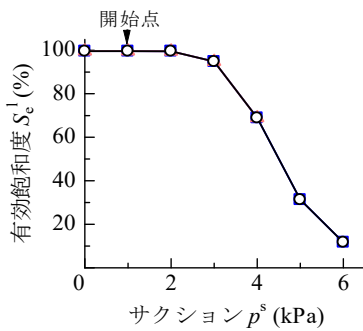
表 3 水分特性に関する材料定数と初期値およびその他の物性値 (保水性試験のシミュレーションの場合)

水分特性		
van Genuchten パラメータ kPa^{-1}	α	0.23
van Genuchten パラメータ ($m' = 1 - 1/n'$)	n'	7.433
吸着水含水比 %	w_r	0.0
封入空気への遷移パラメータ	α^*	1.0
連続空気への遷移パラメータ	μ^*	1.0
飽和透水係数 m/s	k_s^w	8.25×10^{-5}
乾燥透気係数 m/s	k_d^a	4.55×10^{-3}
初期サクシジョン kPa	p_0^*	1.0
初期自由水飽和度 %	S_{w0}^*	99.0
その他の物性値		
土粒子密度 g/cm^3	ρ^s	2.636
水の体積弾性係数 kPa	K_w	2.19×10^6
空気の気体定数 $m^2/s^2/K$	\bar{R}	287.04
絶対温度 K	Θ	293.15

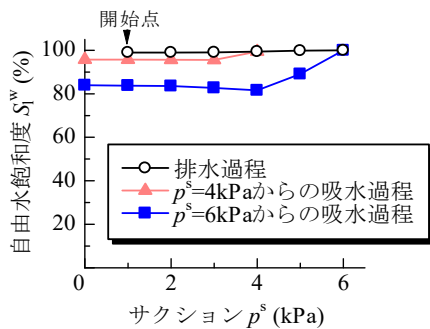
図 2 は解析に用いた有限要素メッシュ図と境界条件を示す。ここでは三軸円柱供試体を想定し、簡単のため軸対称性を仮定した。上下端は剛・摩擦のペDESTALの条件を表現するために節点間に束縛条件（長さ不変，角度不変）を課し⁷⁾，隅角部に変形の自由度を上げるための処理⁸⁾を施した。土骨格の構成式は弾塑性構成式 SYS Cam-clay model⁹⁾を用いた。水分特性式は，有効飽和度 S_e^l に対して van Genuchten 式¹⁰⁾を適用し，吸排水時のヒステリシス性や間隙比依存性を考慮しない最単純のモデルを用いた。また，透水係数・透気係数には Mualem のモデル¹¹⁾を用いた。表 2 は土骨格の構成式に関する材料定数と初期値を，表 3 は水分特性に関する材料定数と初期値およびその他の物性値を示す。材料定数は三河珪砂 7 号の値¹²⁾¹³⁾で代用した。なお，初期の自由水飽和度は 99%とし，自由水は初期にほぼ飽和状態であると仮定した。また，重力は考慮しないで解析を行った。



(a) 飽和度－サクシヨン関係



(b) 有効飽和度－サクシヨン関係



(c) 自由水飽和度－サクシヨン関係

図 3 各種飽和度とサクシヨン関係の解析結果 (封入空気に起因した飽和度のヒステリシス性の表現)

図 3 は各種飽和度とサクシヨン関係の解析結果を示す。ここで，初期サクシヨンとして 0kPa を与えると，連続空気～土骨格連成式の両辺が 0 となり，計算を進められない。そのため，初期サクシヨンを 1kPa とし，上端排気条件のもと，下端の水圧のみを 1kPa ずつ変化させて排水・吸水履歴をシミュレートした。また，解析結果は供試体を 1 要素として見た場合の見かけの挙動として示した。まず，(a) 飽和度－サクシヨン関係より，サクシヨン 4kPa より 6kPa まで与えた方が，吸水終了時の飽和度が低いことを表現できている。次に，(b) 有効飽和度－サクシヨン関係は，水分特性モデルにヒステリシス性や間隙比依存性を考慮していないことを反映している。最後に，(c) 自由水飽和度－サクシヨン関係を見ると，まず排水過程では，初期の自由水飽和度 S_r^w は 99% (S_e^l は 1%) で非常に高いため，式 (6) で示した遷移モデルより， S_r^w の変化はほぼ生じない。一方で吸水過程では，サクシヨン 4kPa の場合は有効飽和度 S_e^l が約 70%であるが，サクシヨン 6kPa の場合は S_e^l が約 10%と低いため，式(5)で示した遷移モデルから，より多くの連続空気が封入空気に遷移することがわかる。このように，水分特性モデルにヒステリシス性や間隙比依存性を考慮せずとも，(a) 飽和度－サクシヨン関係に示すような封入空気量の違いを表現可能である。なお，サクシヨンは供試体上端の空気圧と下端の水圧の差を意味し，解析を終了したサクシヨン 0kPa 時には，供試体内のサクシヨンが完全に 0 になっているわけではない。

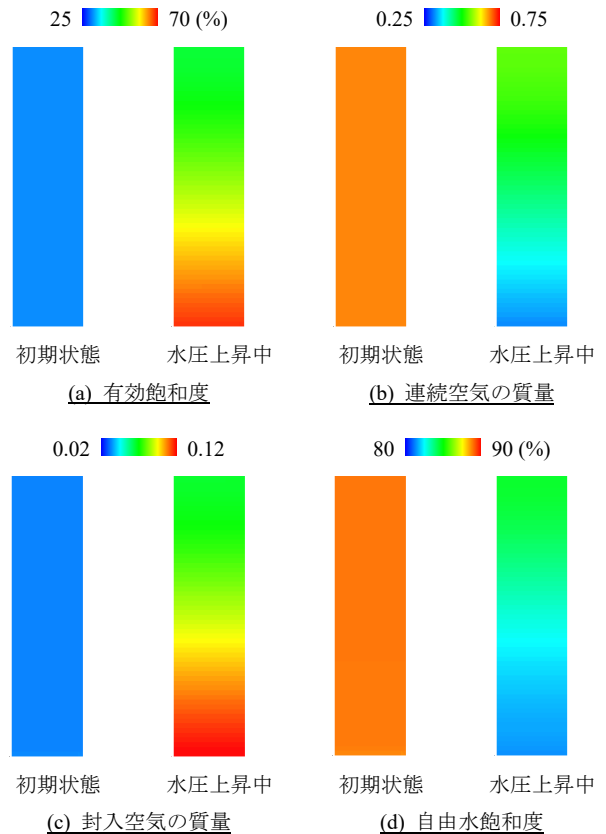


図 4 サクシヨンを 5kPa から 4kPa へ低下させる吸水過程のカウンター図 (吸水に伴い連続空気が封入空気へ遷移する様子)

図 4 はサクシジョンを 5kPa から 4kPa へ低下させる吸水過程のコンター図を示す。供試体下端の水圧を上昇（サクシジョンを減少）させると、供試体下端から有効飽和度が上昇し、連続空気が封入空気に遷移している。また、連続空気が自由水に封入されたため、自由水飽和度が低下していることもわかる。なお、連続空気および封入空気の質量は、大気圧下にある空気が初期有効間隙を満たしていると考えたときの質量に対する無次元量で示した。

5.2 非排気非排水せん断試験の数値シミュレーション

小高ら¹⁴⁾の不飽和三軸圧縮試験を参照した。非塑性シルト(DL クレイ)を用いて、初期に間隙比 1.14, 含水比 20%, 飽和度 46.5% (このときのサクシジョンは約 20kPa) の三軸円柱供試体を作製し、サクシジョンおよび基底応力を与えた後、側圧一定のせん断試験を行う。用いた解析断面は図 2 と同じであり、参照実験と同様に、サクシジョン 20kPa の初期状態からサクシジョンと基底応力を与える過程を経て、サクシジョン 0kPa の非排気非排水せん断試験を本論文ではシミュレートした。表 4 は土骨格の構成式に関する材料定数と初期値を、表 5 は水分特性に関する材料定数と初期値およびその他の物性値を示す。材料定数は既往研究¹⁵⁾で同定した DL クレイの値を参考に決定した。

図 5 は実験結果と解析結果の比較を示す。5.1 節と同様に、解析結果は供試体を 1 要素として見た場合の見かけの挙動として示した。まず既往の三相系解析手法を用いた場合、サクシジョン 0kPa では水分特性曲線の最大飽和度 (ここでは 70%) になるため、これ以上の飽和度上昇を表現できない。そのため、非排気非排水条件では体積圧縮が生じず、まるで定体積せん断のような試験結果になってしまう。一方で、本解析手法を用いた場合は、実験結果と同様に飽和度上昇と体積圧縮挙動を表現できている。このとき、サクシジョン 0kPa であるため有効飽和度は 1 から変化が生じないが、自由水中の封入空気が圧縮するため、飽和度上昇を表現できたことがわかる。また、軸差応力-軸ひずみ関係と骨格応力経路もよく再現できている。

表 4 土骨格の構成式に関する材料定数と初期値 (非排気非排水せん断試験のシミュレーションの場合)

弾塑性パラメータ		
NCL の切片	N	2.04
限界状態定数	M	1.23
圧縮指数	$\tilde{\lambda}$	0.05
膨潤指数	$\tilde{\kappa}$	0.01
ポアソン比	ν	0.3
発展則パラメータ		
正規圧密土化指数	m	1.3
構造劣化指数	a	1.0
構造劣化指数	b	1.0
構造劣化指数	c	1.0
構造劣化指数	c_s	0.8
回転硬化指数	b_r	0.0
初期値		
初期構造の程度	$1/R^*_0$	5.0
初期過圧密比	$1/R_0$	2.5
初期応力比	η_0	0.0
初期異方性の程度	ζ_0	0.0

表 5 水分特性に関する材料定数と初期値およびその他の物性値 (非排気非排水せん断試験のシミュレーションの場合)

水分特性		
van Genuchten パラメータ kPa^{-1}	α	0.15
van Genuchten パラメータ ($m' = 1 - 1/n'$)	n'	1.8
吸着含水比 %	w_i	5.0
封入空気への遷移パラメータ	α^*	2.9
連続空気への遷移パラメータ	μ^*	1.0
飽和透水係数 m/s	k_s^w	6.68×10^{-7}
乾燥透気係数 m/s	k_a^d	3.68×10^{-5}
初期サクシジョン kPa	p_0^s	-20.0
初期自由水飽和度 %	S_{w0}	99.0
その他の物性値		
土粒子密度 g/cm^3	ρ^s	2.65
水の体積弾性係数 kPa	K_w	2.19×10^6
空気の気体定数 $m^2/s^2/K$	\bar{R}	287.04
絶対温度 K	Θ	293.15

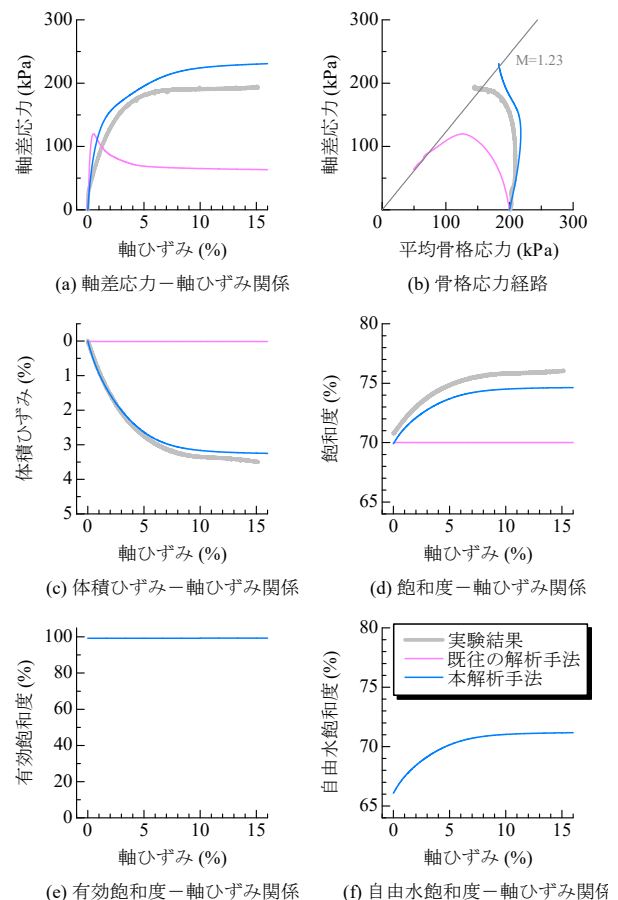


図 5 非排気非排水せん断試験の実験結果(5)と解析結果の比較 (サクシジョン 0kPa における飽和度上昇の表現)

6. おわりに

本研究では新たな有効飽和度を定義し、その有効飽和度に基づいた土骨格～自由水～封入空気～連続空気連成有限変形解析手法を提案した。間隙空気を封入空気と連続空気に、間隙水を吸着水と自由水に明確に分けた点が大きな特徴であり、低サクシジョン時には封入空気の圧縮/膨張により飽和度変化が表現可能なこと、高サクシジョン時には吸着水量を含水比で定義できるため、複雑なモデルを要しないことを強調した。また、保水性試験のシミュレーション

を通じて、連続空気が封入空気へ遷移するモデルの有効性を、サクシオン 0kPa の非排気非排水せん断試験のシミュレーションを通じて、封入空気の圧縮性を表現できることの有効性を示し、本解析手法の妥当性確認 (Validation) を行った。

封入空気は土粒子間の拘束を強める表面張力 (サクシオン) としては働かないため、間隙空気を封入空気と連続空気に分けて扱うことは、より精緻な構成モデルを構築する上でも重要であると考えられる。また、近年、不飽和化による地盤改良がもたらす耐震効果に注目が集まっているが、封入空気の圧縮性を表現可能であり、動的にも対応した本解析コードを用いれば、詳細な耐震性評価が可能となる。ただし、本論文では封入空気の圧力は自由水の圧力に等しいと仮定しているため、特にマイクロバブル・ナノバブルのように気泡径が小さい封入空気を扱う場合は注意が必要である。

