

高速载荷下における土を用いた緩衝材の载荷速度依存性に着目した耐衝撃挙動 Impact resistant behaviors of soil-based shock absorbers with loading rate dependency under high speed loading

内藤直人¹, 前田健一², 奥村勇太¹, 牛渡裕二³, 鈴木健太郎³, 川瀬良司³

1 名古屋工業大学大学院・工学研究科・社会工学専攻・cjl18507@stn.nitech.ac.jp

2 名古屋工業大学・高度防災工学センター・都市社会工学科

3 構研エンジニアリング

概 要

衝撃作用を受ける土木構造物の性能設計への移行に向けて、落石や土石流などの土に関連する衝撃荷重の発現メカニズム解明が求められている。そこで、ロックシェッド頂版上に設置される敷砂などの土の緩衝材に着目し、落体が敷砂緩衝材に衝突したときの落体衝撃力波形の形成メカニズムと、その現象を支配している可能性がある敷砂緩衝材の载荷速度依存性について検討を行った。その結果、落体衝撃力波形の形成メカニズムとして、落体衝撃力は载荷履歴に依らず任意の貫入量における载荷速度のみに依存する可能性を示した。また、敷砂緩衝材の载荷速度依存性は、底面からの反射波が落体に伝達するまでの貫入領域で顕著に現れる性質であることを明らかにした。さらに、敷砂緩衝材が载荷速度依存性を有する理由として、载荷速度が大きいほど落体貫入による縮み量を受け持つ領域が表層に集中することで落体衝撃力が大きくなる可能性を示した。

キーワード：敷砂緩衝材，耐衝撃挙動，载荷速度依存性，応力波，個別要素法

1. はじめに

我が国では、衝撃作用を受ける土木構造物の性能設計¹⁾への移行が進められている。斜面災害の対策工には、崩壊土砂による衝撃力を受ける待ち受け式用壁や、土石流による衝撃力を受ける砂防堰堤、落石による衝撃力を受けるロックシェッド等がある。これらの構造物を合理的に設計・維持管理するために、土石の衝突によって衝撃力が発生するメカニズムの解明が求められている。

その中でも、落石対策工の一つであるロックシェッド頂版に設置される敷砂緩衝材が落石による衝撃力を伝達するメカニズムの解明に関する研究では、図1に示すような実物大衝撃実験²⁾も実施されている。静止する土の緩衝材に単体の落石が自由落下する際の衝撃現象は、崩壊土砂や土石流に比べて比較的単純な条件であり、最も検討し易い現象であると言える。そのため、敷砂緩衝材の耐衝撃挙動を明らかにすることは、他の斜面災害における衝撃問題解明の一助になると考えられる。

落石の敷砂緩衝材への衝突問題は、数十ミリ秒の载荷時間でありながら大変形・飛散を伴う非常に複雑な現象である。岸らの研究³⁾で実施された大型衝撃実験結果のように、模擬落石である重錘が受ける衝撃力波形には2つのピークが存在することや、落石が緩衝材に衝突した時に落石が

受ける落石衝撃力よりも緩衝材を介してロックシェッド頂版に作用する伝達衝撃力の最大値の方が大きくなる等、未解明の問題も少なくない。

そこで、著者らは、過去の研究^{4,5)}を参考にして二次元個別要素法⁶⁾(Distinct Element Method, 以下 DEM と略す)を用いてロックシェッド頂版に設置される砂等の土の緩衝材の耐衝撃挙動の解明を目指している。本研究では、落石が緩衝材に衝突したときに落石が受ける衝撃力波形の発生メカニズムを明らかにするために、粒状体の緩衝材が载荷速度依存性を有する原因について検討した。



図1 実規模 RC 製ロックシェッドと敷砂緩衝材

2. DEMによる衝撃力解析の概要

ここでは、落体の鉛直自由落下衝突による敷砂緩衝材の衝撃力解析を実施する際のDEM解析モデルについて述べる。

2.1 DEM解析パラメータ

本論文で用いた敷砂緩衝材モデルの概要と解析パラメータを図2と表1に示す。パラメータの決定法は、既報⁷⁾に従っている。ばねには線形弾性ばね⁸⁾を用いている。

本論文における敷砂緩衝材の土粒子モデルは、図2右上の拡大図に示す、同一径の3つの円の中心を正三角形（1辺の長さは円の半径と同等）で結びその外接円を直径 D とし、平均粒径 D_{50} を 0.03m（表1）とする非円形粒子を採用している。

