

細粒分のダイナミクスを考慮した内部浸食メカニズムの解明 Internal erosion mechanism of soil with account for dynamic fine of particles

近藤明彦¹, 温谷恵美², 前田健一³

- 1 名古屋工業大学大学院・工学研究科・21418527@stn.nitech.ac.jp
- 2 名古屋工業大学大学院・工学研究科
- 3 名古屋工業大学・都市社会工学科

概要

浸透力の作用する地盤においては、細粒分が移動・流出する内部浸食現象が確認されている。細粒分の流出（マイクロな変化）が陥没孔の発生（マクロな変化）に至るまでの局所的な変形・破壊メカニズムと目詰まりに代表される細粒分のダイナミクスとの関係を解明することで効率的な発生対策の検討を目的としている。個別要素法を用いた目詰まり現象の再現と粒子流出を模擬した数値実験を実施することで、内部浸食現象が応力状態一定でも変形を発生させ、その地盤が発揮しうる強度を低下させることが判明した。加えて、上記の結果を地盤の限界状態を中心に現象の整理をすることで、構成式の開発に至った。模型実験による検討では内部浸食現象に与える影響因子や目詰まり現象の評価を行っている。本稿は、上記の事柄を総合し、境界値問題への対応を図るものである。

キーワード：細粒分のダイナミクス、内部浸食、個別要素法、構成式

1. はじめに

近年、我が国に限らず世界各地で地盤の陥没災害が発生しており、その発生個所も水位変動がある護岸の背後地盤だけでなく都市の劣化したライフライン周辺など多岐にわたる。陥没発生個所の現地調査からは、周辺地盤内においてゆるみ領域の形成と粒度分布の貧配合への変化（細粒分の流出）が確認¹⁾されている。

図1に細粒分流出に起因した陥没孔発生に至るまでのプロセスを示している。粒子流出は、その現象だけで陥没孔の発生というマクロスケールの変化を招くわけではなく、細粒分が目詰まりや内部浸食といったミクロスケールのダイナミクスが局所的な変形・破壊を誘発し、それらが方向性をもって伝播すること（メゾスケールの連鎖的変化）が影響している。この連鎖の深部には細粒分のダイナミクスが大きく関係しており、これと粒度変化を起点とする変形・破壊挙動との関係を解明することで連鎖を断ち切り、効率的な陥没孔発生対策を行うことを目的としている。



図1 陥没孔発生に至るプロセスとマルチスケールな視点

本論文は、既報²⁾³⁾に加えDEM⁴⁾（個別要素法）を用いた数値実験と模型実験による検討を試みたものである。数値実験を中心に、図1における目詰まり現象の再現、細粒分の流出により地盤の応力状態が一定であっても局所的変形・破壊を招くこと、局所的変形・破壊が周囲に伝播するという一つの流れを総合的に考察している。特に粒子流出を模擬した数値実験による検討では、細粒分の流出が材料の限界状態を中心に整理出来ることを示し、数理モデルの構築³⁾を行った。また、提案モデルを用いた解析フレームを提案することで、境界値問題へ対応を図るものである。

2. 浸透力が作用する粒状体における細粒分のダイナミクス

2.1 模型実験による粒子流出特性の検討

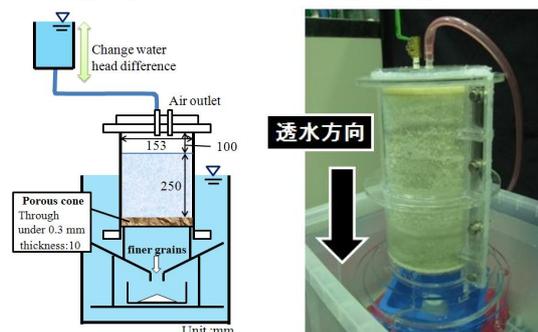


図2 実験装置概略図と実験写真

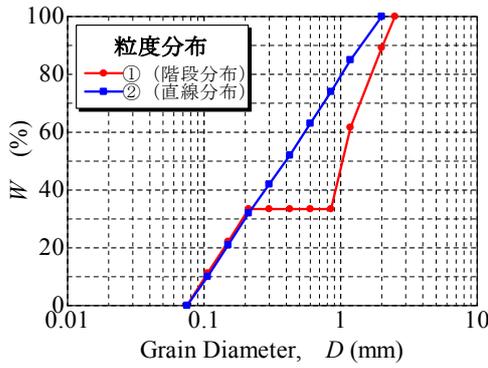


図3 粒子流出実験で用いた粒度分布

表1 実験試料緒元

Parameter	Unit	Value
D_{max}	mm	2.000
D_{min}	mm	0.075
D_{50}	mm	①0.300, ②1.020
U_c	--	①5.446, ②9.667
U_c'	--	①0.7201, ②0.3728
ρ_s	kg/m ³	2.590
Relative density, D_r	(%)	30

図2に実験機概要と実験中の写真を、表1に実験で用いた試料の緒元を示す。本論文では、DEMとの対応を考え、実験試料にはGB（ガラスビーズ）を用いている。図3に粒子流出実験で用いた粒度分布を示す。この粒度分布は、Kennyらの提案した間隙くびれ径⁵⁾⁶⁾⁷⁾の考え方をもとに内部浸食が発生しやすいもの（①：赤色）と粒子流出に対する安定性の良いもの（②：青色）となっている。