謝辞

JSPS 科研費 17H01289 と 17K14720 の助成を受けた。ここに、謝意を表します。

参考文献

- 1) de Boer, R.: Theory of porous media -past and present-, *Z. Angew. Math. Mech.*, 78, 441-446, 1998.
- 2) 西村直志: (社)地盤工学会 地盤工学ハンドブック, 第3章土質力学, 55-64, 1999.
- 3) Noda, T., Asaoka, A. and Nakano, M.: Soil-water coupled finite deformation analysis based on a rate-type equation of motion incorporating the SYS Cam-clay model, *Soils and Foundations*, 48(6), 771-790, 2008.
- 4) Noda, T. and Yoshikawa, T.: Soil-water-air coupled finite deformation analysis based on a rate-type equation of motion incorporating the SYS Cam-clay model, *Soils and Foundations*, 55(1), 45-62, 2015.
- 5) Jommi, C.: Remarks on the constitutive modelling of unsaturated soils, *Experimental Evidence and Theoretical Approaches in Unsaturated Soils* (eds. by Tarantino, A. and Mancuso, C.), Balkema, 139-153, 2000.
- 6) 高津裕斗, 肥後陽介, 澤田茉伊, 木戸隆之祐, 南野佑貴, 田中麻穂: マイクロ X 線 CT を用いた排水・吸水履歴による砂の不飽和化実験, 第50回地盤工学研究発表会, 703-704, 2015.
- 7) Asaoka, A., Noda, T. and Kaneda, K.: Displacement/traction boundary conditions represented by constraint conditions on velocity field of soil, *Soils and Foundations*, 38(4), 173-181, 1998.
- 8) Asaoka, A., Nakano, M. and Noda, T.: Soil-water coupled behaviour of saturated clay near/at critical state, *Soils and Foundations*, 34(1), 91-106, 1994.
- 9) Asaoka, A., Noda, T., Yamada, E., Kaneda, K. and Nakano, M.: An elasto-plastic description of two distinct volume change mechanisms of soils, *Soils and Foundations*, 42(5), 47-57, 2002.
- 10) van Genuchten, M. T.: A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils, *Soil Science Society of America Journal*, 44, 892-898, 1980.
- 11) Mualem, Y.: A new model for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated porous media, *Water Resources Research*, 12, 513-522, 1976.
- 12) 谷和夫, 松下克也, 橋本隆雄, 山本彰, 竹内秀克, 野田利弘, 規矩大義, 大林淳, 清田隆: 浅層盤状改良工法による戸建て住宅の液状化被害軽減効果の検証と経済性評価, *地盤工学ジャーナル*, 9(4), 533-553, 2014.
- 13) 杉井俊夫, 山田公夫, 奥村恭: 高飽和時における砂の不飽和透水係数に関する考察, 平成13年度土木学会中部支部研究発表会講演概要集, 267-268, 2002.
- 14) 小高猛司, 鈴木宏尚, 岡二三生: 排気・排水条件を制御した不飽和シルトの三軸圧縮試験, 第18回中部地盤工学シンポジウム, 地盤工学会中部支部, 6, 2006.
- 15) Yoshikawa, T., Noda, T. and Kodaka, T.: Effects of air coupling on triaxial shearing behavior of unsaturated silty specimens under constant confining pressure and various drained and exhausted conditions, *Soils and Foundations*, 55(6), 1372-1387, 2015.

二酸化炭素を用いた三軸試験による不飽和土中の封入空気量の把握 (Measurement of volume of trapped pore-air in unsaturated soil by triaxial test using carbon dioxide)

中澤一眞¹, 吉川高広¹, 野田利弘², 中井健太郎¹, 西垣隆士³, 岡田知也⁴

1 名古屋大学大学院工学研究科土木工学専攻 nakazawa.kazumasa@j.mbox.nagoya-u.ac.jp

2 名古屋大学減災連携研究センター

3 東海旅客鉄道株式会社

4 中日本高速道路株式会社

概 要

不飽和土は間隙中に空気も有し、表面張力に起因したサクシオンにより水分量が変化する(水分特性)。この水分特性を考える際に、間隙空気に着目すると、連続的に存在しサクシオンと関係する「連続空気」と、間隙水中に封入されサクシオンと無関係な「封入空気」が存在しているため、両者を区別して扱うことが望ましい。本研究では、連続空気と封入空気存在量を把握することを目的として、間隙空気を水への高い溶解性を持つ二酸化炭素(CO₂)に置き換えた実験を行った。間隙水中に封入された間隙CO₂が完全溶解すると仮定し、空気の場合と比較することで、封入空気量を把握できると考えた。まず、CO₂を扱う場合の実験条件について検討を行った。次に、検討した実験条件に基づいて保水性試験を行った結果、CO₂を用いた場合には、封入空気として存在するはずのCO₂が間隙水中に溶解し、供試体はより高い飽和度となることを示した。

キーワード：不飽和土、水分特性曲線、封入不飽和、三軸試験

1. はじめに

不飽和土は間隙中に空気も有し、表面張力に起因したサクシオンにより水分量が変化する(水分特性)。また、サクシオンが高いほど強度が大きくなること、空気が高い圧縮性を有することに代表されるように、不飽和土は飽和土よりも複雑な力学挙動を示すため、より精緻に力学挙動を把握する必要がある。

水分特性曲線はサクシオンと水分量の関係を表し、水分量として含水比や飽和度、体積含水率などを用いて記述される(本論文では飽和度を用いて記述する)。本研究では従来までとは異なり、間隙空気を、間隙水中に封入されサクシオンと無関係な「封入空気」と、連続的に存在しサクシオンと関係する「連続空気」に分けて、水分量(飽和度)を扱うことを考える。そこで、封入空気と連続空気存在量を把握することを目的として、間隙空気を二酸化炭素(以後、CO₂と呼ぶ)に置き換えた実験を行う。すなわち、不飽和土において、封入された間隙CO₂が間隙水中に完全溶解することを仮定し、通常の空気の場合と比較することで、封入空気量の把握を試みた。

2. 実験条件

2.1 土試料

実験に用いた土試料は非塑性シルト(DLクレイ)であり、その粒径加積曲線を図1に示す。また、その土粒子密度は2.70g/cm³であった。

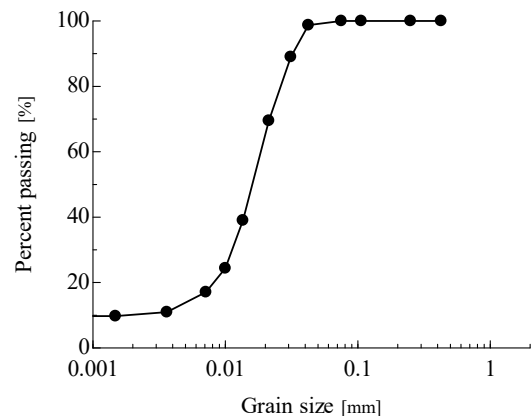


図1 粒径加積曲線

2.2 実験機の概要

不飽和三軸試験機に関して、供試体下端に微細多孔質膜

り、上端に撥水性を持つポリフロンフィルタを用い、間隙水と間隙空気の経路を分離し、サクシオンを制御した。ここで、本実験で制御するサクシオンが常に 20kPa 以下で低サクシオンであることから、微細多孔質膜が正常に機能すると判断した。また、供試体の体積変化量は、内セルの水位変化量から算出した。さらに、実験に用いるゴムスリーブは、通常用いる天然ゴム製のものではなく、より CO₂ を透過しにくいクロロプレン製のものとした。

2.3 実験手順

小高ら²³⁾の実験手順を参照した。本研究での CO₂ を用いた場合の基本的な実験手順は次の通りである。(i)含水比 20%になるように調整した試料を用いて、間隙比 1.19、飽和度 46%の不飽和供試体を作製した(初期サクシオンは約 20kPa)。(ii)供試体を三軸試験機に設置し、排気非排水条件下で供試体上端の経路から CO₂ をゆっくりと通した。ここで、供試体下端のメンブレンを数 mm 程度折り返すことで、供試体にもとから存在していた空気を供試体下部から追い出し、CO₂ に置換した。(iii)セル圧を 20kPa まで上昇させた後、セル圧と CO₂ 圧を同時に 50kPa 上昇させた。その後 10 分間放置したうえで、セル圧を 150kPa まで上昇させ、基底応力を 100kPa とした。なお、この過程において CO₂ 圧が高い場合、実験機解体時に圧力の減少に伴い、水に溶解していた CO₂ が析出し、上部の空気側の経路に水が流れ込み、実験終了時の供試体の含水比測定が困難になるため、本研究では CO₂ 圧は比較的低めの 50kPa とした。(iv)所定のサクシオン (0, 7kPa の 2 ケース) となるように水压のみを変化させた。供試体の初期のサクシオンが約 20kPa であるため、供試体は吸水する。

なお、空気を用いた場合の実験概要は、上述の(ii)を行わないものの、その他の過程は同じである。

2.4 サクシオン作用時における排気条件の検討

従来 of 空気を用いた実験では、一定のサクシオンを作用させる場合、空気圧一定の排気 (・排水) 条件で実験を行う。本実験では、予め供試体の間隙空気が CO₂ に置換されており、吸水時に封入される CO₂ は脱気水に溶けることを想定している。これにより、通常の空気の場合よりも吸水量が多くなるという予測の下、まずは排気条件下でサクシオン 0kPa を作用させた。この時の吸水量の経時変化を図 2 に示す。空気の場合と CO₂ の場合で吸水量にほとんど差が見られないことがわかる。これは、排気条件下でサクシオン 0kPa を作用したため、CO₂ が吸水した脱気水に溶けながら、常に新しい CO₂ が供給され続けていたからだと考えられる。

そこで、当初から供試体の間隙内に存在していた CO₂ のみを、吸水した脱気水に溶かすことを念頭に、非排気条件下でサクシオン 0kPa を作用させた実験の結果を図 3 に示す。なお、比較として空気の場合の排水条件下での吸水量も再掲する。これより、非排気条件下であるにもかかわらず、CO₂ を用いた試験では、排気条件下で空気を用いた

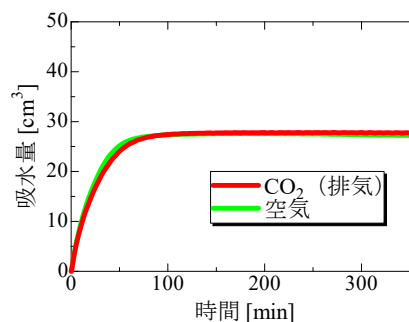


図 2 排気条件下での吸水量の比較

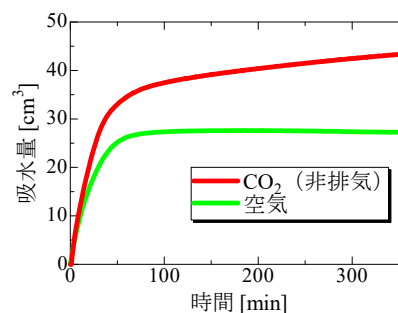


図 3 非排水条件下での吸水量の比較

試験結果と比較して、吸水量が増えたことがわかる。これより、間隙空気を CO₂ に置換した実験から封入空気量を把握するには、当初から供試体の間隙内に存在していた CO₂ のみを対象とする必要があるため、非排気条件下でサクシオンを作用させる必要があることが分かった。従って、これ以降、非排気条件下でサクシオンを作用することとした。

3. CO₂ を用いた不飽和シルトの保水性試験

サクシオン 0kPa および 7kPa を作用させる場合について、各段階での間隙比・飽和度を表 1 および表 2 にそれぞれ示す。ここから、サクシオン作用前までの過程で、CO₂ を用いた場合と空気を用いた場合で、供試体の間隙比や飽和度はほぼ変わらないことがわかる。これは、サクシオン作用後の供試体の変化に占める、作用前の状態による差は小さいことを意味する。

表 1 各段階での間隙比・飽和度 (サクシオン 0kPa)

	飽和度(%)		間隙比	
	CO ₂	空気	CO ₂	空気
初期状態	44.7	47.2	1.19	1.19
基底応力 100kPa 載荷後	47.3	49.8	1.12	1.12
サクシオン作用放置後	90.1	81.9	1.02	1.05

表 2 各段階での間隙比・飽和度 (サクシオン 7kPa)

	飽和度(%)		間隙比	
	CO ₂	空気	CO ₂	空気
初期状態	46.6	46.6	1.19	1.19
基底応力 100kPa 載荷後	49.6	49.1	1.11	1.13
サクシオン作用放置後	70.0	60.1	1.09	1.11

3.1 サクシオン0kPa を作用させた場合の実験結果

サクシオン 0kPa を作用させる場合の背圧の経時変化を図 4 に示す。なお、空気を用いた場合は、CO₂を用いた場合と同じような背圧挙動となるよう、手動で操作した。また、この時の吸水量、体積ひずみ（圧縮を正）の経時変化を図 5 に示す。吸水量および体積ひずみは、サクシオン作用直前の供試体体積で除した値を用いている。

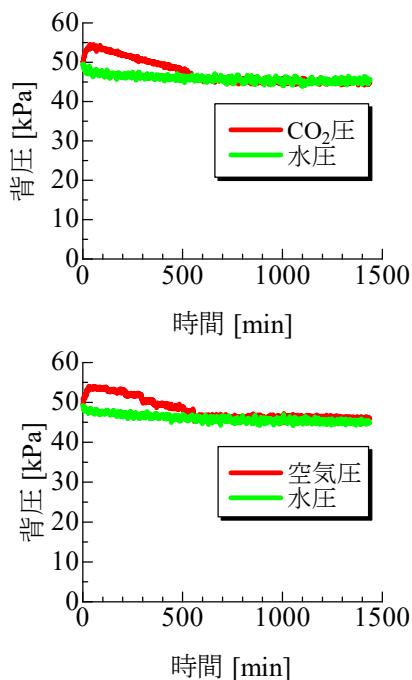


図 4 サクシオン0kPa での背圧の経時変化

図 5 より、CO₂を用いた場合の方が、空気を用いた場合よりも吸水量が多くなっていることがわかる。これは、吸水した水に封入空気として存在する CO₂が溶けて、水に置き換わったためであると考えられる。また、CO₂を用いた場合、体積ひずみも大きくなっていることがわかる。これは吸水量が多いことにより、吸水コラプスによる圧縮量が大きくなったためであると考えられる。さらに、空気を用いた場合には、サクシオン変化後 1 日 (1440min) 経過した段階で、吸水量および体積圧縮量が概ね収束しているのに対し、CO₂を用いた場合では収束していない。これは、CO₂の水に溶ける速度の遅さに起因しているものと考察される。これに対し、理論上は CO₂を用いたサクシオン 0kPa の試験では、サクシオン作用後に十分な時間が経てば飽和度は 100%に達し、吸水量および体積圧縮量は収束すると考えられる。しかし、前述のように CO₂の溶解速度はかなり遅く、また、長時間の試験になると、CO₂がゴムスリーブを透過する可能性がより上がってしまうため、今後、試験時間に関するより詳細な検討が必要である。