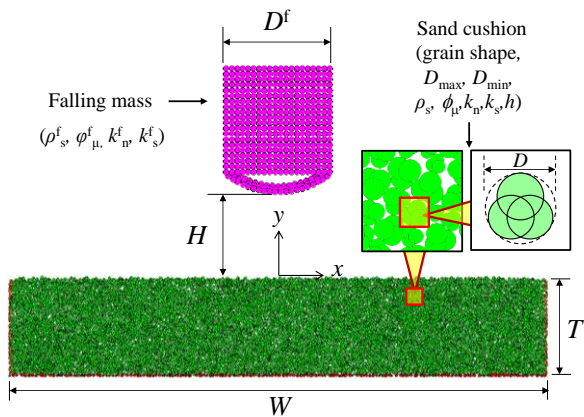


図2 解析モデルの概要

表1 敷砂緩衝材モデルのパラメータ基本設定値

パラメータ	記号 (単位)	基本設定値
粒子直径	D (m)	
	最大粒径 D_{max}	0.040
	最大粒径 D_{min}	0.020
	平均粒径 D_{50}	0.030
粒子の密度	ρ_s (kg/m ³)	2650
接触面法線方向ばね定数	k_n (N/m)	2.0×10^7
接触面接線方向ばね定数	k_s (N/m)	5.0×10^6
接触面法線方向減衰定数	h_n	1.0
接触面接線方向減衰定数	h_s	1.0
粒子間摩擦角	ϕ_μ (deg.)	25

2.2 境界条件

敷砂の底面、両側面の境界には、境界面の粗度を簡易的に表現するために敷砂モデルと同様の非円形粒子を隙間なく一列に並べて固定することで壁をモデル化している（図2）。各境界面で受ける衝撃力は、境界要素として固定した粒子壁にかかる力の総和とした。

敷砂層幅 W は落体直径 D^f の4倍程度確保すれば側面境界の影響はほぼ無視できるという結果を考慮し、 $W=5.0m$ を基準幅とした。落体モデルは、これまでの一連の大型衝

撃実験に用いられている重錘を基本の形とし、落体直径は $D^f=1.0m$ を基本値とした。敷砂層厚 T は落体径に対する比率である相対層厚で表す。落体モデルは、円形粒子を重錘形状に配置し剛結することで常に相対位置が変化しないように設定した。また、落体表面の粒子間摩擦角 ϕ_μ^f は、敷砂粒子の基本設定値と同様とした。なお、落体質量は、指定した質量となるように落体を構成する要素の密度を調整している^{9),10)}。

2.3 衝撃力算出方法

本論文における衝撃力は以下のように定義した。落体の作用する接触力の総和を落体衝撃力とし、底面境界粒子に作用する接触力の総和を伝達衝撃力とした。伝達衝撃力はロックシェッドなどの落石防護構造物に入力される重要な作用力¹¹⁾（入力衝撃力）である。

DEMによって粒子間の接触力が得られるが、設計への応用や力学的考察には応力で観察の方が議論しやすいと考える。そこで、粒子単位の応力算定に、ある粒子の領域に作用する体積平均応力^{12),13)}の考え方をを用いた。

2.4 落体衝撃力波形と最大伝達衝撃力の関係

DEM解析による典型的な衝撃力波形を図3に示す。落体条件は、直径 $D^f=1.0m$ の重錘形状で、落体質量 $M^f=2.0t$ 、落下高さ $H=10.0m$ である。敷砂条件は層幅 $W=5.0m$ 、相対層厚 $T/D^f=0.7$ 、緩詰め条件である。落体衝撃力は、落体が敷砂に衝突すると同時に立ち上がり、 $t=8ms$ 付近で衝撃力が敷砂底面に伝達する前に最大値に達し、減少し始めるときに衝撃力は敷砂底面に到達する。伝達衝撃力は、 $t=20ms$ 付近で最大値に達する。その後、敷砂を伝播する応力波は底面で反射し落体に作用するため、落体衝撃力は $t=20\sim 50ms$ にかけて再び増加する。