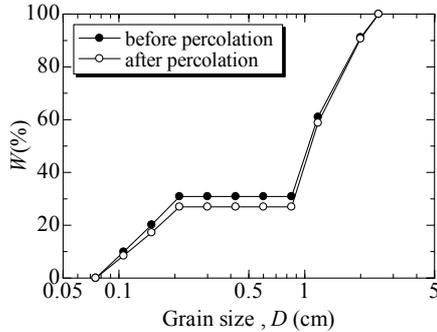


図4 細粒分流出による粒度分布の変化

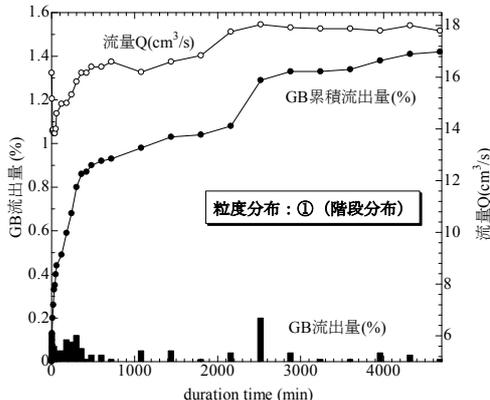


図5 水位差一定時における細粒分の流出量と流量の経時変化

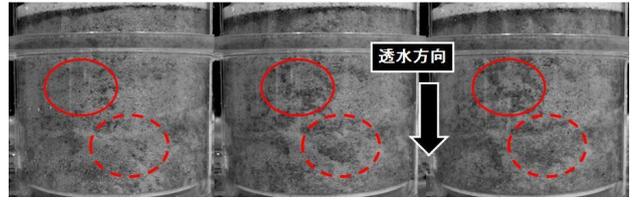


図6 供試体写真による粒子移動の経時変化（図中の白い部分は細粒分、左から実験開始直後、7時間経過後、76時間経過後）

水位差を一定に保持した際の粒子流出実験結果を、図4に実験前後の粒度分布、図5にGBの流出量と流量の経時変化を示す。図5において、流出量変化の前に流量の増減（透水係数の変化）がみられる。また、流出量は一定ではなく増減を繰り返していることから、粒子流出現象は目詰まりと流出を繰り返す現象といえる。細粒分の移動は図6の供試体写真における赤色の2つの円からも確認出来る。

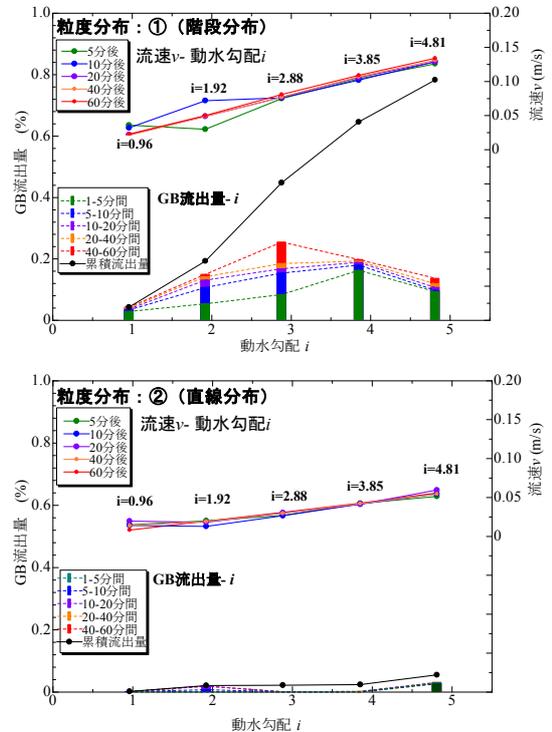


図7 動水勾配変化に伴うGB流出量と流速vの変化に対する粒度分布の影響（上図：粒度分布①，下図：粒度分布②）

図7に粒度分布の異なる供試体において動水勾配を1時間毎に変化させた際の流速とGB流出量に対する粒度分布の影響を示す。図7上図から、動水勾配を上げて流出量は頭打ちになるとみられ、材料内で流出する量には限界があるとみられる。また、粒度分布による流出量への影響は顕著であり、間隙くびれ径の重要性が示唆された。

2.2 個別要素法による目詰まりの検討

本項では、三次元個別要素法を用いて浸透力の作用する粒状体内における目詰まり現象を粒径比 $R_D = D_{max} / D_{min}$ に着目して検討する。使用するパラメータは表2に示すものとし、供試体は母材となる大きな粒径で作成した材料の上

に小さい粒径の粒子を自由落下させ作成している。透水力は動水勾配 0.5 程度となるよう体積力を負荷している。

表 2 三次元個別要素法の解析パラメータ

Parameter	Unit	Value
Basal plane size of specimen	mm	5000×5000
D_{max}	mm	2.000
D_{min}	mm	0.075
Grain size ratio, $R_D=D_{max}/D_{min}$	--	①3.0,②4.0,③5.0
Number of particle, D_{max}	--	490
Number of particle, D_{min}	--	980
ρ_s	kg/m ³	2.65
Normal spring coefficient	N/m ³	1.0×10 ⁸
Tangential spring coefficient	N/m ³	1.0×10 ⁸
Normal damping	--	critical
Tangential damping	--	critical
Resistant friction angle ϕ_n (deg.)	--	$\tan \phi_n=0.25$