3.2 サクシオン7kPa を作用させた場合の実験結果

サクシオン 7kPa を作用させる場合の吸水量、体積ひずみの経時変化を図 6 に示す。

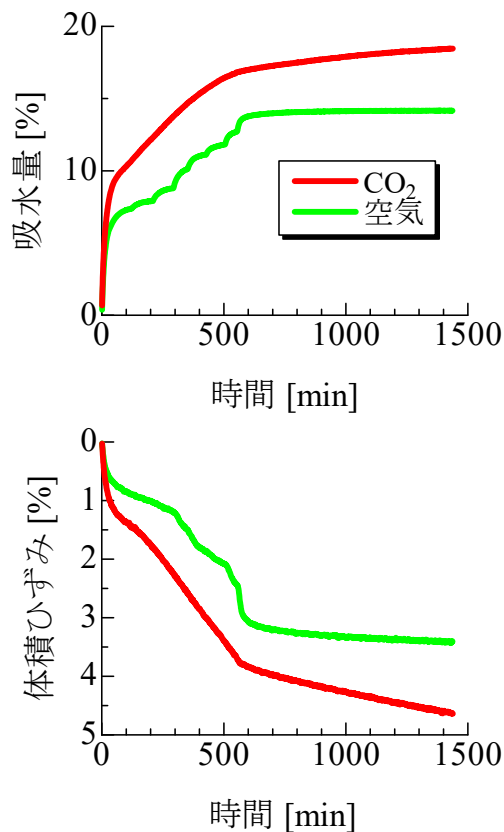


図 5 サクシオン0kPa での実験結果

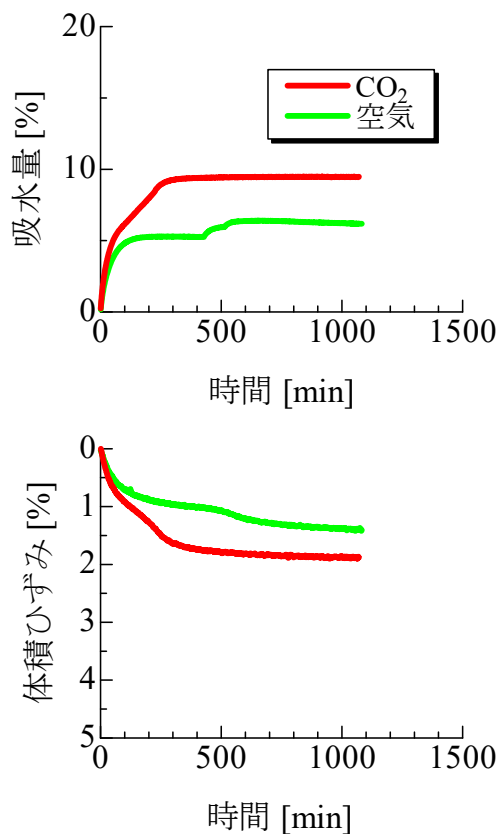


図 6 サクシオン7kPa での実験結果

図 6 より、本実験では、サクシオン 0kPa を作用させる場合と同様の傾向の結果を得ることができたと考える。サクシオン 0kPa の場合と比べて、CO₂ を用いた場合と空気をういた場合の両方で吸水量が減ったことは、不飽和土の水分特性によるものだと考えられる。また、それに伴ってコラプス現象による体積圧縮量も小さくなっている。また、本実験では、CO₂ を用いた場合と空気をういた場合の両者でおよそ 1000min 経過時に吸水量および体積圧縮量が収束していることがわかる。

また、空気の場合と CO₂ の場合の吸水量の差を考えると、サクシオン 7kPa よりもサクシオン 0kPa の時の方が大きくなっている。ここから、サクシオン 0kPa の不飽和土の方がより多くの封入空気を含んでいることが分かった。

4. おわりに

本研究では、間隙空気を CO₂ に置き換えた実験を行った。まず、CO₂ を用いる場合のサクシオン変化時の排気条件について検討を行った。その結果、非排気条件下でサクシオンを作用させることにより、供試体にもとから存在していた CO₂ のみを吸水した脱気水に溶解させ、飽和度が高くなることを示した。

また、サクシオン付与以前の過程で、空気の場合と CO₂ の場合の比較から、CO₂ は供試体の間隙比や飽和度に影響を与えないことを示した。従って本研究で用いた方法は、サクシオン作用後の供試体の変化をより正確に把握できる方法であると言える。

次に、サクシオン 0kPa, 7kPa をそれぞれ作用させた実験を行った。その結果、いずれのサクシオンによる試験でも、CO₂ を用いた場合は、間隙水に封入された CO₂ が間隙水に溶解することで、より飽和度が上がることを示した。特に、サクシオン 0kPa を作用させる場合には、より長時

間かけて実験を行うことで、CO₂ を用いた場合と空気をういた場合の試験結果の差が大きくなると予想される。

以上から、本研究で行った間隙空気を CO₂ に置き換える方法により、不飽和土供試体の封入空気量を把握することができると考える。しかし、最終段階で間隙比が等しくならず、単純な吸水量差のみで封入空気量を判断できないこと、また、CO₂ の溶解速度の遅さやゴムスリーブ透過の可能性なども考慮して、より詳細に試験時間を決める必要があることなど、課題も残った。

今後は、上記の課題について検討を行った後、間隙比やサクシオンを変えながら引き続き試験を行っていく予定である。そして、最終的には、封入空気と連続空気の遷移を把握し、より精緻な水分特性の理解に繋げていきたい。

謝辞

JSPS 科研費 17H01289 と 17K14720 の助成を受けた。ここに、謝意を表します。

参考文献

- 1) Nishimura, T., Koseki, J., Fredlund, D.G. and Rahardjo, H.: Microporous membrane technology for measurement of soil-water characteristic curve, *Geotechnical Testing Journal, the American Society for Testing and Materials*, 35(1), 201-208, 2012.
- 2) 小高猛司, 鈴木宏尚, 岡二三生: 排気・排水条件を制御した不飽和シルトの三軸圧縮試験, 第18回中部地盤工学シンポジウム, 地盤工学会中部支部, 6, 2006.
- 3) Oka, F., Kodaka, T., Suzuki, H., Kim, Y.-S., Nishimatsu, N. and Kimoto, S.: Experimental study on the behavior of unsaturated compacted silt under triaxial compression. *Soils and Foundations*, 50(1), 27-44, 2010.

人工軟岩力学挙動のモデル化および地層処分のモデル実験への適応

Modeling of mechanical behavior of artificial rock and its application in simulating model test of geological repository of HLRW

井谷優介¹、熊勇林²、大根瑛志³、大原一哲³、岩井裕正³、張 鋒³

¹ JR 東日本コンサルタンツ(株)

² 寧波大学

³ 名古屋工業大学・大学院・工学研究科・社会工学専攻・E-mail: cho.ho@nitech.ac.jp

概 要

地層処分を行う場合、高レベル放射性廃棄物からの発熱により周辺岩盤の長期安定性が懸念されている。人工バリアに関する研究が多くなされているが、天然バリアに関する研究はまだ十分とはいえない。処分場周辺岩盤への温度の影響を定量的に評価できる解析手法の確立が必要である。本研究では、まず異なる温度環境下で人工軟岩を用いた三軸圧縮・クリープ試験を実施し、その力学特性を要素レベルで把握した。次に、人工軟岩を用いた熱連成地層処分トンネル模型試験を行い、その長期安定性をモデルスケールで調べた。さらに人工軟岩の要素レベルでの熱弾塑性挙動を精度よく表現するために、構造・密度効果を考慮した熱弾粘塑性構成式を新たに提案し、その妥当性を要素試験で得られたデータを用いて検証した。最後に、新しい構成式に基づいた2次元FEM解析を実施し、人工軟岩を用いた模型試験の再現を試み、提案する解析手法の適応性を検証する。

キーワード：地層処分、人工軟岩、熱弾粘塑性構成式、モデル実験、長期安定性

1. はじめに

原子力発電後に発生する高レベル放射性廃棄物の処分方法として地下300m以深の安定な岩盤への地層処分が検討されているが、解決しなければならない問題が多く存在する。亀裂が少なく透水性の低い堆積軟岩は天然バリアの候補であるが、堆積軟岩を天然バリアとして地層処分を行う場合、高レベル放射性廃棄物からの発熱により周辺地盤の長期安定性が脅かされることが懸念されている。人工バリアに関する研究が多くなされているが、天然バリアに関する研究はまだ十分とは言えず、処分場周辺地盤への温度の影響を定量的に評価できる解析手法の確立が必要とされている。本研究では、熱連成トンネル模型試験と、新しく提案された「構造・密度効果を考慮した熱弾粘塑性構成式」に基づく2次元FEM解析を実施することにより、解析手法の妥当性について検証する。モデル実験を実施するにあたって、既往の研究を参考に人工軟岩を用いるため、まずは要素試験として異なる温度環境下における三軸圧縮・クリープ試験を実施し、材料特性を把握する。次に要素試験で得られたデータに基づき、要素シミュレーションにより、人工軟岩の材料パラメータを決定する。その後、人工軟岩を用いたトンネル模型試験とそのFEM解析による再現を実施し、新しい提案した構成式に基づく数値解析手法の境界値問題への適用性を検証する。

2. 構造・密度効果を考慮した軟岩の熱弾粘塑性構成式

本節では新しく提案した、構造・密度効果を考慮した軟岩の熱弾粘塑性構成式の概要について述べる。本構成式では、温度変化に起因する等価応力³⁾の概念を用いる。また、地盤材料の熱環境下における多くの実験で、温度が上昇すると初期圧密降伏応力と構造が減少することが確認されることから、構造および過圧密に関する状態変数に温度の影響を適切に評価するために、新たな温度依存性パラメータを導入した。

2.1 等価応力の概念

等価応力の概念は zhang and Zhang¹⁾により提案されており、その基本概念を簡単に紹介する。平均有効主応力 s_m の下、温度が q_0 から q に変化した場合発生した弾性体積ひずみは De_v^{eq} である。一方、平均有効主応力 s_m の増分 Ds_m が引き起こす弾性体積ひずみは De_v^e である。もし De_v^{eq} と De_v^e が等しくなると、温度増分 $(q - q_0)$ と応力増分 Ds_m が材料にもたらす体積ひずみの効果が同様となり、これが等価の意味である。その時の応力増分 Ds_m (あるいは Ds_m^e) は温度変化による等価応力増分を言う。その概念を図-1に示す。

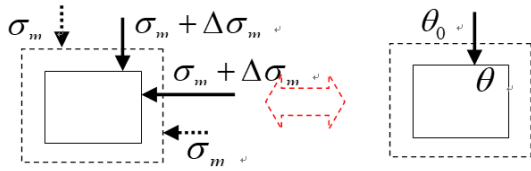


図-1 温度変化による等価応力増分の概念

凍土を除けば通常考えられる土の温度範囲は 0~100°C として、参考温度 q_0 を地球の平均温度である 15°C とする。従って温度変化による弾性体積ひずみ $De_v^{e\theta}$ は次式で表される：

$$De_v^{e\theta} = 3a_t(q - q_0) \quad (1)$$

ここに、 a_t は材料的熱線膨張係数であり、土質力学では圧縮を正とする。従って a_t は負の値を取る。

一方、温度変化による等価応力増分により生み出した弾性体積ひずみは次式で表される：

$$De_v^e = \frac{k}{1+e_0} \ln \frac{s_m + Ds_m}{s_m} \quad (2)$$

ここに、 De_v^e 等価応力の変化がもたらした弾性体積ひずみ増分である、 s_m は現時点の実平均有効主応力で、 k は膨潤指数である。 e_0 は参考応力(本研究では 98kPa の値を取っている)時の間隙比である。温度変化による等価応力増分の定義より、 $De_v^{e\theta} = De_v^e$ が成り立つことで、式(1)、(2)により、下記の等価応力を求めることができる。

$$s_{ij} = s_m \exp \frac{e\dot{3}a_t(q - q_0)(1+e_0)}{\dot{e}k} \dot{u}_{ij} \quad (3)$$

2.2 構造・密度効果を考慮した軟岩の熱弾粘塑性構成式の誘導

まず、図-4 に、 t_{ij} 応力空間²⁾にある下負荷面 f_s ³⁾、正規降伏面 f 、上負荷面 f_u ⁴⁾の各降伏関数を示す。図-4にある各記号の意味は以下に示すとおりである：

- t_N : 平均応力
 - t_S : 偏差応力
 - t_{N0} : 初期の平均応力
 - t_{N1} : f_s 上かつ $t_S=0$ での平均応力
 - t_{N1e} : f 上かつ $t_S=0$ での平均応力
 - t_{N1S} : f_s 上かつ $t_S=0$ での平均応力
- である。ここで、下負荷面理論の式