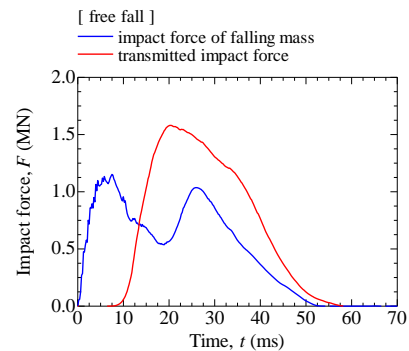


図3 典型的な衝撃力波形

続いて、上記と同様の解析条件で、落体の貫入過程と敷砂底面の最大伝達衝撃力の発生メカニズムについて、数値解析の特徴を活かした検討を行った¹⁴⁾。検討方法は、落体を自由落下させた後に、任意の時刻で落体を除去することで、それ以降、敷砂へ力が伝わらず、底面からの応力の反射波が再び落体に反射しないようにするものである。これにより、落体の接触時と貫入深さにおいて、どこまでの貫入過程が伝達衝撃力の発現にどれだけ影響を与えている

のかを確認することができる。

図4(a)(b)には、図3と同様の解析条件で、落体を自由落下させた後に、任意の時刻 $t_0=7.2, 14.6\text{ms}$ で落体を除去したときの落体衝撃力と伝達衝撃力の波形を青色実線と赤色実線で示している。また、図3に示す自由落下時の落体衝撃力と伝達衝撃力の波形を灰色破線と灰色実線で示している。(a)と(b)の最大落体衝撃力は等しく、(a)より(b)の方が落体衝撃力の継続時間が長い载荷となっている。最大伝達衝撃力は、最大落体衝撃力が等しくても落体衝撃力の継続時間が長い(b)のケースの方が大きくなることが分かる。緩衝材を介してロックシェッドに伝わる伝達衝撃力を予測するためには、落体衝撃力の波形形状（継続時間の考慮）が重要であると言える。

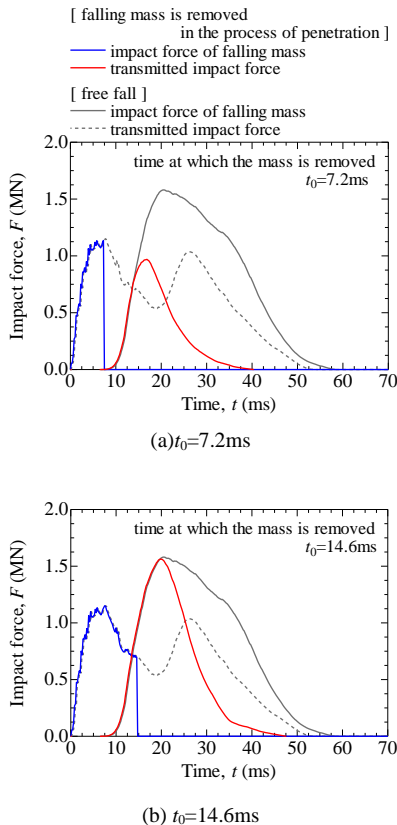


図4 落体を貫入途中で除去したときの衝撃力波形

3. 敷砂緩衝材の载荷速度依存性に着目した落体衝撃力波形の形成メカニズム

敷砂緩衝材を介してロックシェッドに伝わる伝達衝撃力の最大値は、落体衝撃力の最大値のみならず波形形状（継続時間）に依存していることが分かった。そこで、まずは、敷砂緩衝材の载荷速度依存性に着目して落体衝撃力波形の形成メカニズムについて調べることにした。

3.1 落体衝撃力と载荷速度の関係

図5上段には落体を定速度で貫入させ続ける一定速度単調载荷解析による落体衝撃力と貫入量の関係を実線で示している。载荷速度は $V_0=8.0, 12.0, 16.0, 19.8\text{m/s}$ の4

ケースである。敷砂層幅は $W=5.0\text{m}$ 、相対層厚は $T/D^f=5.0$ の緩詰め状態で、落体は重錘形状で直径は $D^f=1.0\text{m}$ とした。また、図5下段には落体速度と貫入量の関係を示している。