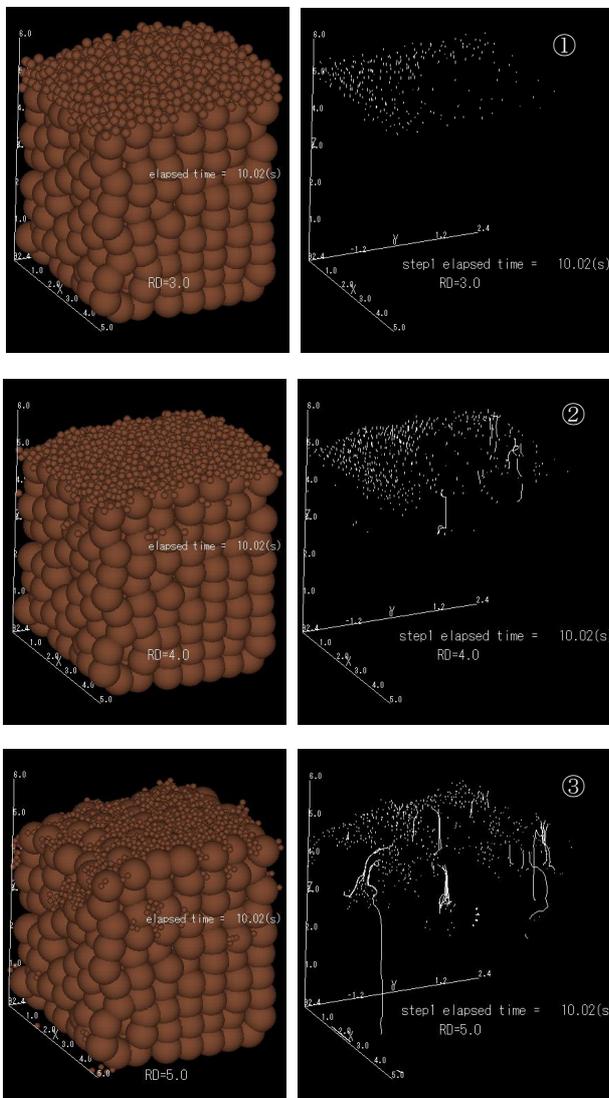


図 8 浸透力のかかった粒径比の異なる粒状体における粒子の移動と目詰まり（上から粒径比 $R_D=3.0, 4.0, 5.0$, 左図：透水力による粒子の移動が終わった時点の供試体の様子, 右図：浸透力による粒子移動の軌跡）

図 8 に上記の粒状体に動水勾配 0.5 となる透水力の負荷による粒子移動がなくなった供試体の状態と負荷によって発生した粒子の全ての移動軌跡を示す。移動軌跡に着目すると、粒径比 R_D が大きくなるにつれ母材となる粒子間の間隙を通して移動する粒子が増加している。特に $R_D=5$ の場合は、他の場合に比べてとりわけ多くの粒子が移動している。これは、Kenny らの内部浸食が発生する粒径比は、対象とする粒径 D の 4 倍粒径 $4D$ の粒子質量含有率に依存する⁵⁾⁶⁾という結果を裏付けるものと言える。壁面を移動する粒子が多いことは、粒状体内部に比べ間隙が大きくなるためと考えられる。また、粒子の移動距離に着目すると、供試体の下部まで移動している粒子はなく、移動の過程で粒子間の隙間にはまる目詰まり現象が発生している。 $R_D=5$ では、中心部においてその現象が顕著である。

3. 内部浸食による粒度変化を模擬した数値実験による変形・破壊メカニズムの解明

3.1 解析方法及び条件

本章の解析には二次元個別要素法を用いた。二次元個別要素法で用いた主なパラメータは既報⁸⁾に詳しい。ここでは円形粒子のみを用い、図 9 に示すような重量分布で正規分布の粒度を 4 種類作成した。粒度指標として粒径比 R_D を用い、最大粒径 $D_{max}=100\text{mm}$ のもとで最小粒径 D_{min} を変化した ($R_D=2, 5, 10, 20$)。無重力下において二軸圧縮試験を実施し、4 枚の壁要素（摩擦なし）を移動させることによって供試体の応力・ひずみを制御した。尚、応力は全て有効応力である。最大主応力方向を y 方向とし、直ひずみ ε_{xx} と ε_{yy} 、体積ひずみ ε_v 、平均主応力 σ_m と最大せん断応力 τ_m を用いて整理する。応力状態(平均主応力)を一定に保ちながら、各状態の粒度からその時点で最小径粒子を強制除去する (Removal)。それに伴う内部の不釣り合い力の発生によってマクロな変形が誘発される。これを粒子流出の模擬として、除去粒子の径が原粒度の 5% 粒径までか $\varepsilon_{yy}>10\%$ となるまで除去を繰り返す。

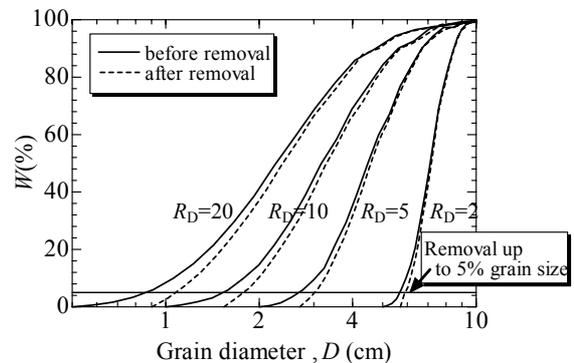


図 9 数値実験で用いた粒度分布

3.2 粒子流出時の土中への微視的変形の伝播とその方向性

図 10 に Removal の 1 サイクル（粒子一つの除去）に伴って発生した不釣り合い力が供試体内を伝播する様子を示

す。赤色な所ほど不釣合い力が高いことを示している。等方応力状態からの場合は等方的に、異方応力状態からの場合は方向性がみられる。これは、Removalされた粒子の近くの微視構造が除去粒子に類似した応力状態であり、異方性を持っているためである。

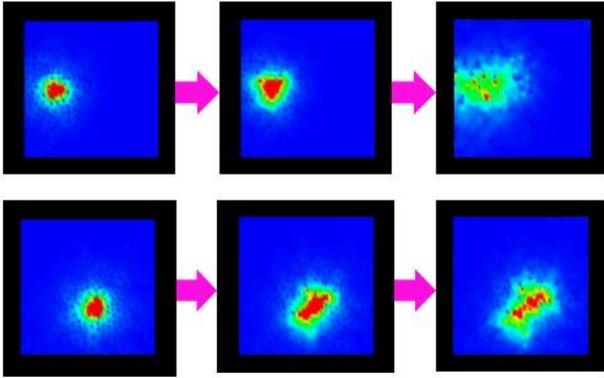


図 10 応力状態の異なる粒状体の Removal 試験に伴う不釣合い力の伝播 (上図: 等方応力状態, 下図: 異方応力状態)