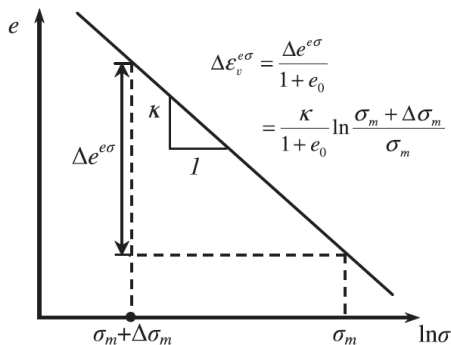


図-2 実応力のみで引き起こす体積ひずみ

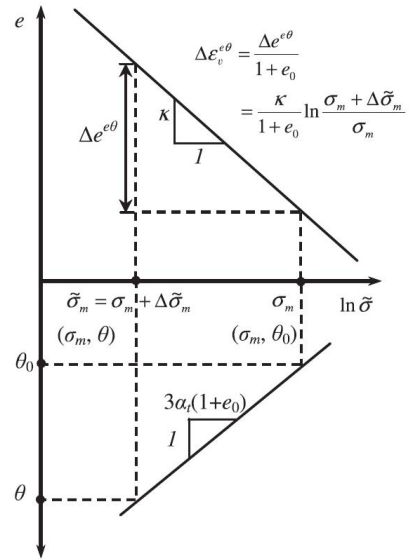


図-3 温度変化で引き起こす体積ひずみ

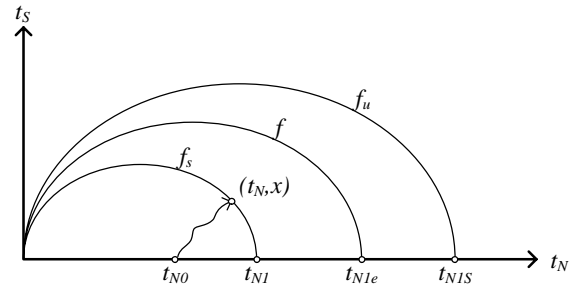


図-4 各降伏面の概念

下負荷面 f_s は下記の式で表される。

$$f_s = \ln \frac{t_N}{t_{N1}} + Z(x) = 0 \quad (4)$$

上式を下記のように書き換える。

$$f_s = \ln \frac{t_N}{t_{N0}} + Z(x) - \ln \frac{t_{N1}}{t_{N0}} = 0 \quad (5)$$

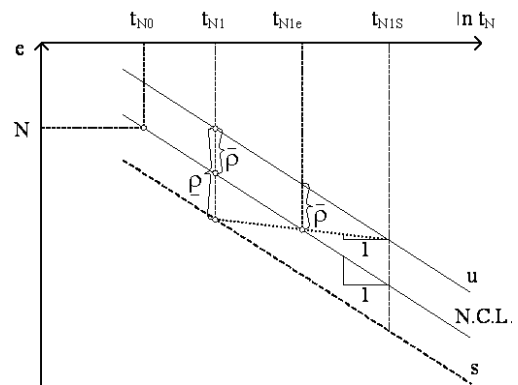


図-5 $e - \ln t_N$ 関係

図-5 より、次式が得られる、

$$r = -(l - k) \ln \frac{t_{N1}}{t_{N1S}} = -(l - k) \ln R, R = \frac{t_{N1}}{t_{N1S}} \quad (0 \leq R \leq 1) \quad (6)$$

$$\bar{r} = -(l - k) \ln \frac{t_{N_{1e}}}{t_{N_{1s}}} = -(l - k) \ln R^*, R^* = \frac{t_{N_{1e}}}{t_{N_{1s}}}, (0 \leq R^* \leq 1) \quad (7)$$

ここに、 R は図-5 に示すように上負荷面に対する下負荷面の相似比であるが、土質力学でよく用いられる過圧密比と下記の関係がある。従来の OCR の定義により、

$$OCR = \frac{t_{N_{1e}}}{t_{N_1}} = \frac{R^*}{R} \quad (8)$$

となる。従って、 R と R^* は式(8)のような関係で結ばれる。なお N は参考間隙比といい、ある参考平均応力 t_{N_0} に対応する間隙比である。

多くの地盤材料の熱環境下の実験で観察された事実として、温度が上昇すると初期圧密降伏応力と構造が減少する現象が挙げられる。これらの効果を考慮するために、温度の効果を考慮した初期圧密降伏応力 $\%_{N_{1e}}$ と高位構造の降伏応力 $\%_{N_{1s}}$ を次式で表す：

$$\%_{N_{1e}} = t_{N_{1e}} \exp \frac{\dot{\epsilon} 3a_t (q - q_0)(1 + e_0)}{\dot{\epsilon}} \frac{\dot{\epsilon}}{k} \quad (9)$$

$$\%_{N_{1s}} = t_{N_{1s}} \exp \frac{\dot{\epsilon} 3a_t (q - q_0)(1 + e_0)}{\dot{\epsilon}} \frac{\dot{\epsilon}}{k} \quad (10)$$

以上の式より、温度効果を考慮した状態変数 \mathcal{R} と \mathcal{R}^* は下記のように定義される：

$$\mathcal{R} = \frac{t_{N_1}}{\%_{N_{1s}}}, \quad \mathcal{R}^* = \frac{\%_{N_{1e}}}{\%_{N_{1s}}} = R^* \quad (11)$$

すなわち、構造に関する状態変数 \mathcal{R}^* は温度効果を受けないこととしている ($\mathcal{R}^* = R^*$)。これらの結果を用いて式(5)を書き直すと、

$$f = \ln \frac{t_N}{t_{N_0}} + z(x) - \ln \frac{\%_{N_{1e}}}{t_{N_0}} - \ln \frac{t_{N_1}}{\%_{N_{1s}}} + \ln \frac{\%_{N_{1e}}}{\%_{N_{1s}}} = 0 \quad (11)$$

となる。また体積ひずみ e_v^p も、

$$e_v^p = \frac{l - k}{1 + e_0} \ln \frac{\%_{N_{1e}}}{t_{N_0}} = C_p \ln \frac{\%_{N_{1e}}}{t_{N_0}}, \quad C_p = \frac{l - k}{1 + e_0} \quad (12)$$

式(11)は下記に書き換えられる、

$$f = \ln \frac{t_N}{t_{N_0}} + z(x) - \frac{1}{C_p} (e_v^p + C_p \ln \mathcal{R} - C_p \ln R^*) = 0 \quad (13)$$

さらに f_s を、

$$f_s = \ln \frac{t_N}{t_{N_0}} + z(x) \quad (14)$$

と仮定すると、式(13)は次式になる、

$$f = f_s - \frac{1}{C_p} (e_v^p + C_p \ln \mathcal{R} - C_p \ln R^*) = 0 \quad (15)$$

これを全微分すると、

$$df = df_s - \frac{1}{C_p} (de_v^p + C_p \frac{d\mathcal{R}}{\mathcal{R}} - C_p \frac{dR^*}{R^*}) = 0 \quad (16)$$

となる。また、

$$s_{ij} = E_{ijkl} [de_{kl} - de_{kl}^p] \quad (17)$$

を考慮すると、

$$\begin{aligned} df_s &= \frac{\mathcal{V}_s}{\mathcal{V}_s} ds_{ij} = \frac{\mathcal{V}_s}{\mathcal{V}_s} E_{ijkl} [de_{kl} - de_{kl}^p] \\ &= \frac{\mathcal{V}_s}{\mathcal{V}_s} E_{ijkl} de_{kl} - \frac{\mathcal{V}_s}{\mathcal{V}_s} E_{ijkl} \frac{\mathcal{V}_f}{\mathcal{V}_t} L \end{aligned} \quad (18)$$

$d\mathcal{R}$, dR^* にはそれぞれ以下の発展式を採用する：

$$d\mathcal{R} = -m_R \mathcal{R}^{C_n \ln(1+t/t_1)} \ln \mathcal{R} \frac{1}{C_p} \frac{L}{\%_N} - h(t) \mathcal{R} \quad (19)$$

$$dR^* = -m_R R^* (1 - R^*) \frac{1}{C_p} \frac{L}{\%_N} \quad (20)$$

ただし、

$$h(t) = \mathcal{L}_0 (1 + t/t_1)^{-a} \quad (21)$$

であり、無次元の時間関数である。 L は次式で求められる、

$$L = \frac{\frac{\mathcal{V}_s}{\mathcal{V}_s} E_{ijkl} de_{kl} + \frac{h(t)}{C_p}}{\frac{\mathcal{V}_s}{\mathcal{V}_s} E_{ijkl} \frac{\mathcal{V}_f}{\mathcal{V}_t} + \frac{h^p}{C_p}} \quad (22)$$

ここに、

$$h^p = \frac{\mathcal{V}_s}{\mathcal{V}_t} - \frac{1}{1} m_R \frac{\ln \mathcal{R}}{\mathcal{R}} \mathcal{R}^{C_n \ln(1+t/t_1)} + m_R (1 - R^*) \frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_0} \frac{1}{\%_N} \quad (23)$$

である。本構成式に 10 個の材料パラメータが含まれている。異なる温度環境下の三軸圧縮・クリープ試験によりその値を決めることが出来る。

3. 人工軟岩の材料特性

本研究では、模型地盤材料として既往の研究²⁾を参考に人工軟岩を用いる。人工軟岩は軟岩の特徴的な挙動（ひずみ軟化やひずみ速度効果、クリープなど）を模擬することができ、作製が容易で試料のばらつきが少ないという特徴を持つ。表-1 にその配合比を示す。養生期間は別途実施の一軸圧縮試験結果より 1 週間とした。

表-1 人工軟岩の配合比

配合比 (重量比)	固化材	添加材	水	遅延剤
	石膏 (A 級)	珪藻土		クエン酸三ナトリウムニ水和物
	1.0	0.75	1.0	0.010

人工軟岩の要素レベルでの挙動を把握するために、セル内の温度制御が可能な高温中容量三軸試験機（温度制御 90℃まで、拘束圧 10MPa）を用いて、異なる温度環境下で三軸圧縮試験および三軸クリープ試験を実施した。なお、本試験機は、不飽和試料である人工軟岩の体積ひずみを計測することを目的として、セル内にインナーチャンバーを設置した。三軸圧縮試験の試験条件を表-2 に示す。拘束圧 0.1MPa、0.3MPa のもとで、20℃、40℃、60℃の温度条件を設定した。また、ひずみ速度効果を調べるために、載荷速度の異なる試験も拘束圧 0.1MPa、20℃の温度の条件下で実施した。三軸クリープ試験の試験条件を表-3 に示す。拘束圧、温度条件は三軸圧縮試験と同様である。応力制御によりクリープ荷重まで載荷した後、荷重を保持する。

クリープ試験载荷仮定での载荷速度は三軸圧縮試験の载荷速度と同様に設定した。クリープ荷重は全拘束圧において、60℃の三軸圧縮試験で得た最大軸差応力の95%に設定した。また、試料全体の温度を均一になるように、環境温度は载荷開始前に10時間以上与えた。

表-2 三軸圧縮試験の試験条件

Case No.	拘束圧 [MPa]	温度 [°C]	载荷速度 [%/min]
1	0.1	20	0.01
2			0.1
3			1
4	0.3	40	0.1
5		60	
6		20	
7	0.3	40	0.1
8		60	

表3 三軸クリープ試験の試験条件

Case No.	拘束圧 [MPa]	温度 [°C]	载荷速度 [MPa/min]	クリープ荷重 [MPa]
C1	0.1	20	0.17	1.48
C2		40		
C3		60		
C4	0.3	20	0.17	1.81
C5		40		
C6		60		

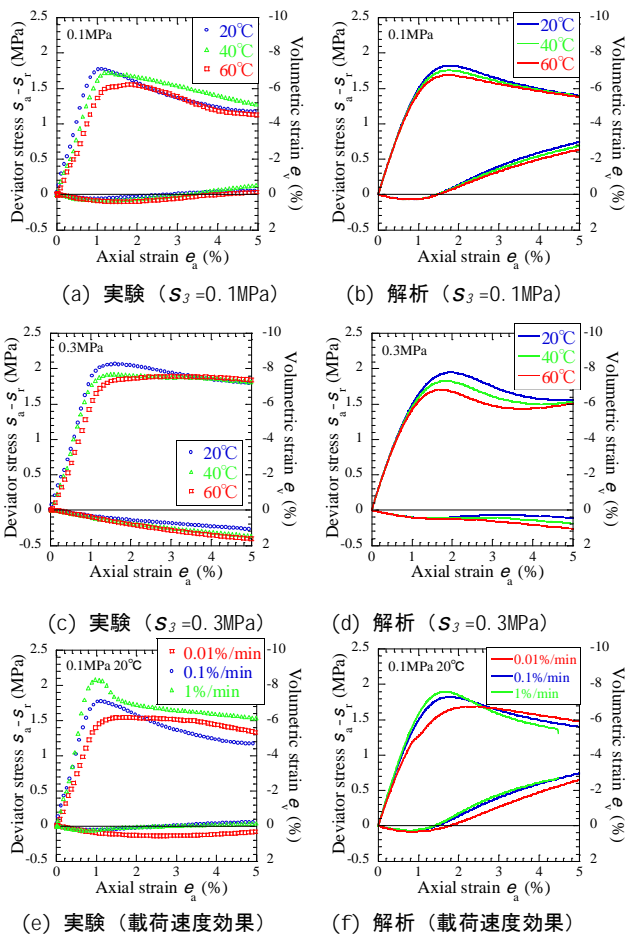


図-1 異なる温度・载荷速度の環境下での三軸圧縮試験結果とその要素シミュレーション

三軸圧縮試験の応力・ひずみ関係を図-1に示す。軟岩の特徴であるひずみ軟化が確認できる。また、拘束圧の上昇に伴い軟化が緩やかになり、それに対応して体積ひずみは膨張傾向から圧縮傾向に転じる。大谷石などの自然堆積軟岩（凝灰岩、Green tuff）では温度が上昇するとピーク強度が低下することが確認されているが、本研究で用いた人工軟岩においてもその傾向が見られる。载荷速度の違いに着目すると、軸ひずみ速度が速くなるほどピーク強度が上昇し、明瞭なピーク値を示していることがわかる。

次に、三軸クリープ試験の軸ひずみ速度・時間関係を図-2に示す。軸ひずみ速度が減少する遷移クリープ過程、一定速度を保つ定常クリープ過程を経て急激に軸ひずみ速度が増加する加速クリープ過程を確認した。また、温度の上昇によりクリープ破壊時間が短縮する傾向を示した。以上の結果より、本研究で使用する人工軟岩は軟岩の特徴的な挙動を模擬できることが確認でき、模型地盤に使用する材料として適切であるといえる。