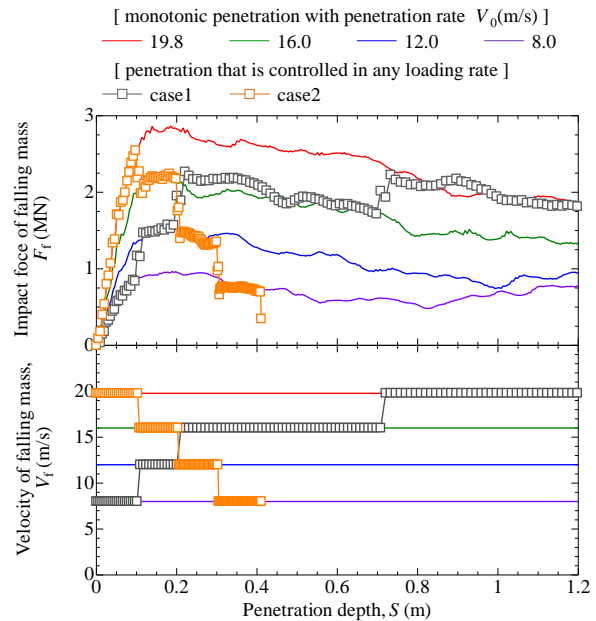


図5 任意の载荷速度に制御した载荷解析結果：(上段)落体衝撃力-貫入量関係、(下段)落体速度-貫入量関係

図5上段に示す一定速度単調载荷の結果より、落体衝撃力は衝突直後に急激に増加し、その後衝撃力がほぼ一定になる領域が存在することが分かる。衝撃力が増加する $0 \leq S \leq 0.175\text{m}$ の貫入領域は、重錘形状の落体の曲面の高さ 0.175m に相当する。また、任意の貫入量における落体衝撃力の値は载荷速度が速いほど大きく、一般的な落石の衝突速度である数十 m/s の速度領域において敷砂緩衝材は強い载荷速度依存性を有することが分かった。

また、図5には落体速度を任意の速度に制御した解析の落体衝撃力と貫入量の関係をプロット付き実線で示している。落体速度は図5下段に示すように、段階的に速度を増加・減少させるように制御した2ケースである。

図5より、速度を段階的に増加させた場合も段階的に減少させた場合も、任意の貫入量における落体衝撃力はそのときの速度の一定速度単調载荷により得られた落体衝撃力にほぼ一致することが分かった。落体衝突により敷砂緩衝材に生じる応力は、本解析で検討した载荷速度の範囲内では、落体衝撃力は载荷履歴に依らず、任意の貫入量における载荷速度にのみ依存する可能性があると言える。

3.2 自由落下解析と一定速度単調载荷解析の落体衝撃力-貫入量関係の比較

図6には重錘形状で直径 $D^f=1.0\text{m}$ 、質量 $M^f=2.0\text{t}$ の落体を落下高さ $H=20\text{m}$ から自由落下させた解析結果をプロット付き実線で示している。また、図5に示した一定速度単調载荷解析結果を実線で示している。

図6下段の落体速度は貫入に伴い減少しており、図6上

段の自由落下時の落体衝撃力波形は、任意の貫入量に対応する速度の一定速度単調載荷解析結果の落体衝撃力-貫入量曲線を推移するように衝撃力波形が形成されていることが分かった。

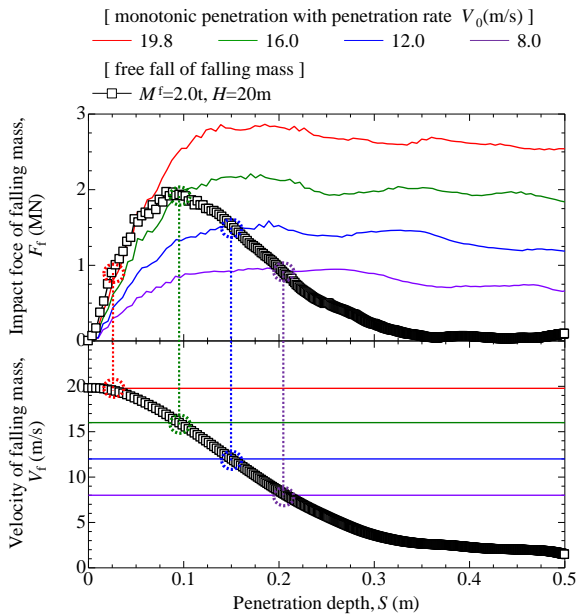


図 6 自由落下解析結果と一定速度単調載荷解析結果：(上段) 落体衝撃力-貫入量関係、(下段)落体速度-貫入量関係

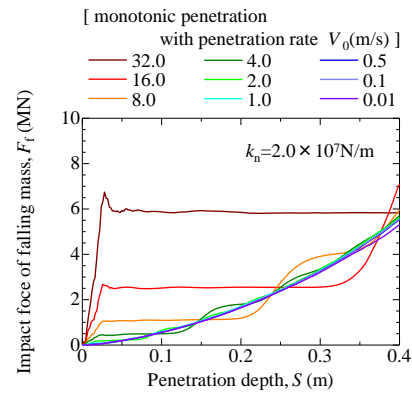
4. 応力伝播速度に着目した敷砂緩衝材の载荷速度依存性の解釈

敷砂緩衝材は落体衝撃力-貫入量関係において载荷速度依存性を有し、これは落体衝撃力波形の形成にとって重要な要因であることが分かった。ここでは、緩衝材の応力伝播速度に着目して、土の緩衝材が载荷速度依存性を有する原因について検討する。