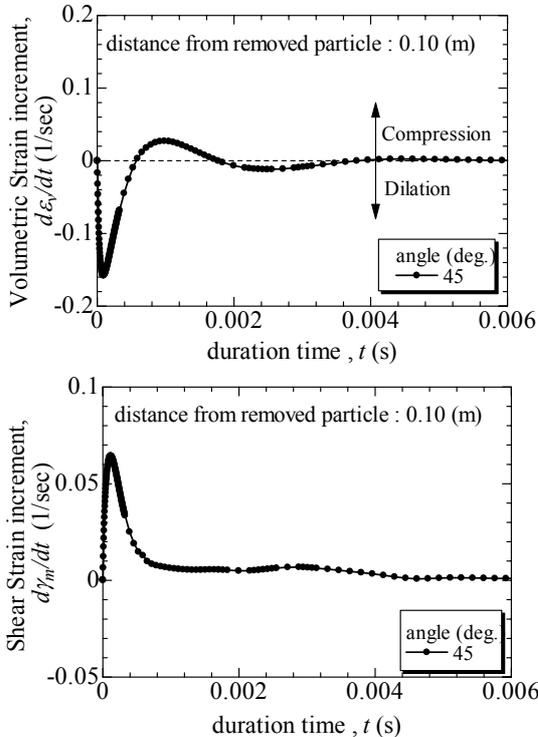


図 11 Removal に伴う縦波・横波の伝播波形 (上図: 縦波, 下図: 横波)

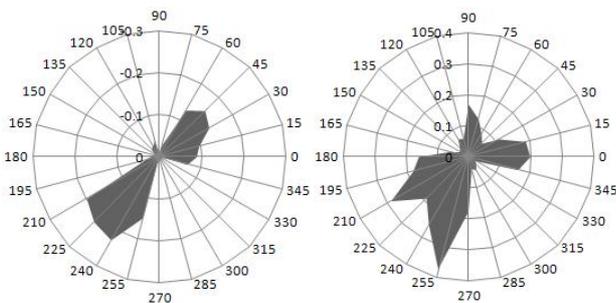


図 12 Removal に伴う縦波・横波の指向性 (左図: 縦波, 右図: 横波)

図 11 に Removal された粒子から 0.1m 離れ, 水平方向から 45 度の地点における縦波 (体積ひずみ増分), 横波 (せん断ひずみ増分) の波形を, 図 12 に Removal 粒子から 0.1m 離れた地点において, 伝播波形の最大振幅発生時における各方向の振幅の大きさを示す。図 11 の縦波の波形から, 除去粒子の周辺では膨張の後で圧縮するという挙動がみられる。これは, 粒子が除去され発生した間隙が周囲に微小なゆるみ領域を形成し, 拘束圧によって圧縮するためである。図 12 の伝播波形の空間分布から, 最も大きな波が伝播する方向は, 縦波では 30-60 度, 横波は 90 度 (最大主応力方向) と 0 度 (最小主応力方向) に卓越している。

以上から, 内部構造の劣化を発生させる波の伝播には指向性があり, 供試体内部における弱面の形成などへの関係が示唆される。

3.3 粒度による単調荷重挙動への影響

粒度分布の悪化による影響のみを捉えるため, 内部浸食のない材料における供試体全体の体積変化に着目し, 比体積 $v (=1+e)$ で整理することで変形・破壊挙動を観察する。

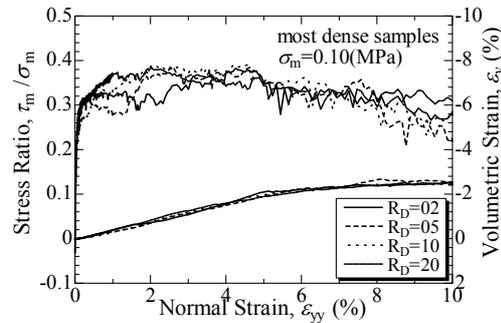


図 13 内部浸食のない材料の軸変形挙動における粒度の影響

図 13 に最も密な材料の単調荷重時における応答を示す。締めめ状態 (D_r) が同じであれば粒度に関わらず同じ挙動を示している。また, これらの関係から flow rule⁹⁾ (流れ則) は同一のもので表されることになる。

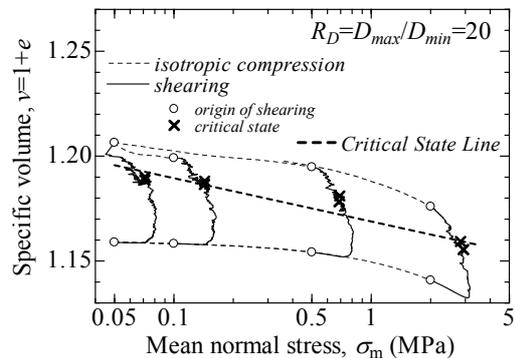


図 14 比体積の限界状態

図 14 は最密・最緩な材料を様々な σ_m からせん断した場合の比体積変化を示している。密度が異なっても σ_m が同一であれば一定の比体積で限界状態に至っている。 σ_m を結んだ直線は比体積の限界状態を示し, 材料によって限界状態の比体積は規定されていることになる。

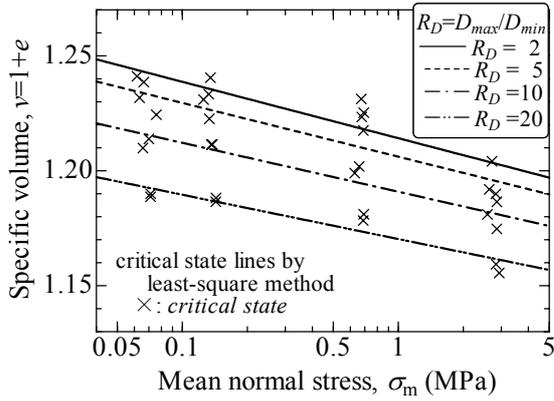


図 15 比体積の限界状態線に及ぼす粒度の影響

図 15 に図 14 の v と σ_m 関係における限界状態線を粒度別に示す。 R_D が大きく粒度がよいと限界比体積が小さくなっている。同じ締固めエネルギー下では粒度の良いものほど簡単に締まる (D_r が高くなる) ことに起因している。