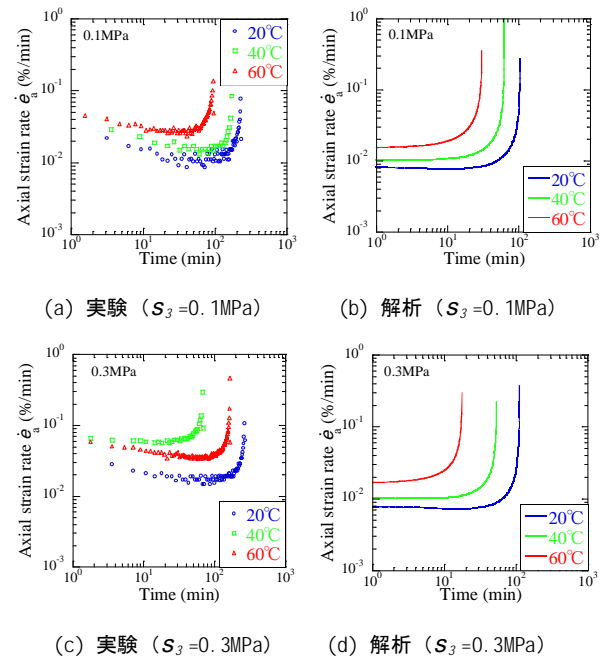


図-2 異なる温度環境下での三軸クリープ試験結果とその要素シミュレーション

4. 要素シミュレーション

本研究で提案する構造・密度効果を考慮した軟岩の熱弾粘塑性構成式の妥当性を検証するため、人工軟岩の要素試験データを用いて、要素シミュレーションを実施した。解析で使用するパラメータを表-4に示す。比較しやすのために、要素シミュレーションの結果を図1および図2に平行して示す。

これらの比較図より、解析結果は実験結果を概ね表現できていることがわかる。構造の概念を導入したことにより、拘束圧0.3MPaで見られる軟化しながら圧縮する挙動を表現することができた。温度の効果やひずみ速度効果も良く

表現できているが、拘束圧 0.1MPa の解析結果は実験結果と比較して体積膨張をやや過大に評価しており、今後の課題である。以上より、提案する構成式は数少ないパラメータ（温度に関するパラメータはわずか 1 個しか使用しない）で温度効果を含めた軟岩の挙動を統一的に表現することが可能となり、その適用性も確認できた。

表 4 解析パラメータ一覧

パラメータ	値
ポアソン比 ν	0.37
参考間隙比 e_N	1.05
ヤング係数 E [kPa]	225000
極限応力比 R_f	12.05 ($s_3=0.1\text{MPa}$) 6.90 ($s_3=0.3\text{MPa}$)
塑性圧縮膨潤指数 $l-k$	0.079
二次圧密係数 a	0.53
時間依存性パラメータ C_n	0.086
ポテンシャル形状パラメータ b	1.5
過圧密消散パラメータ m_R	0.88
構造喪失パラメータ m_R^*	3.50
初期過圧密比 R_0	0.029 ($s_3=0.1\text{MPa}$) 0.035 ($s_3=0.3\text{MPa}$)
初期構造 R_0^*	0.430 ($s_3=0.1\text{MPa}$) 0.165 ($s_3=0.3\text{MPa}$)
線膨張率 α_T [$^{\circ}\text{C}$]	8.0×10^{-5}

5. 人工軟岩を用いたトンネル模型試験および 2 次元 FEM による再現解析

地層処分により周辺岩盤の長期安定性のある程度把握すると同時に、それを定量的に評価するための解析手法の提案および検証を目的として、人工軟岩を用いたトンネル模型試験を実施した。トンネル模型と載荷装置を図 3 に示す。トンネル模型の寸法は、高さ 500mm、幅 500mm、奥行き 150mm であり、中心部にトンネルとして直径 100mm の円孔を設けた。各種計測機器の設置箇所を図 4 に示す。試験中、カンチレバ型変位計によりトンネル壁面の変位を、ロゼットゲージにより模型供試体表面の偏差ひずみを、白金測温抵抗体により模型地盤内各位置の温度をそれぞれ計測した。

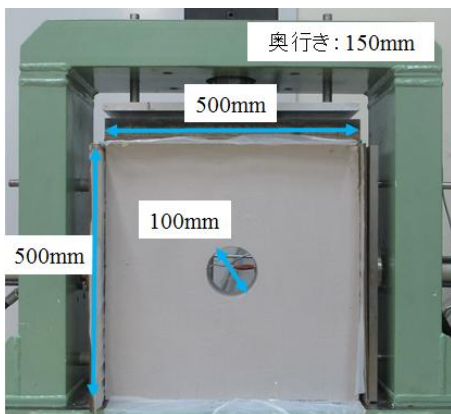


図 3 トンネル模型と載荷装置

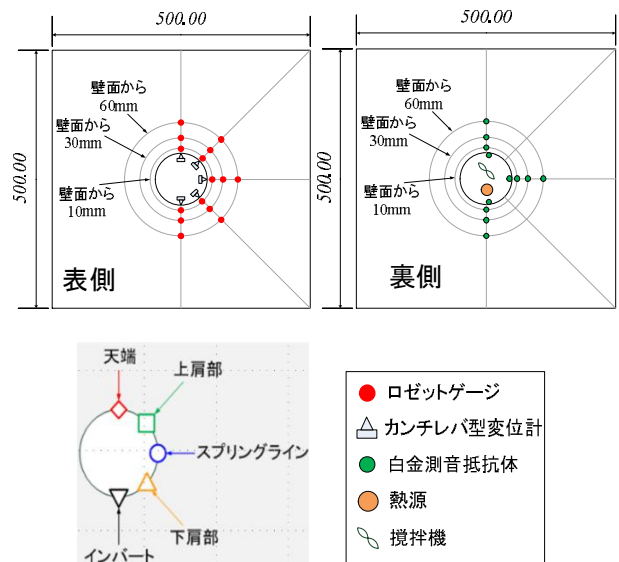
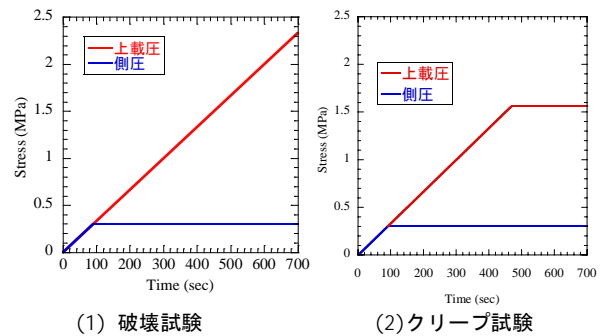


図 4 計測機器の設置箇所及び壁面各位置の名称



(1) 破壊試験 (2) クリープ試験

図 5 モデル試験の載荷経路

表 5 トンネル模型試験の試験ケース

Case No.	実験の種類	壁面の温度 [$^{\circ}\text{C}$]
1	破壊試験	20
2		60
3	クリープ試験	20
4		60

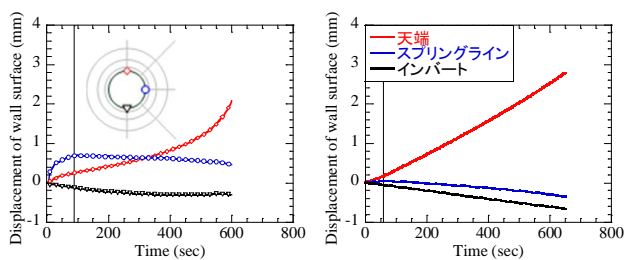
表 6 トンネル模型試験の載荷過程

実験の種類	ステージ 1	ステージ 2
破壊試験	側圧、上載圧ともに 0.2MPa/min で 0.3MPa まで等方載荷	側圧を 0.3MPa で保持しながら上載圧を 0.2MPa/min で模型全体が破壊するまで載荷する
クリープ試験	側圧、上載圧ともに 0.2MPa/min で 0.3MPa まで等方載荷	側圧を 0.3MPa で保持しながら上載圧を 0.2MPa/min で破壊試験で得られた最大荷重の 95% まで載荷した後、保持する

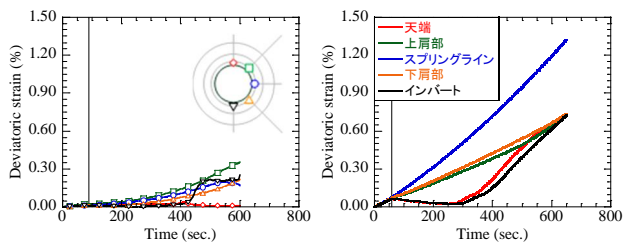
トンネル内を加温する場合は円孔内にカートリッジヒーターを設置する。尚、トンネル壁面を一律な温度を与えるために、紙製の小型ファンを設置して、トンネル内の空気を攪拌することで、均一な温度場を確保することができた。

5.1 破壊試験

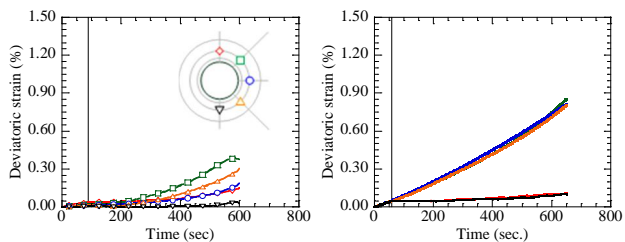
トンネル模型破壊試験の荷重経路を **図 5(1)** に、試験条件および荷重経路を **表 5、6** にそれぞれ示す。温度 60°C の試験 (Case2) の場合はステージ 1 の荷重前にヒーターにより加温し電圧調整器で温度調節することでトンネル壁面を 60°C で保持し、地盤内の温度変化が落ち着いた後に荷重を開始した。Case1 の試験結果を **図 6** に、Case2 の試験結果を **図 7** に示す。両ケースともに壁面は天端が収縮方向、インバートが壁面拡大方向に変位する。また、偏差ひずみは上下肩部で卓越し、スプリングラインでは壁面から遠ざかるに連れて小さくなる。天端、インバートでは偏差ひずみは小さい。模型破壊時の上載圧は Case1 では 1.99MPa、Case2 では 1.91MPa であり、壁面を加温するとより小さな上載圧で模型が破壊することが確認された。



(a) トンネル壁面の変位



(b) 壁面から 10mm の偏差ひずみ

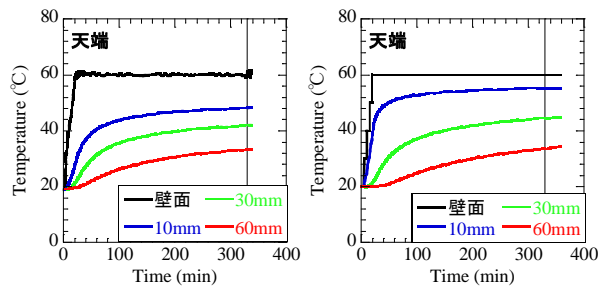


(c) 壁面から 30mm の偏差ひずみ

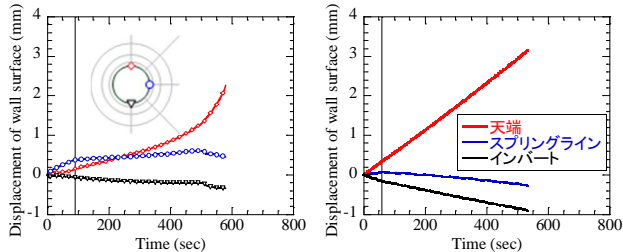
(左：実験 右：解析)

図 6 Case1 (20°C破壊試験) の結果比較

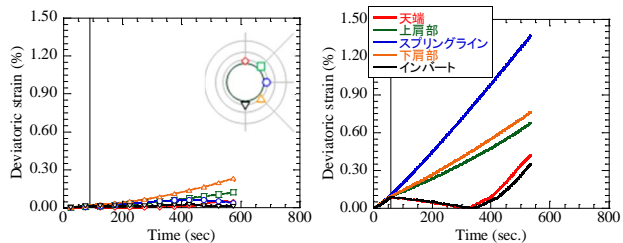
熱・水・土・空気連成 FEM プログラム「SOFT」⁹⁾を用いて 2次元 FEM 解析によるトンネル模型試験の再現を試みた。土の構成モデルは上記で提案した熱弾粘塑性構成式を用いた。また、本解析では土水連成解析は実施しない。使用する解析メッシュを **図 8** に示す。解析メッシュは 861 節点、800 要素により構成されており、境界条件はトンネル半断面の下端面の節点を鉛直方向に固定、右側面の節点を水平方向固定に設定する。また、温度境界として、トンネル壁面の節点に所定の温度を設定する。荷重経路



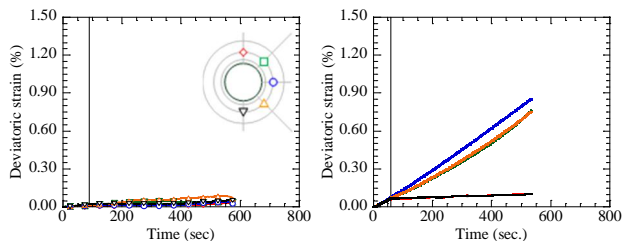
(a) 模型内温度の時刻歴 (天端)



(b) トンネル壁面の変位



(c) 壁面から 10mm の偏差ひずみ



(d) 壁面から 30mm の偏差ひずみ

(左：実験 右：解析)

図 7 Case2 (60°C破壊試験) の結果比較

は実験と同様であるが、解析では計算の安定性を考慮して、初期状態を 0.1MPa 等方荷状態とした。使用するパラメータは、要素シミュレーションにおいて拘束圧 0.1MPa の場合に用いたパラメータである。また、材料の比熱および熱伝導率は石膏のものを使用する。Case1 の解析結果を **図 6** に、Case2 の解析結果を **図 7** に示す。

解析結果は実験結果の壁面変位や偏差ひずみの挙動の傾向をある程度表現できている。壁面の変位は定量的に再現できている。また、提案する構成式に基づいた解析の結果、構造の概念を導入しない場合と比較して偏差ひずみの発生量が改善された (本文には過去の解析結果を載せてない)。Case2 の再現解析では模型地盤内の温度変化を良く再現できている。解析における破壊時の上載圧は Case1 では 2.27MPa、Case2 では 1.61MPa であり、実験結果と同様であり、温度が上がると、破壊上載圧が下がり、実験と同じ傾向を示すことは確認できた。