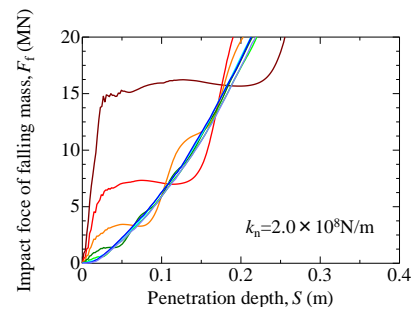
4.1 応力伝播速度の異なる材料の载荷速度依存性

剛性（応力伝播速度）の異なる二種類の材料に対する一定速度単調載荷解析における落体衝撃力-貫入量関係を図 7(a)(b)に示す。(a)は、これまで本稿で説明してきたばね定数 $k_n=2 \times 10^7 \text{N/m}$ のモデル（敷砂緩衝材相当）、(b)は(a)よりも硬く、ばね定数 $k_n=2 \times 10^8 \text{N/m}$ のモデル（碎石緩衝材相当）である。境界条件を単純化して、落体条件は、接触面形状が平底の直径 $D^f=1.0\text{m}$ の正方形落体、敷砂条件は、層幅は落体径と等しい $W=1.0\text{m}$ 、相対層厚 $T/D^f=0.9$ 、緩詰め状態とした。载荷速度は、 $V_0=0.01, 0.1, 0.5, 1.0, 2.0, 4.0, 8.0, 16.0, 32.0\text{m/s}$ の 9 ケースである。

図 7 より、 $V_0 \geq 1.0\text{m/s}$ のケースでは载荷速度の増加に伴って落体衝撃力が増加しており、図 5 に示す一定速度単調載荷の結果と同様の傾向となる。ただし、緩衝材の側方変位を拘束する本解析条件（落体直径 D^f と敷砂層幅 W が等しい）では、 $V_0 \leq 1.0\text{m/s}$ の载荷速度が小さいケースの落体衝撃力-貫入量の波形は概ね収束しているように見える。また、その波形は貫入量の増加に伴って指数関数的に増加



(a) ばね定数 $k_n=2 \times 10^7 \text{N/m}$ （敷砂緩衝材相当）



(b) ばね定数 $k_n=2 \times 10^8 \text{N/m}$ （碎石緩衝材相当）

図 7 剛性の異なる緩衝材の一定速度単調載荷解析における落体衝撃力-貫入量関係

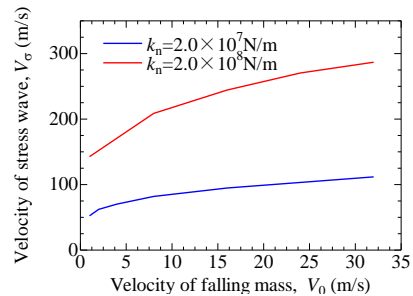


図 8 剛性の異なる緩衝材の応力伝播速度-衝突速度関係

している。

図 8 に剛性の異なる二種類の緩衝材の応力伝播速度を示す。ここで、応力波伝播時間を、落体が敷砂に接触した時刻から伝達衝撃力が 1kN 以上になるまでの時間と定義し、応力波伝播時間で初期層厚 T を除いた値を応力波伝播速度 $^{15)}V_s$ と定義する。ばね定数が 10 倍大きい碎石モデルは敷砂モデルに比べて応力伝播速度は 2.5 倍程度大きい。また、応力伝播速度は载荷速度の増加に伴って対数関数的に増加することが分かる。

大型緩衝材衝撃実験結果では、緩詰めめの敷砂緩衝材の応力伝播速度は $V_s=100 \sim 150\text{m/s}$ 程度、密詰めめの碎石緩衝材は $V_s=300 \sim 400\text{m/s}$ 程度である。落下高さが $H=1.0\text{m}$ からの落下でも $V_0=4.4\text{m/s}$ であり、一般的に 40m 以上の長大斜面では終端速度 $^{16)}$ が一定となる $V_0=28.0\text{m/s}$ ことが知られているため、本現象で考慮すべき落石の衝突速度は $V_0=4.0 \sim 28.0\text{m/s}$ 程度であると考えられる。図 8 より、その载荷