3.4 粒度変化による土の変形・破壊挙動メカニズムの解明

図 16, 17 は Removal 試験を行った際の軸変形とダイレタンシー挙動をそれぞれ示している。ここでは、密な状態の $R_D=10$ の結果のみを示す。粒子が一つ除去された場合に生じる変形量は図中の各ドット間で示され、除去される粒子が増加し粒度が悪くなる (R_D が減少する) と軸ひずみが発達し、高い応力比 (0.271 以上) では 10% 以上の大きな変形が発生し、破壊している。

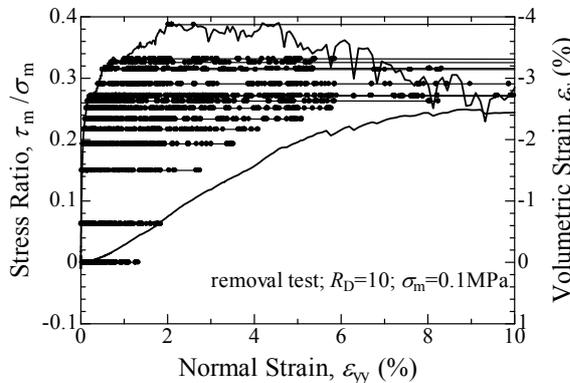


図 16 応力比一定下の粒度変化に伴う軸変形

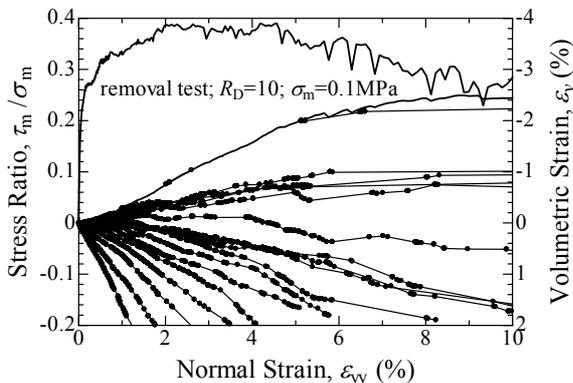


図 17 応力比一定下の粒度変化に伴うダイレタンシー挙動

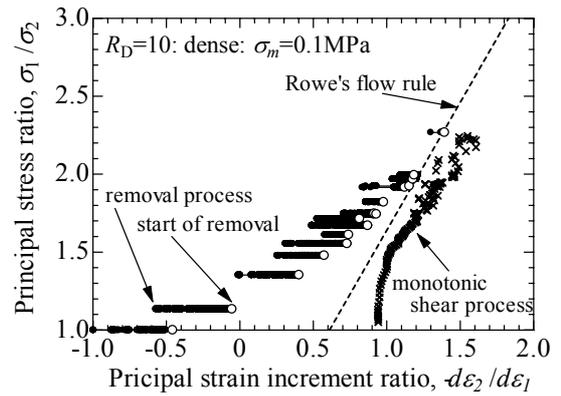


図 18 応力比一定下の粒度変化に伴う主応力比と主ひずみ増分比の関係

図 17 からダイレタンシーは Removal 過程において比較的直線関係を示す。これは、Flow rule が粒度の影響を受けないことが一因と考えられる。より詳細に調べるために図 18 に Removal 時の主応力比と主ひずみ増分比の関係を示している。体積ひずみと軸ひずみの傾度 ($-d\epsilon_2/d\epsilon_1$) は、応力比が低いほど flow rule から圧縮方向に離れ、Removal の進行に伴ってより圧縮側へと変化している。

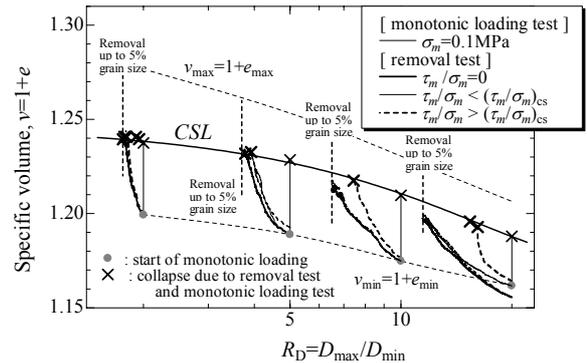


図 19 応力比一定下における粒度変化に伴う供試体の比体積変化と限界状態の比体積変化

図 19 には Monotonic loading test と Removal test の結果を比体積 v と R_D との関係で整理している。図中には、図 A の各粒度の限界比体積 v_{cs} ($\sigma_m=0.1\text{MPa}$) と R_D の関係を補完した曲線を内挿している。図より R_D の悪化と共に供試体の間隙比が増加している。これは、除去された粒子の体積分だけ間隙が増加するが、Removal に伴う構造変化による圧縮変形がこの体積より小さいためである。一連の Removal 試験によって、現在の供試体の比体積 v が粒度変化によって変化した限界状態の比体積 v_{cs} に近づくことで破壊するといえる。

図 20 に図 19 の挙動の説明を示す。密詰めの場合 ($v > v_{cs}$)、過程 c は Removal 過程の間隙比増加 δv を示している。過程 C は c と同じ過程の粒度変化が材料自身の変化をもたらすことで、限界比体積を増加 δv_{cs} させる。この二つの間隙比変化によって前者と後者が等しくなると ($v = v_{cs}$)、例え応力状態が変化しなくても材料自身の変化で破壊することになる。