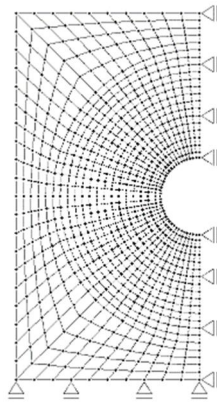
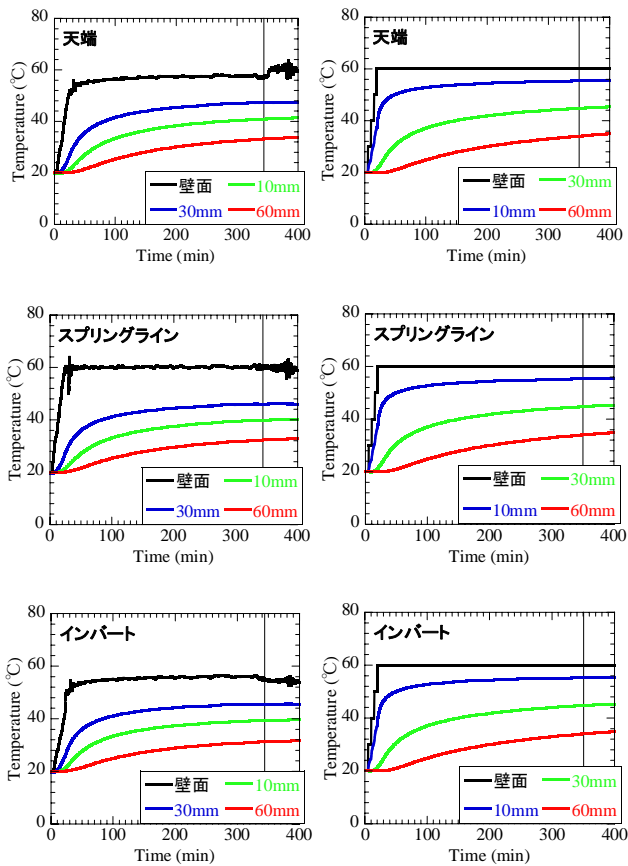


図8 解析メッシュ

5.2 クリープ試験

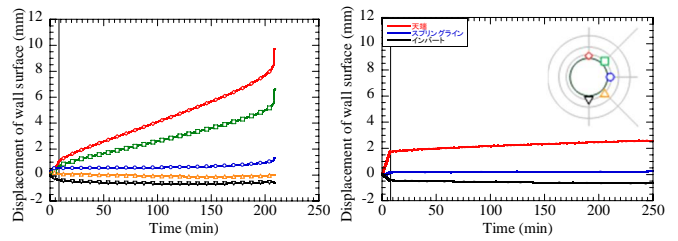
トンネル模型クリープ試験の荷重経路を図5(2)に、試験条件および荷重経路を表5、6にそれぞれ示す。FEMによる再現解析は、破壊試験と全く同じであり、すべての条件が試験と同様に設定した。また、解析に用いられるFEMメッシュも同様あり、図8に示すとおりである。

図9にトンネル周辺における温度の経時変化の実験と解析結果の比較を示す。解析は実験値を良く再現していることは見て取れる。

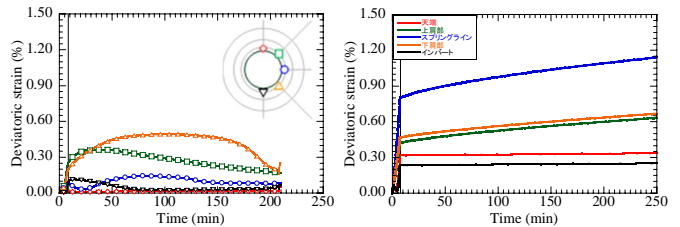


(左：実験 右：解析)

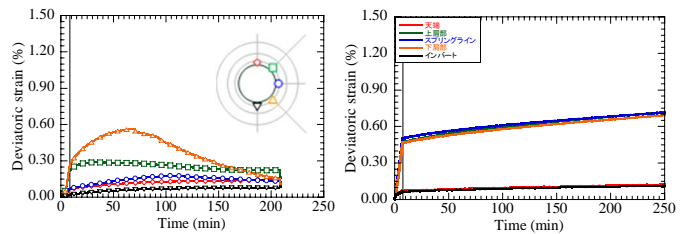
図9 Case4 (60°Cクリープ) の温度時刻歴結果の比較



(a) トンネル壁面の変位



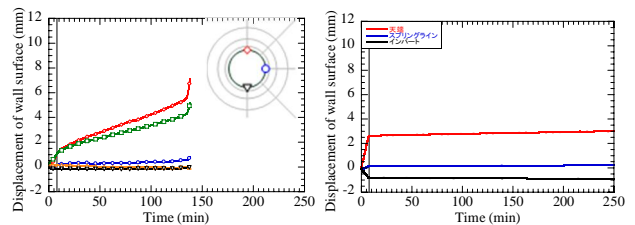
(b) 壁面から10mmの偏差ひずみ



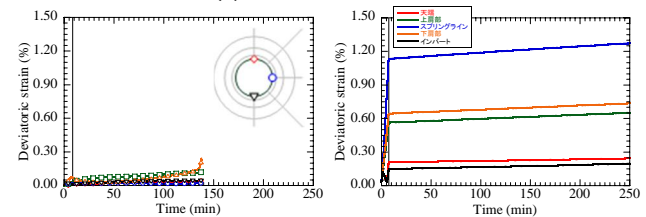
(c) 壁面から30mmの偏差ひずみ

(左：実験 右：解析)

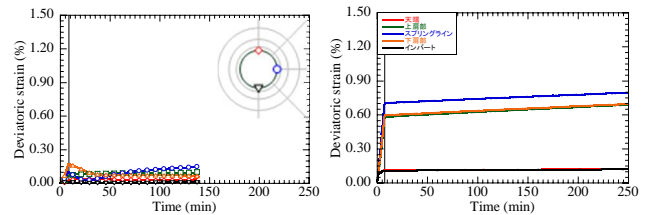
図10 Case3 (20°Cクリープ) の結果比較



(a) トンネル壁面の変位



(b) 壁面から10mmの偏差ひずみ



(c) 壁面から30mmの偏差ひずみ

(左：実験 右：解析)

図11 Case4 (60°Cクリープ) の結果比較

図 10 にトンネル周辺地盤の変形とせん断ひずみの実験・解析結果の比較 (20°Cクリープ) を示す。トンネル壁面変位については、各地点の大きさの順番と増加傾向は一致しているものの、程度の差はやはり大きい。また、せん断ひずみについても、解析はある程度実験結果を表現できるものの、誤差はかなり大きい。特に実験で見られた軟化によるひずみの再配分 (軟化によって経時変化に増加と減少が時系列的に起きている) が解析では全く見られず、今後の課題である。一方、クリープ破壊時間については、実験では 220min となっているが、解析では 9200min まで破壊が見られなかったため、解析はその時点で打ち切った。

図 11 にトンネル周辺地盤の変形とせん断ひずみの実験・解析結果の比較 (60°Cクリープ) を示す。トンネル壁面変位については、20°Cクリープのケースと同様な解析精度となっているが、偏差ひずみにおいては、解析結果が実験値より数倍大きく、明らかに過大に評価している。一方、クリープ破壊時間については、実験値の 135 min に対して、解析では 1090.6 min であった。クリープ破壊時間の予測は非常に難しいことは改めて認識した。その主な原因は、やはりモデル試験の 3 次元的力学挙動を無理矢理 2 次元解析で表現しようとしていることにある。ただし、温度が上昇すると、破壊時間が短くなる傾向は実験と解析でいずれも見られた。

6. まとめ

本研究では、異なる温度環境下で人工軟岩の三軸圧縮・クリープ要素試験、その力学特性をまず把握した。次に、構造・密度効果を考慮した熱弾粘塑性構成式を新たに提案し、その妥当性を要素試験で検証した。さらに人工軟岩を用いた熱連成地層処分トンネル模型試験を行い、モデル地盤の長期安定性を調べ、それと同時に、新しい構成式に基づいた 2 次元 FEM 解析も行い、モデル試験の再現を試み、提案する新しい解析手法の適用性を検証した。

以下の結論が得られた。

- 1) 異なる温度環境下での三軸圧縮試験・三軸クリープ試験を実施し、本研究で用いる人工軟岩が軟岩のひずみ軟化挙動、ひずみ速度効果、拘束圧依存性およびクリープ挙動や温度効果を模擬できることを確認できた。
- 2) 三軸圧縮試験・三軸クリープ試験により、新しく提案した構造・密度効果を考慮した熱弾粘塑性構成式を検証した。数少ないパラメータで温度効果を含めた軟岩の一連の挙動を概ね表現できることを確認できた。
- 3) 人工軟岩を用いた熱連成地層処分トンネル模型試験を実施した。その結果、温度が上昇すると、破壊試験においては破壊上載荷重が低くなり、また、クリープ試験においては、クリープ破壊時間が短くなることが確認できた。また、人工軟岩を用いたことで、モデル実験の再現性があることも確認できた。

- 4) 提案する構成式に基づいた 2 次元 FEM 解析により人工軟岩を用いたトンネル模型試験の再現を試みた。破壊試験においては、実験結果のトンネル壁面変位や偏差ひずみの発生の傾向、温度の影響をある程度表現できる。一方、クリープ試験においては、解析精度は破壊試験の再現解析精度に及ばず、今後の課題となる。ただし、温度が上昇すると、破壊時間が短くなる傾向は実験と同様である。また、クリープ破壊試験の解析精度の欠如に関する原因としては、やはりモデル試験の 3 次元的力学挙動を 2 次元解析で表現しようとしていることにあると考えられる。

参考文献

- 1) Zhang, S. and Zhang, F.: A thermo-elasto-viscoplastic model for soft sedimentary rock, *Soils and Foundations*, Vol.49, No.4, pp.583~596, 2009.
- 2) Nakai, T. and Mihara, Y. (1984): A new mechanical quantity for soils and its application to elastoplastic constitutive models, *Soils and Foundations*, Vol.24, No.2, 82-94.
- 3) Hashiguchi, K. and Ueno, M. (1977): Elastoplastic constitutive laws of granular material, *Constitutive Equations of Soils*, Pro. 9th Int. Conf. Soil Mech. Found. Engrg., Spec. Ses. 9, Murayama, S. and Schofield, A. N. (eds.), Tokyo, JSSMFE, 73-82.
- 4) Asaoka, A., Nakano, M. and Noda, T. (1998): Super loading yield surface concept for the saturated structured soils, *Proc. of the Fourth European Conference on Numerical Methods in Geotechnical Engineering-NUMGE98*, 232-242.
- 5) Xiong Y. L.: Thermo-Hydraulic-Mechanical-Air Coupling Finite Element Analysis and Its Application to Geotechnical Engineering Problems, 名古屋工業大学博士論文, 2014.

リーデルせん断の数値シミュレーションとせん断面の発生角度に関する一考察 Numerical simulation of Riedel shear and discussion on the angle of slip surfaces

山田翔太¹, 野田利弘², 豊田智大³, 山田正太郎⁴, 浅岡顕⁵

- 1 名古屋大学大学院・工学研究科・土木工学専攻・yamada.shota@f.mbox.nagoya-u.ac.jp
- 2 名古屋大学・減災連携研究センター
- 3 名古屋大学大学院・工学研究科・社会基盤工学専攻
- 4 名古屋大学大学院・工学研究科・土木工学専攻
- 5 地震予知総合研究振興会

概 要

横ずれ断層が変位すると、その直上に堆積した表層地盤の内部にはフラワー構造と呼ばれる花卉状のすべり面が複合的に形成され、地表面にはリーデルせん断帯と呼ばれる雁行亀裂が出現することが知られている。著者らはこれまでに、ジョグと呼ばれる断層線の不連続性を境界条件として考慮した弾塑性有限変形解析により、フラクタルなせん断帯や P-shear といった特徴的なせん断帯の生成過程が再現できることを示してきた。本稿では、フラワー構造の発達過程およびリーデルせん断帯の発生角度について議論するとともに、せん断帯の発生過程に及ぼす寸法効果についても検討する。

キーワード：横ずれ断層，リーデルせん断，フラワー構造，弾塑性，ジョグ

1. はじめに

1905年ブルネイ地震では、左横ずれ断層であるブルネイ断層の地表面において、明瞭な地表面の変状が出現したり。この断層地形は、地震発生から100年以上経っているにもかかわらず、モンゴル特有の乾燥気候や地下に存在する永久凍土の影響によって現在も風化せず残存している。

断層線上の地表面で確認された変状を図1に示す。同図より、同じスケールのバルジ（隆起）とデプレッション（陥没凹地）が等間隔で発生する様子が観察できる。このような地形は、横ずれ断層が不連続に配置する「ジョグ」と呼ばれる箇所が存在して発達したとされている。すなわち、図3奥側のように、ジョグが両側から引かれる場合には、引張応力場の下で正断層的に図4(a)のような負のフラワー構造が形成されて局所的な沈下（デプレッション）を生じる。これに対し、図3手前側のようにジョグが両側から押される場合には、圧縮応力場の下で逆断層的に図4(b)のような正のフラワー構造が形成されて局所的な隆起（バルジ）を生じる。構造地質学分野では、前者のような引張による変形場をプルアパート、後者のような圧縮による変形場をプッシュアップと呼ぶ。ジョグの存在は、地表地震断層の形成過程に重大な影響を及ぼすため、断層変位評価の観点で非常に重要である。それだけでなく、断層変位が長期に亘

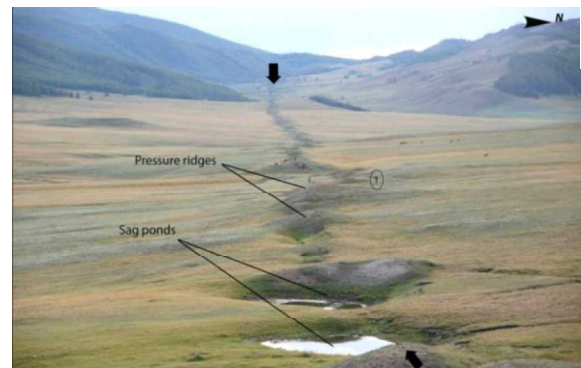
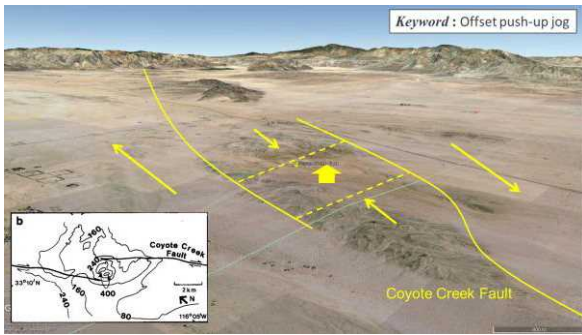