速度領域における DEM 解析の応力伝播速度は、 $k_n=2 \times 10^7 \text{N/m}$ の敷砂モデルで $V_\sigma=70 \sim 110 \text{m/s}$ 程度、ばね係数 $k_n=2 \times 10^8 \text{N/m}$ の碎石モデルで $V_\sigma=180 \sim 300 \text{m/s}$ 程度となっており、貫入挙動を考慮する二次元の衝撃力解析のモデルとしては概ね妥当な値であると判断している。

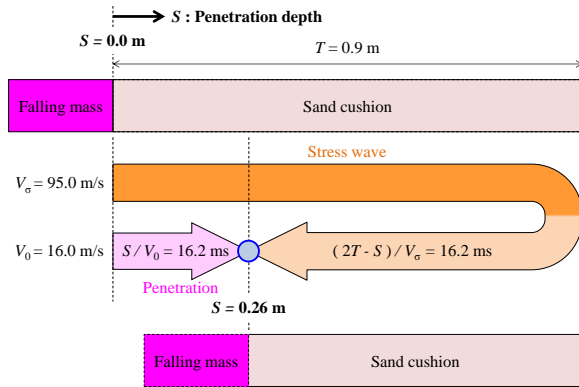


図 9 落体貫入時間と応力伝播時間が一致するイメージ

応力伝播速度を把握した上で、図 7 において载荷速度依存性が生じる領域について考える。 $V_0 \geq 1.0 \text{m/s}$ の载荷速度の大きい波形は、 $V_0 \leq 1.0 \text{m/s}$ の载荷速度の小さいときの指数関数的な曲線と交わった後に、その曲線に収束するような傾向を示している。ここで、図 7(a) の $V_0=0.01 \text{m/s}$ と载荷速度の大きい $V_0=16.0 \text{m/s}$ の波形を比べる。両者の交点（図中の丸プロット）における貫入量は $S=0.26 \text{m}$ であり、 $V_0=16.0 \text{m/s}$ でその貫入量に達するまでに必要な時間は $t=S/V_0=16.2 \text{ms}$ である。また、 $V_0=16.0 \text{m/s}$ のときの応力伝播速度は $V_\sigma=94.8 \text{m/s}$ であり、落体から伝播した応力波が緩衝材底面で反射して再び落体に作用するまでに必要な時間は $t=(2T-S)/V_\sigma=16.2 \text{ms}$ となる。すなわち、貫入量 $S=0.26 \text{m}$ で反射波が落体に作用して落体衝撃力が急増するため（図 9）、それ以降の波形は载荷速度の小さいときの指数関数的な波形に収束すると言える。敷砂緩衝材の载荷速度依存性は、底面からの反射波が落体に伝達するまでの貫入（時間）領域で顕著に現れる性質であることが明らかになった。

4.2 異なる速度の一定速度単調载荷を受ける敷砂緩衝材の応力伝播挙動

落体衝撃力が载荷速度に依存する理由について検討するため、敷砂緩衝材内の応力伝播挙動を観察した。図 10 には、図 7(a) に示した载荷速度が $V_0=8.0, 16.0, 32.0 \text{m/s}$ の 3 ケースについて、落体の貫入量が $S=0.00, 0.05, 0.10 \text{m}$ のときの粒子単位応力を示している。また、载荷速度 $V_0=8.0, 16.0, 32.0 \text{m/s}$ のケースの応力伝播速度 V_σ はそれぞれ $V_\sigma=82.0, 94.8, 111.8 \text{m/s}$ である。

図 10 より、同一の貫入量においては、载荷速度が大きいほど応力の伝播距離が短いことが分かる。これは、载荷速度が 2 倍に増加しても応力伝播速度は 1.2 倍程度しか増加しないためである。载荷速度が大きいほど、落体貫入に