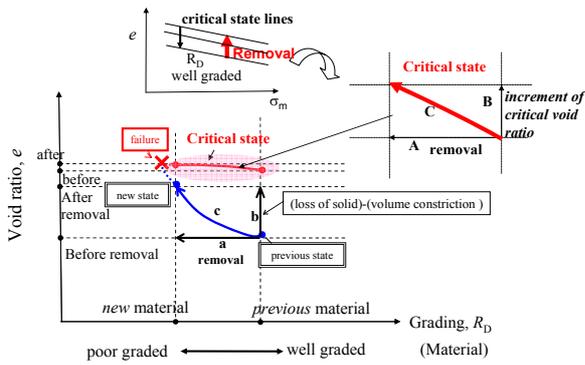


図 20 粒度変化に伴う現在の比体積と限界状態の比体積の相互的变化による変形破壊挙動の概念図

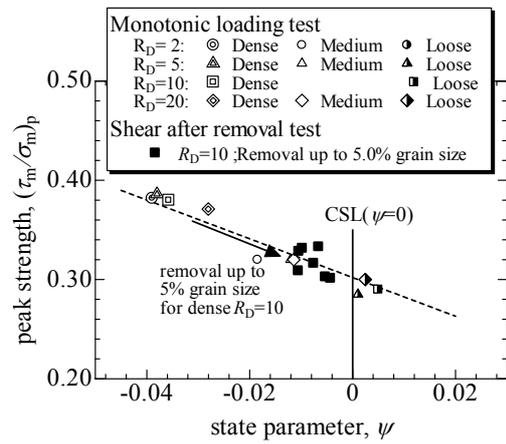


図 23 期待される強度とせん断初期の State parameter

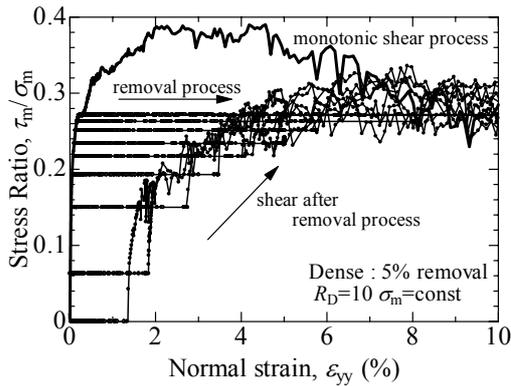


図 21 Removal 後の再載荷試験における軸変形

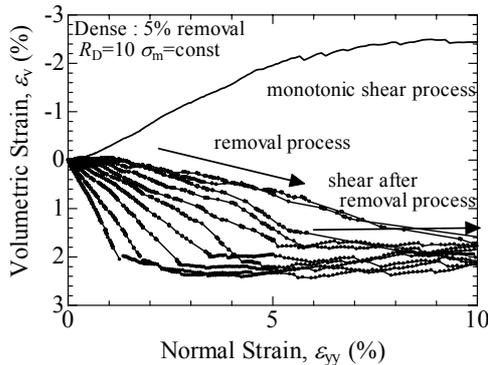


図 22 Removal 後の再載荷試験におけるダイレタンス挙動

図 21, 22 に Removal 後の各状態から再載荷試験 (Shear after removal) を行った供試体の変形・破壊挙動とダイレタンス挙動を示す。Removal された材料は、本来発揮出来るピーク強度やダイレタンスを發揮出来ず限界状態に至っている。また、再載荷時の限界状態の応力比は Removal 試験が行われる前の限界状態に一致している。

これまでを総合し、土の変形・破壊挙動は、密度と応力の大きさに依存するが、それらは限界状態を基に統一的に理解できることが良く知られている。その有用な指標の一つとして現在の比体積 v と限界比体積 v_{cs} との差で表される state parameter $\psi = v - v_{cs}$ (10)(11)(12)がある。state parameter は土の締め具合を間隙比自体の大きさではなく、限界状態に対する相対的な間隙状態を捉える指標である。 $\psi > 0$ ($v > v_{cs}$) のとき緩い状態、 $\psi < 0$ ($v < v_{cs}$) のとき密な状態、 $\psi = 0$ ($v = v_{cs}$) で限界状態として評価する。

図 23 に単調載荷試験 (図 13) から得られた各密度状態におけるピーク強度とせん断初期における ψ との関係を示す。 ψ が大きくなる (緩くなる) につれて期待されるピーク強度は低下する。これに図 21 で得られた Removal 後の再載荷時に示すピーク強度結果 (■) を加えると、Removal によって緩い状態になるとともに發揮しうる強度の低下がみられる。つまり、応力状態一定下でも内部浸食によって、潜在的な強度が低下し破壊 ($\psi = 0$) に至る。さらに、内部浸食を受けた土を含めて發揮しうる強度と State parameter に一次関数的な関係がみられるため、限界状態に対する現在の状態を把握することで、浸食などの材料自身が変化する場合の挙動が予測可能なことが示唆された。

4. 内部浸食に起因する粒度変化に伴う土の変形・破壊挙動再現モデルの構築

4.1 粒度変化を表す粒度指標 I_G

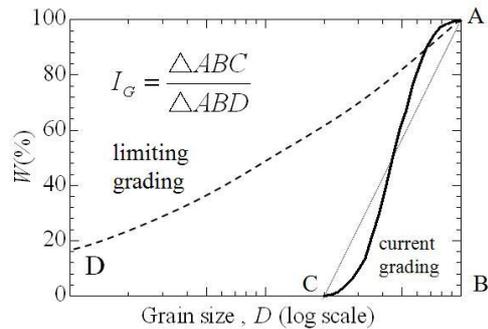


図 24 粒度分布における粒度指標 I_G

構築するモデルは、細粒分流出に起因する粒度分布の変化を起点として構築するため、初期条件に依存せず変化を明確に比較できる必要がある。粒度指標 I_G は限界粒度 (図 24-ABD) に対する現在の粒度 (図 24-ABC) との面積比で表される。ちなみに I_G は、単一粒径のみで構成される粒度分布では 0 を、Limiting grading (限界フラクタル粒度) においては 1 となる。また、面積比をもとにする I_G は最大粒径 D_{max} と最小粒径 D_{min} 、延いてはその比である R_D に大きく依存している。