図1 ブルネイ地震で出現したバルジとデプレッション²⁾

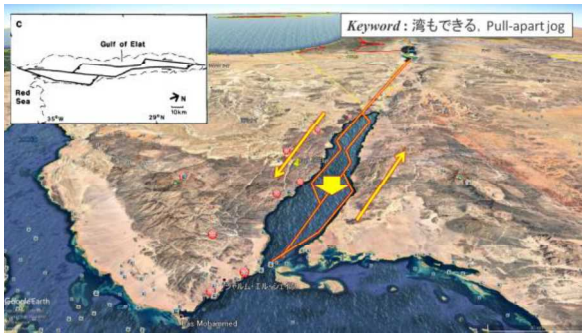
り累積することで形成される種々の断層変位地形の理解にもつながる。

図2は、前述したジョグを含む大規模な断層変位地形の例であり、同図(a)のコヨーテクリーク断層では、プッシュアップの変形場の下で緩やかな丘が形成されており、同図(b)のアカバ湾内の横ずれ断層系では、プルアパートの変形場の下で湾が形成されている。

これまでに著者らは、これらのプルアパートおよびプッシュアップを模擬した不連続な断層変位場（幾何不整）を境界条件として考慮した大規模3次元弾塑性有限変形解析を実施することで、横ずれ断層における局所的なジョグの存在に起因した付随断層構造の形成過程を数値解析的に再現できることを示してきた⁷⁾。本稿では特



(a) コヨーテクリーク断層^{3),4)}



(b) アカバ湾内の横ずれ断層系^{3),5)}

図2 ジョグに起因して生じる断層変位地形の例

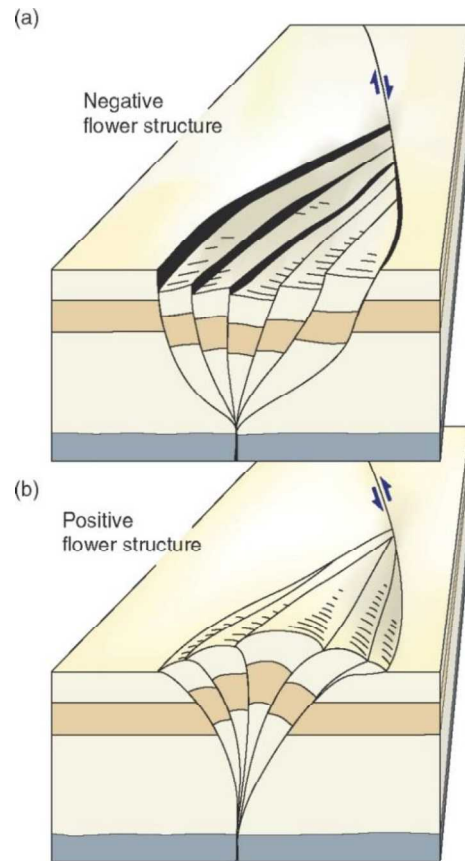


図4 フラワー構造⁶⁾

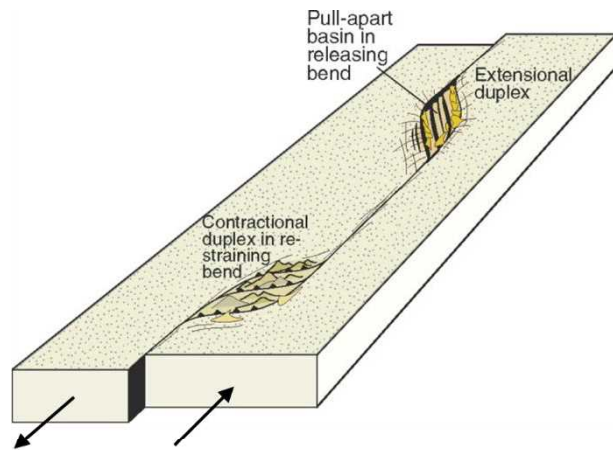


図3 横ずれ断層のジョグ⁶⁾

に、解析により解かれるフラワー構造の出現形態および角度について議論するとともに、付随断層構造の形成過程に及ぼす寸法効果について検討した結果を示す。

本稿の構成を以下に示す。2章では、著者らのこれまでの研究成果⁷⁾を紹介する。3章では表層地盤内のフラワー構造と地表面に出現するリーデルセン断帯の角度について、4章では寸法効果について議論する。最後に、5章では、本稿のまとめを示す。

2. これまでの研究成果⁷⁾

解析には、骨格構造概念に基づく土の弾塑性構成式 SYS Cam-clay model⁸⁾を搭載した静的/動的水～土骨格連成有限変形解析コード **GEOASIA**⁹⁾を用いる。なお、

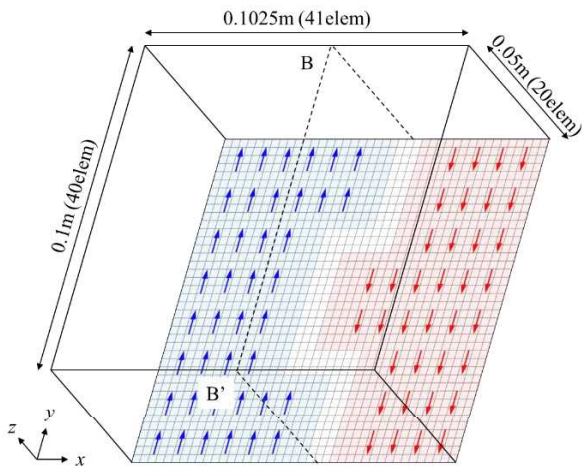
本解析で用いる手法は二相系連成解析にも対応しているが、本稿では一相系条件での解析について述べる。

2.1 有限要素メッシュと境界条件

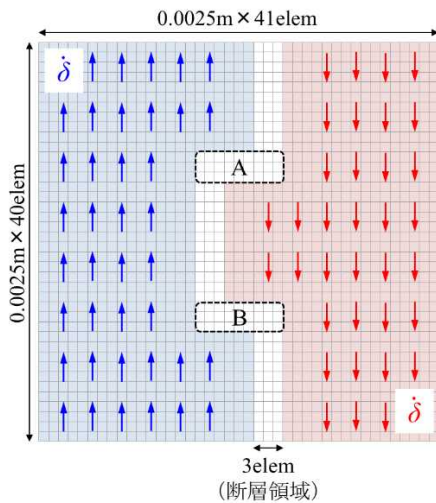
図 5(a) のように、 y 軸方向を横ずれ断層の走向方向にとる 3 次元直方体メッシュ (要素数: 32800) を用いた。模型底面においては、鉛直変位を拘束した上で、図 5(b) に示すような屈曲した断層領域を設定し、その両側の節点に y 方向の強制変位 (変位速度: $\delta = 10^{-6} \text{m/s}$) を与えることで、領域 A では引き離されてプルアパートの応力場が、領域 B では圧縮されてプッシュアップの応力場がそれぞれ表現されることとなる。側面については、 $x-z$ 面では周期境界を設定し、 $y-z$ 面では摩擦なし条件を与えた。

2.2 材料定数と初期条件

SYS Cam-clay model の材料定数は、既往の解析事例^{7),10)}を参照し、表 1 の通り設定する。初期状態は、土の骨格構造のうち過圧密のみを考慮し、一様に間隙比 ($e_0=0.57$) を与えた。この時の初期状態分布を図 6 に示す。また、このような条件の下で、SYS Cam-clay model は三軸排水せん断時に図 7 のような応答を示す。すなわち、材料は比較的小さなひずみ領域で膨張に転じる超過圧密土である。ピーク強度発現後の著しい軟化を示す材料パラメータを設定することで、岩盤材料の脆性的な応答を模擬した。



(a) 有限要素メッシュ



(b) 模型底面の境界条件

図5 解析模型

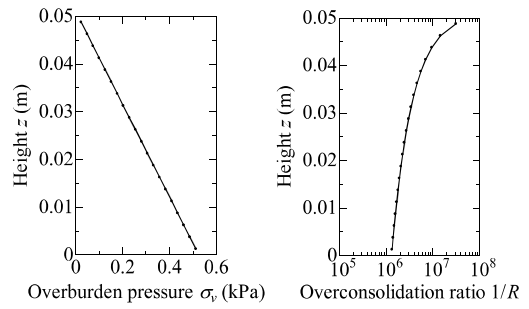
表1 材料定数

＜弾塑性パラメータ＞	
圧縮指数 λ	0.0150
膨潤指数 k	0.0002
限界状態定数 M	1.0
NCLの切片*N	1.7
ポアソン比 ν	0.30
＜発展測パラメータ＞	
正規圧密土化係数 m	2.0
＜物性値＞	
土粒子の密度 ρ^s	2.65g/cm ³

* せん断応力 $q=0$ 有効応力 $p'_0 = 98.1kPa$ における練返し粘土のNCL上の比体積

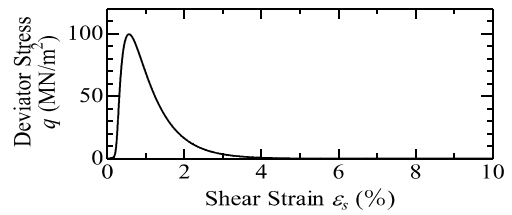
2.3 解析結果

図-5に示した模型について、解析終了段階におけるせん断ひずみ分布を図-8(a)に示す。また、この模型寸法を要素数は変えずにy軸方向に2倍、3倍に拡大することによりプッシュアップとプルアパートの間隔を変えた模型の解析結果を同図(b), (c)にそれぞれ示す。

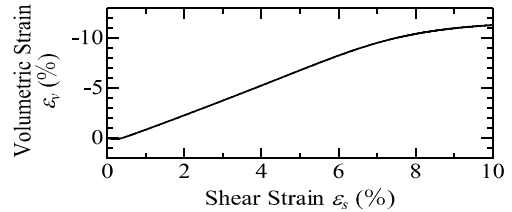


(a) 鉛直土被り圧分布 (b) 過圧密比分布

図6 初期状態



(a) せん断応力-せん断ひずみ関係



(b) 体積ひずみ-せん断ひずみ関係

図7 三軸排水せん断時の応答

等倍模型について、図-8(a)のようにプッシュアップ側の地表面においてせん断帯の出現が確認できる。そして、同図のせん断帯は、緑色で示された大域的なせん断帯が赤色で示された局所的な雁行状のひずみを内包する「フラクタル」な形態をとっている(走行方向に「周期境界」を入れた計算であるため、緑色の大域的なせん断帯は模型の手前側と奥側に周期的に連なる)。

2倍模型について、図-8(b)の地表面の変状を見ると、不連続に連なるリーデルせん断を互いに接続するように伸びるせん断帯が、図-9のようにリーデルせん断とは逆向きに、かつ二次的に形成されていることがわかる。Naylor et al.は模型実験において同様の現象を確認しており、これを「P-shear」と呼んでいる¹¹⁾。上田もまた模型実験により同様の現象を確認しているが、P-shearは乾燥砂地盤には出現せず、模擬岩盤においてのみ形成されることを確認している¹²⁾。したがって、このようにP-shearが数値解析的に再現されたのは、構成式で材料の脆性的な挙動を精緻に考慮したためであると考えられる。

3倍模型について、図-8(c)をみると、プルアパート側の地表面では走向方向に対して高角のせん断帯が引張応力の下で主動的に形成され、プッシュアップ側の地表面では走向方向に対して低角のせん断帯が圧縮応力の下で受動的に形成されることが確認された。

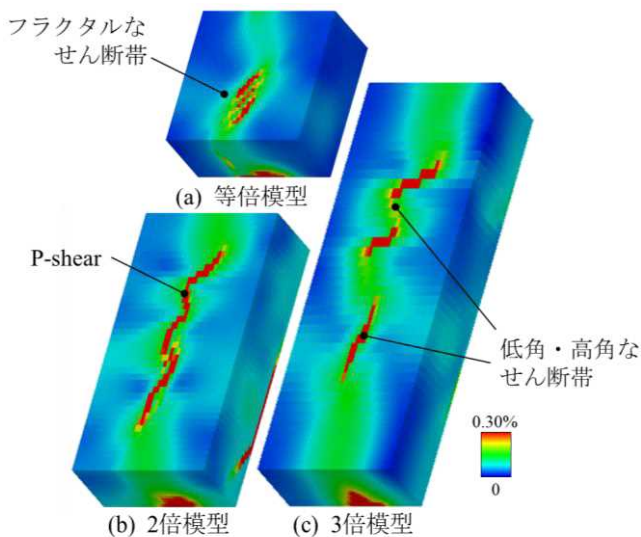


図8 せん断ひずみ分布⁷⁾

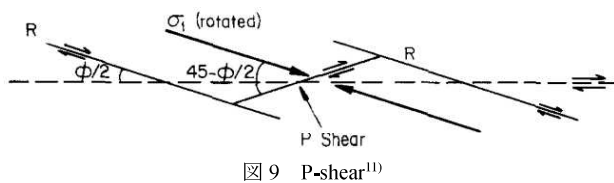


図9 P-shear¹¹⁾

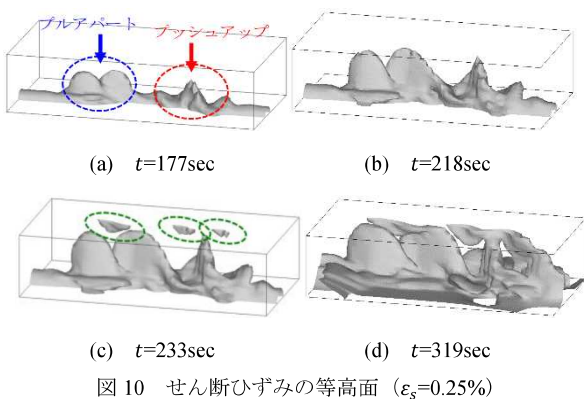


図10 せん断ひずみの等高面 ($\epsilon_s=0.25\%$)

以上のように、ジョグの存在を考慮した数値解析により、フラクタルなせん断帯、P-shear、低角・高角なせん断帯といった、特徴的な付随断層の出現形態が解かることを明らかにした。なお、これらの変状は Noda et al. の「材料不整」を入れた解析¹³⁾においては確認されておらず、ジョグの存在を考慮しなければ出現し得ない変状であると考えられる。