よるひずみを狭い範囲受け持たなければならないため、落体衝撃力が大きくなるものと考えられる。

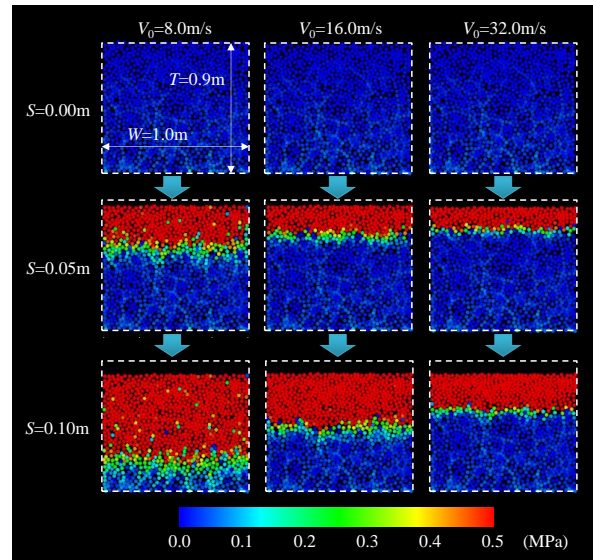
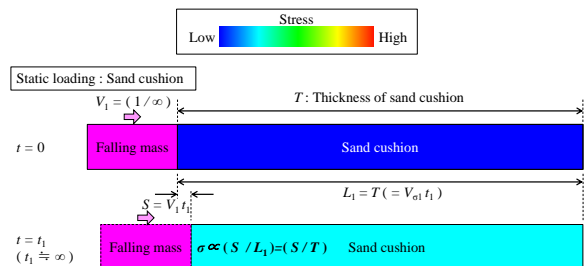
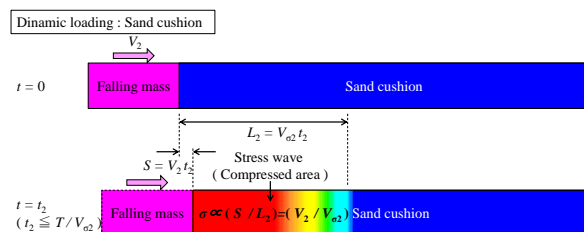


図 10 敷砂緩衝材内の応力伝播挙動

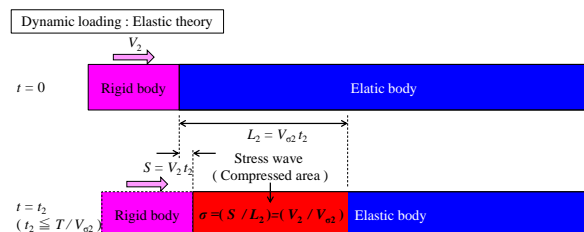
4.3 応力伝播速度を考慮した敷砂緩衝材に生じる応力の整理



(a) 応力伝播速度の考慮が必要ない载荷速度（敷砂緩衝材）



(b) 応力伝播速度の考慮が必要な载荷速度（敷砂緩衝材）



(c) 応力伝播速度の考慮が必要な载荷速度（弾性体理論）

図 11 载荷速度と緩衝材に生じる応力のイメージ

4.1 節の図 7 で示した通り，落石が受ける衝撃力は必ずしも全ての載荷速度に依存していない。そこで，緩衝材に生じる応力が載荷速度に依存するケースとそうでないケースを整理する（図 11(a)(b)(c)）。

図 11(a)に示すように，載荷速度が小さく，応力伝播速度に比べて 2 オーダー以上小さい場合（本現象では $V_0 \leq 1.0\text{m/s}$ ），わずかな貫入量が生じる間に緩衝材内の応力値は一定になるため，応力は層厚（変形前の長さ）に対する貫入量（縮み量）に比例する $\sigma \propto \varepsilon = (S/T)$ の形で表すことができる。

図 11(b)に示すように，載荷速度が大きく，応力伝播速度に比べて 1 オーダー程度小さい場合（ $V_0 \geq 1.0\text{m/s}$ ），ある程度貫入が進行しても緩衝材内を伝播する応力は緩衝材底面に達しないため，落体周辺の緩衝材に生じる応力は応力伝播距離（変形前の長さ）に対する貫入量（縮み量）に比例する $\sigma \propto \varepsilon = (S/V_{c2}t_2) = (V_2/V_{c2})$ の形で表すことができると考えられる。

ここで，図 11(c)の弾性体理論であれば，応力が伝播した領域内の応力値は一定になるため，応力は載荷速度と応力伝播速度で一義的に決まる $\sigma = E \varepsilon = E(S/V_{c2}t_2) = E(V_2/V_{c2})$ の形で表すことができる。今後は，図 11(b)のような状態の応力分布の調査を進めることで，敷砂緩衝材に生じる応力を弾性体の理論解のように応力を載荷速度と応力伝播速度から一義的に導くことを目指す。