4.2 Removal メカニズムの定式化

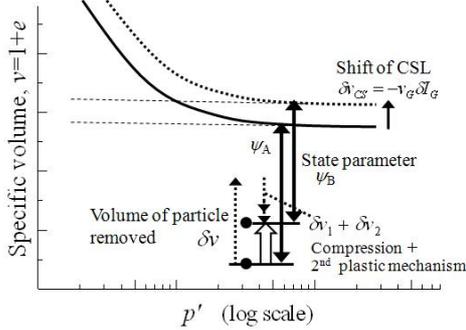


図 25 比体積変化を中心とした内部浸食の相互作用図

粒子を除去することは、比体積 v の増加、拘束圧による体積収縮、材料の欠損による粒度分布の悪化 (ΔI_G) という材料自身の変化が相互に関連しながら変化していくことである。定式化にあたり、このプロセスをそのまま追うのではなく、比体積の変化を state parameter: ψ を用いて変化する限界状態の比体積 (δv_{CS}) を中心に整理する。ここでは、 ψ が ψ_A から ψ_B まで変化したとする。その変化量 ($\delta\psi$) の成分は、流出した粒子体積分の比体積増加 (δv) と拘束圧による圧縮 (δv_1)、Second plastic mechanism による圧縮 (δv_2) の和で表される。これらの詳細は既報²⁾に譲る。

4.3 限界状態と現在の比体積変化の定式化

図 19 に示される比体積の変化をそれぞれ定式化する。地盤材料において、比体積はどのような値でもとることが出来るわけではなく、上限値 (v_{max})・下限値 (v_{min}) を持つ。これらの値は材料固有であり、 I_G を用いて表現する。

$$v_{max} = v_0 - v_G I_G + \Delta v \quad (1)$$

$$v_{min} = v_0 - v_G I_G \quad (2)$$

ここで、 v_0 は初期の比体積を、 Δv は v_{max} と v_{min} の比体積差を示す。比体積の限界状態線もこの 2 直線間に存在し、平均応力 p と p_{cs} を指数に加えて次式で表現する。

$$v_c = v_{min} + (v_{max} - v_{min}) \exp[-(p/p_{cs})^\beta] \quad (3)$$

現在の比体積変化も固有パラメータ v^* と p_{nc} を用いて同様に次式で表現される。

$$v = v_{min} + (v^* - v_{min}) \exp[-(p/p_{nc})^\beta] \quad (4)$$

図 26 に ΔI_G を一定の変化量として入力した際の比体積挙動を示す。Removal される応力比が限界状態の応力比より高いほど限界状態に近づきやすい点が表現されている。

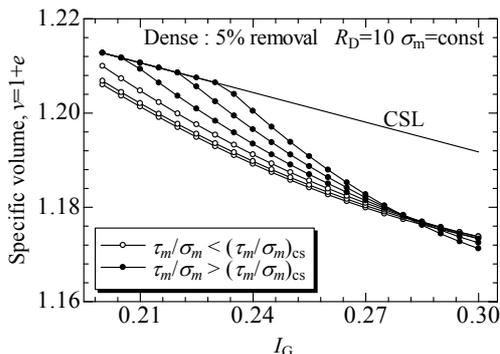


図 26 Removal 時の比体積変化挙動 (構成式: 図 19 に対応)

4.4 比体積変化によるマクロな変形・破壊挙動の表現

図 22 でも触れたように、粒子除去によって材料自身に変化した場合、発揮できるピーク強度 $\eta_p = (\tau_m/\sigma_m)_{peak}$ は State parameter を用いて一次関数で表現出来ることから、次式で表現する。

$$\eta_p = M - k_R \psi \quad (5)$$

ここで、 M は限界状態における応力比、 k_R は材料固有のパラメータである。また、材料自身に変化しているにも関わらず M が不変の独立したパラメータとなっているのは、対象としている現象があくまで粒度分布の変化が小さい範囲のためである。ひずみ発生挙動は、式(5)と双曲線硬化則を用いて表現する。

$$\eta/\eta_p = \varepsilon_d^p / (a + \varepsilon_d^p) \quad (6)$$

ここで、 a は載荷時に発揮できる強度の 50% を発揮するまでに発生するひずみを示す材料固有のパラメータである。加えて、Stress-dilatancy 関係は A と k_D を材料固有定数として次式で表される。

$$\delta \varepsilon_d^p / \delta \varepsilon_q^p = A[(1 - k_D \psi)M - \eta] \quad (7)$$

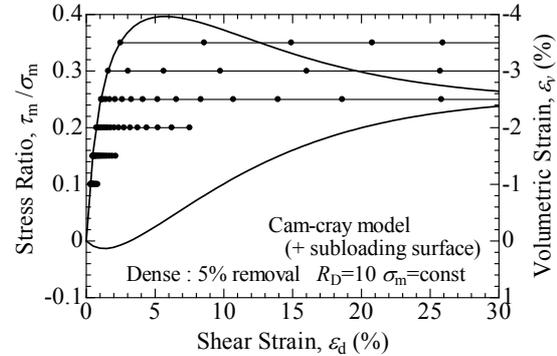


図 27 Removal 時の軸変形・破壊挙動 (構成式: 図 16 に対応)

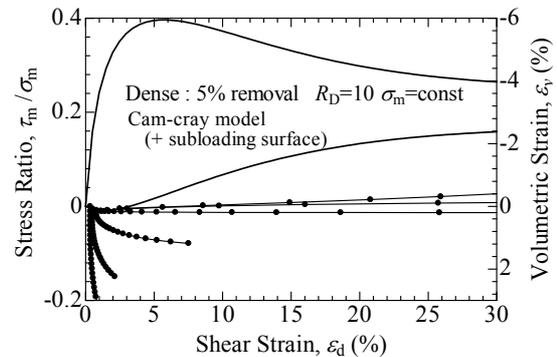


図 28 Removal 時のダイラタンス挙動 (構成式: 図 17 に対応)