3. フラワー構造とせん断帯の角度に関する議論

3.1 フラワー構造に関する議論

代表的に図-8(b)の2倍模型のケースについて、フラワー構造の発達過程を図-10に示す。同図のフェーズ(a)~(b)にかけて、プッシュアップ側では1枚のすべり面が鉛直方向に延伸してゆくのにに対し、プリアパート側ではジョグを挟んで2枚のすべり面が花卉状に発達してゆ

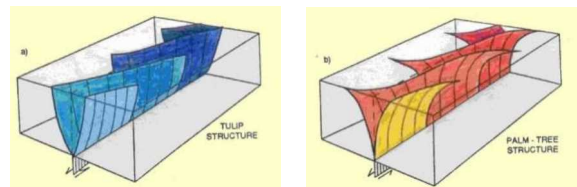


図11 チューリップ構造とパームツリー構造¹⁴⁾

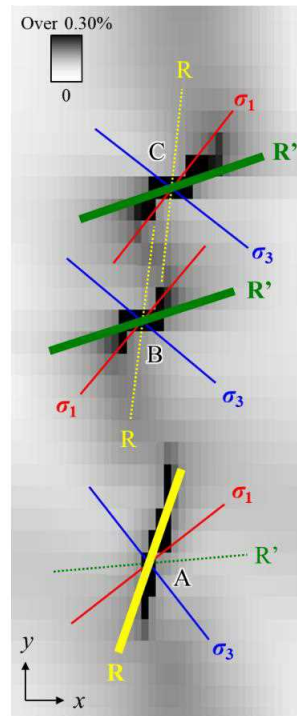


図12 3倍模型の地表面における主応力方向

表2 内部摩擦角より予測されるR-shear, R'-shearの角度

	主応力方向		せん断の方向	
	σ_1	σ_3	R-shear	R'-shear
A	52.4	-37.6	19.7	85.1
B	40.2	-49.8	7.4	72.9
C	38.8	-51.2	6.1	71.6

※ 走向方向に対する時計回りの角度(deg)を表す

く。その後フェーズ(c)では、フェーズ(b)で深部から延伸したすべり面が地表面近傍まで到達すると同時に、地表面側からもせん断ひずみが局所的に出現する。この現象は低拘束圧条件下での splay 現象に類似している。最終フェーズ(d)では、これらのすべり面が互いに結合し、複合的・三次元的なすべり構造が形成される。

一般にフラワー構造は、プリアパート側(トランステーション場)では、図-11(a)のように起点から水平に広がるチューリップ構造になり、プッシュアップ側(トランスプレッション場)では、図-11(b)のように起点から鉛直に伸びるパームツリー構造になると言われているが¹¹⁾、図-10のフェーズ(a)~(b)からも分かるように、解析結果はこのような断層近傍での変形初期におけるすべり面の進展の仕方の特徴の違いをよく捉えている。

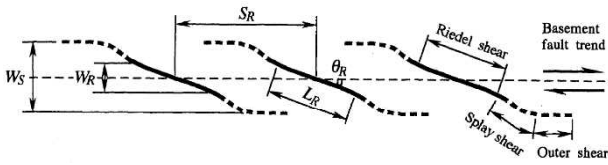


図13 Splay shear および Outer shear の形成¹⁵⁾

表3 模型高さと载荷速度

	模型高さ H	载荷速度 δ
等倍 (基準)	5cm	10^{-6} m/s
10 倍	50cm	10^{-5} m/s
100 倍	5m	10^{-4} m/s
1000 倍	50m	10^{-3} m/s

3.2 リーデルせん断帯の角度に関する議論

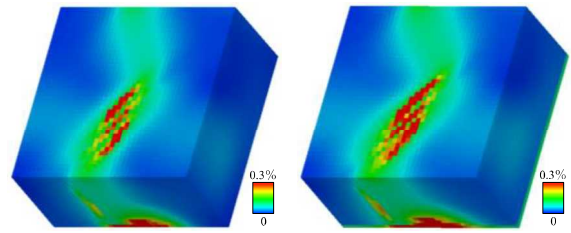
3 倍模型について、せん断帯の角度に関してより詳細な検討を加えたい。図-12 は図-8(c)の上面図を白黒表示したもので、地表面のせん断帯上の地点 A~C において解析により得られた主応力方向を併記してある(ただし、圧縮を正として、 σ_1 は最大主応力、 σ_3 は最小主応力を表しており、地表面は平面応力状態にあるため中間主応力 σ_2 は鉛直方向に作用する)。リーデルせん断には傾斜の異なる 2 種類のパターンがあり、1 つは R-shear、もう 1 つは R'-shear と呼ばれるが、谷らによれば、(A) R-shear が走向となす角は θ_R は、 σ_1 軸が走向となす斜交角度 ψ と有効内部摩擦角 ϕ' を用いて

$$\theta_R = \psi - \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\phi'}{2} \right) \quad (1)$$

と表され¹⁵⁾、(B) R'-shear は R-shear と共役な関係にある¹⁶⁾。そこで、図-12 中の各地点での主応力に対して(A)(B)より推定される R-shear と R'-shear の向きをそれぞれ算定すると、それぞれ表-2 のようになる。これを図-12 に併記すると、R-shear は黄線、R'-shear は緑線となる。ここで、有効内部摩擦角 ϕ' は 1 相系解析であることを考慮して限界状態定数 M より次式で算定した。

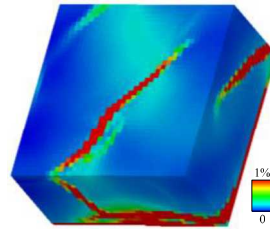
$$\sin \phi' = \frac{3M}{6+M} = \frac{3}{7} \Rightarrow \phi' = 25.4^\circ \quad (2)$$

推定した R-shear と R'-shear の位置を解析結果と比較すると、プッシュアップ側における高角なせん断帯の角度は R-shear に概ね一致し、プルアパート側における低角なせん断帯の角度は R'-shear に概ね一致していることがわかる。この結果は、ジョグの応力場、すなわちプッシュアップとプルアパートの違いが、互いに共役なせん断面の片方を選択的に誘発する因子となっている可能性を示唆するものである。また、同図からは、地表面において破断線が直線ではなく、S 字曲線となっていることが確認でき、これはリーデルせん断が生じた後に二次的に発生する、図-13 のような splay shear および outer shear の形成が解かれていることを意味している。

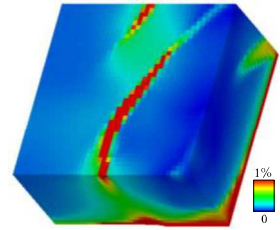


(a) 基準寸法 ($e_0=0.570$)

(b) 10 倍 ($e_0=0.570$)

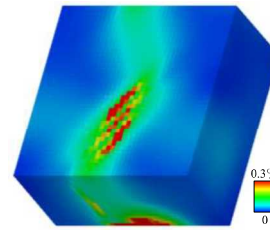


(c) 100 倍 ($e_0=0.570$)



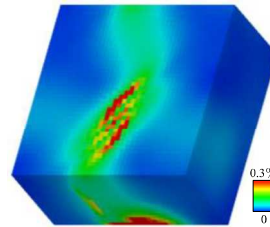
(d) 1000 倍 ($e_0=0.570$)

図14 せん断ひずみ分布 (比体積一定)

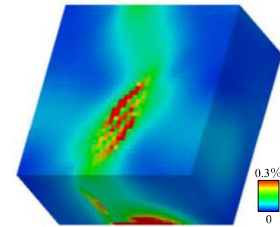


(a) 基準寸法 ($e_0=0.570$)

(b) 10 倍 ($e_0=0.535$)



(c) 100 倍 ($e_0=0.501$)



(d) 1000 倍 ($e_0=0.466$)

図15 せん断ひずみ分布 (底面過圧密比一定)

4. 寸法効果に関する検討

図8の等倍模型の解析終了段階におけるせん断ひずみ分布を図-14 (a)に再掲するとともに、この模型を基準として模型全体の寸法と変位速度を 10 倍、100 倍、1000 倍と相似的に拡大した表-3 の模型について、解析結果を図-14(b)~(d)に示す。同図より、寸法の大きい模型では、地表面に単一のリーデルせん断しか生じないことがわかる。これは、寸法の大きい模型では土被り圧の増加により材料が正規圧密状態に近づくため、材料の挙動は延性的に、軟化の程度は小さくなり、地表近傍での分岐を伴うスプレー現象が生じにくくなったことに起因すると考えられる。事実、底面の過圧密比が基準模型と等しくなるように模型の間隙比を調整した図-15 の解析では、いずれのスケールにおいても基準模型の場合と同様の

せん断帯が出現する。この結果は、リーデルせん断が「さまざまなスケールで生じる」という意味でのフラクタル性を裏付けるものである。なお、図-14 の計算を、ジョグを設けずに直線の断層領域を設定して解析すると、寸法 10 倍以上のモデルでは、材料不整の有無にかかわらず変形の局所化は起こらず、せん断面も出現しない¹³⁾。このことから、寸法の大きいモデルでせん断帯の出現を解くには、ジョグの存在を考慮して解くことが重要であったといえる。

5. まとめ

横ずれ断層上に堆積した表層地盤内における付随断層構造の形成過程を、「ジョグ」の存在を境界条件として考慮した大規模3次元弾塑性有限変形解析によって解き、以下の結論を得た。

- ・ フラワー構造の発達形態は、プッシュアップジョグでは鉛直に伸びるバームツリー型、プルアパートジョグでは水平に広がるチューリップ型になることを確認した。
- ・ プッシュアップジョグ／プルアパートジョグでは、それぞれ低角／高角なせん断帯の形成が解かれ、その角度がモール・クーロン規準より演繹される R -shear/ R' -shear の推定角に一致することが確認された。このことから、ジョグの応力場、すなわちプッシュアップとプルアパートの違いが、互いに共役なせん断面の片方を選択的に誘発する因子となっていることが推察される。
- ・ 変形の進行に伴うせん断方向の変化 (outer-shear) の出現が解かれた。これは、トランスプレッション場／トランステンション場における主応力方向の回転に起因すると考えられる。
- ・ 寸法効果について検討し、模型底面の過圧密比を統一すれば、本稿で試したあらゆるスケールにおいて同様のせん断帯の形成が相似的に解かれることを確認した。この結果は、リーデルせん断が「あらゆるスケールにおいて生じる」という意味でのフラクタル性を裏付けるものである。

謝辞

本研究の一部は京都大学学術情報メディアセンターのスーパーコンピュータを利用して実施した。また、科学研究費補助金（基盤研究(A)：課題番号 17H01289）の助成を受けた。

参考文献

- 1) 大矢暁：モンゴルに地震断層を追う，地震ニュース617号，pp.24-40，2006年1月号。
- 2) Rizza, M., Ritz, J.-F., Prentice, C., Vassallo, R., Braucher, R., Larroque, C., Arzhannikova, A., Arzhannikov, S., Mahan, S., Massault, M., Michelot, J.-L., Todbileg, M. and ASTER Team: Earthquake geology of the Bulnay fault (Mongolia), Bulletin of the Seismological Society of America, Vol.105, No.1, pp.72-93, 2015.
- 3) Woodcock, N. H. and Fischer, M.: Strike-slip duplexes, Journal of Structural Geology, 8, pp.725-735, 1986.
- 4) Google earth V.7.3.1.4507. (February 6, 2018). Ocotillo Wells, America California. 33° 7'12.68"N, 116° 5'36.00"W, Eye alt 1.16km. Google 2018. <http://www.earth.google.com> 2018.5.13.
- 5) Google earth V.7.3.1.4507. (February 6, 2018). Qesm Sharm Ash Sheikh, Egypt St. Catherine. 28°43'3.98"N, 34°30'2.45"E, Eye alt 113.02km. Google 2018. <http://www.earth.google.com>, 2018.5.13.
- 6) Fossen, H.: Structural Geology, Cambridge University Press, pp.377-400, 2nd edition, 2016.
- 7) 豊田智大, 野田利弘, 山田正太郎, 山田翔太：横ずれ断層における幾何学的不整が表層地盤のせん断帯の形成に及ぼす影響，第29回中部地盤工学シンポジウム，pp.1-4，2017。
- 8) Asaoka, A., Noda, T., Yamada, E., Kaneda, K. and Nakano, M.: An elasto-plastic description of two distinct volume change mechanisms of soils, Soils Found, Vol.42, No.5, pp.47-57, 2002.
- 9) Noda, T., Asaoka, A. and Nakano, M.: Soil-water coupled finite deformation analysis based on a rate-type equation of motion incorporating the SYS Cam-clay model, Soils Found, Vol.48, No.6, pp.771-790, 2008.
- 10) 山田正太郎, 野田利弘, 浅岡顕：過圧密地盤の排水支持力解析，応用力学論文集，Vol.12，pp.247.254，2009。
- 11) Naylor, M. A., Mandl, G. and Sijpesteijn, C. H. K.: Fault geometries in basement-induced wrench faulting under different initial stress states, Journal of Structural Geology, Vol.8, No.7, pp.737-752.
- 12) 上田圭一：横ずれ断層の変位に伴う岩盤の3次元変形過程へリカル X 線 CT を用いた断層変位実験による検討-，電力中央研究所研究報告，N08039，2009。
- 13) 野田利弘, 山田正太郎, 豊田智大, 浅岡顕：横ずれ断層に伴う表層地盤のリーデルせん断帯の形成に及ぼす材料的初期不整の影響，土木学会論文集 A2 (応用力学)，Vol.71, No.2 (応用力学論文集 Vol.18)，I_463-I_474，2015。
- 14) University of Sydney, School of Geosciences, Wrench Tectonics IV Structural geology of transpression, <http://www.geosci.usyd.edu.au/users/prey/Teaching/Geol-3101/Wrench/IV.html>, 2018.6.30.
- 15) 谷和夫, 上田圭一, 阿部信太郎, 仲田洋文, 林泰幸：野島地震断層で観察された未固結な表層地盤の変形構造，土木学会論文集，Vol.568，pp.21-39，1997。
- 16) 小山良浩, 谷和夫：横ずれ断層の模型実験で観察された砂地盤の表面に発達するせん断帯の構造分析，土木学会論文集，Vol.750，pp.171-181，2003。