5. まとめ

本稿では，落体が敷砂緩衝材に衝突したときの落体衝撃力波形の形成メカニズムと，その現象を支配している可能性がある敷砂緩衝材の載荷速度依存性について検討を行った。

- 1) 落体衝撃力波形の形成メカニズムとして，落石の終端速度 28.0m/s までの載荷速度領域において，落体衝撃力は載荷履歴に依らず任意の貫入量における載荷速度のみに依存する可能性を示した。
- 2) 敷砂緩衝材の載荷速度依存性は，底面からの反射波が落体に伝達するまでの貫入（時間）領域で顕著に現れる性質であることを明らかにした。一つの現象の中で常に載荷速度依存性が生じるわけではなく，衝突の初期段階における限定的な性質であることを示した。
- 3) 応力伝播速度は載荷速度の増加に対して対数関数的に増加する。そのため，敷砂緩衝材が載荷速度依存性を有する理由として，載荷速度が大きいほど落体貫入による縮み量を受け持つ領域が表層に集中することで落体衝撃力が大きくなることが考えられる。

謝辞

本研究に用いた装置の一部は，日本学術振興会科学研究費補助金基盤研究(B)26289152 及び特別研究員奨励費(26・7908)の助成を受けたものである。ここに記して感謝の意を表します。

参考文献

- 1) 構造物の性能照査型衝撃設計に関する研究小委員会：防災・安全対策技術者のための衝撃作用を受ける土木構造物の性能設計，丸善，2013，261pp.
- 2) 山口悟，小室雅人，栗橋祐介，今野久志，岸徳光：敷砂または碎石緩衝材を用いた落石防護覆道の実規模衝撃載荷実験，構造工学論文集，Vol.61A，pp.1012-1023，2015.
- 3) 岸徳光，中野修，松岡健一，西弘明：野外実験による敷砂の緩衝性能，構造工学論文集，Vol.39A，pp.1587-1597，1993.
- 4) 吉田 博，榎谷 浩，今井 和昭：個別要素法による敷砂上への落石の衝突特性に関する解析，土木学会論文集，Vol.392/I-9，pp.297-306，1988.
- 5) 榎谷 浩，中田 吉彦，梶川 康男：個別要素法の衝撃問題への適用に関する一考察，構造工学論文集，Vol.38A，pp.1477-1487，1992.
- 6) Cundall, P. A. and O. D. L. Stack.: A Discrete Models for Granular Assemblies, Geotechnique, Vol.29, No.1, pp.47-65, 1979.
- 7) 前田健一，羽柴寛文，刈田圭一，牛渡裕二，川瀬良司：二次元個別要素法を用いた落石による水平堆積層の衝撃力伝達挙動，土木学会論文集 A2（応用力学），Vol. 67, No. 2, pp.355-364, 2011.
- 8) 伯野 元彦：破壊のシミュレーション，森北出版，2004，238pp.
- 9) Wood, D. M. and Maeda, K.: Changing grading of soil: effect on critical states, Acta Geotechnica, Vol.3, pp.3-14, 2008.
- 10) Maeda, K., Sakai, H., Kondo, A., Yamaguchi, T., Fukuma, M. and Nukudani, E.: Stress-chain based micromechanics of sand with grain shape effect, Granular Matter, Vol. 12, pp.499-505, 2010.
- 11) 山口悟，岸徳光，西弘明，今野久志：敷砂および碎石緩衝材を用いた大型 RC スラブの重錘落下実験，構造物の衝撃問題に関するシンポジウム論文集，pp.189-194, 2010.
- 12) S. Nemat-Nasser and M. Hori: Micromechanics: overall properties of heterogeneous materials, Elsevier, 1993.
- 13) Oda, M. and Iwashita, K.: An Introduction Mechanics of Granular Materials, A.A.BALKEMA, 1999.
- 14) 内藤直人，前田健一，山口悟，牛渡裕二，鈴木健太郎，川瀬良司：落体の貫入挙動に着目した敷砂の衝撃緩衝メカニズム，土木学会論文集 A2（応用力学），Vol.16, I_361-I_370, 2013.
- 15) 内藤直人，前田健一：敷砂緩衝材の応力伝播挙動に関する二次元個別要素法解析，土木学会全国大会第 69 回年次学術講演会，2014.
- 16) 社団法人日本道路協会：落石対策便覧，丸善，2000，422pp.
- 17) 石川信隆，大野友則，藤掛一典，別府万寿博：基礎からの衝撃工学，森北出版，2008，256pp.