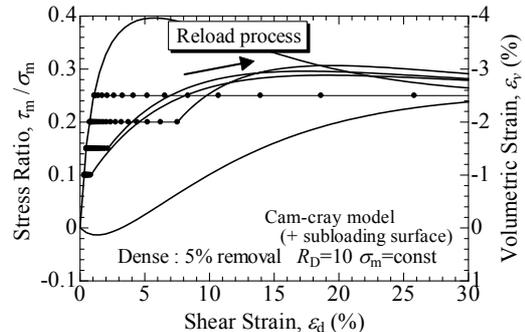


図 29 Removal された供試体に再載荷を行った際の軸変形・破壊挙動 (構成式: 図 21 に対応)

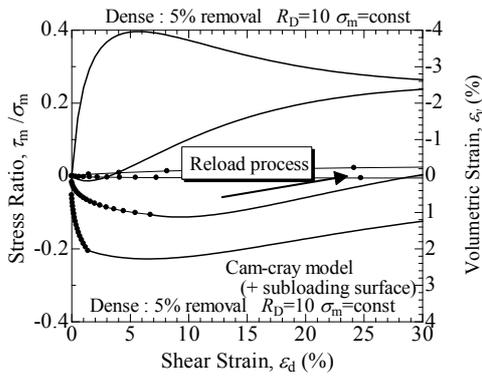


図30 Removalされた供試体に再载荷を行った際のダイラテンシー挙動（構成式：図22に対応）

図27, 28に図26と同様の δI_G が入力された際の軸変形・ダイラテンシー挙動を示す。両図とも応力比が高い状態から Removalされる程発生するひずみが大きく、粒子除去量の増加に伴って発生するひずみの増加が表現されている。また、図28,30に5%粒径まで粒度分布が変化した材料に再载荷を行った際の挙動を示す。図28では、限界状態が変わらずピーク強度が低下する点、図29では圧縮傾向が強くなっていることが再現されている。

4.5 粒子流出を考慮したモデルにおける解析フレーム

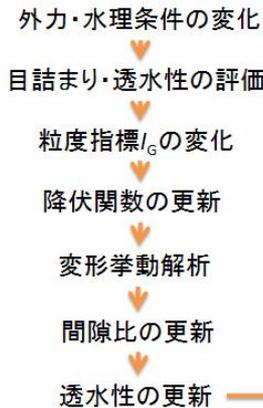


図31 粒子流出に起因する変形・破壊モデルの解析フレーム概略図

図31に、前節で提案した粒子流出に起因する粒度変化を考慮した数理モデルを用いる際の解析フレームを示す。フレームの起点となる変化は透水力・目詰まりなどによる透水力の変化とし、これによって粒度指標 I_G が変化する。 I_G の変化は現在の比体積と限界状態の比体積の変化、つまりstate parameterの変化を発生させるため、降伏関数が増加し、発揮しうる強度が変化する。その後、ひずみの発生により変位、局所的応力状態の変化が発生する。更新された間隙比によって透水力の変化を算出することでサイクルとなる。本稿では、紙面の都合により境界値問題への対応図った変形・破壊挙動解析は省略する³⁾。

5. おわりに

本論文では、浸透力の作用する地盤材料において発生する細粒分のダイナミクス（細粒分の移動や目詰まり現象）

に起因する地盤内の局所の変化を模型実験と個別要素法による数値実験によって検討した。

透水力の作用する地盤内における細粒分の移動や目詰まり現象発生の有無は、細粒分の移動が出来る間隙の大きさに依存し、その間隙径は細粒分の粒径 D に対する4倍粒径 $4D$ が境界であることを確認した。

粒子流出を模擬した数値実験によって、粒子の流出は周囲の粒子間構造を変化させ地盤に微小なゆるみ領域を形成する。また、その領域の形成は最大主応力方向・最小主応力方向に卓越した方向性を持つ。これらを供試体スケールの比体積で捉えると、細粒分の流出は、現在の間隙状態を変化させると同時に限界状態における間隙状態をも変化させ、両者の間隙状態が等しくなった際に材料として破壊に至る。つまり応力状態が一定であっても、細粒分の流出による間隙状態の変化だけで限界状態に至る。加えて、細粒分の流出は、その材料が本来発揮できる強度を低下させ、その低下量を限界状態の間隙比に対する現在の間隙比で予測可能であることが明らかになった。

数値実験により得られた知見を用いて細粒分のダイナミクスを考慮した構成式を開発し、透水現象に伴う変形・破壊挙動解析を実現した。

謝辞

この研究は、日本学術振興会科学研究費補助金基盤研究(B)20360210 および基盤研究(B)21360222の助成を受けており、ここに深謝の意を表します。

参考文献

- 1) Wood, D. M. and Maeda, K.: Changing grading of soil: effect on critical states, *Acta Geotechnica*, 3 (1), pp.3-14, 2008.
- 2) Wood, D. M., Maeda, K. and Nukudani, E.: Modelling mechanical consequences of erosion, *Geotechnique*, 60(6), pp.447-457, 2010.
- 3) 前田健一, 近藤明彦: 出砂による粒度変化を考慮した海底地盤の固・液・気相の三相連成挙動, 第1回メタンハイドレート総合シンポジウム講演集, pp.10-17, 2009.
- 4) Cundall, P. A., & O. D. L. Strack.: A discrete model for granular assemblies, *Geotechnique*, 29(1), pp.47-65, 1979.
- 5) T.C.Kenny and D.Lau.: Internal stability of granular finers, *Canadian Geotech. J.*, pp.215-225, 1985.
- 6) 杉井俊夫, 山田公夫, Indraratna, B.: 粒状性フィルター材の透水性挙動の評価, 中部大学工学部紀要, 第44巻, 2008
- 7) 杉井俊夫, 山田公夫, Indraratna, B.: 粒状性フィルター材の透水性挙動予測に関する試み, 第20回地盤工学シンポジウム論文集(地盤工学会中部支部), pp.1-6, 2008
- 8) Maeda, K. and Hirabayashi, H.: Influence of Grain Properties on Macro Mechanical Behaviors of Granular Media by DEM, *Journal of Applied Mechanics JSCE*, 9: pp.623-630, 2006
- 9) Rowe, P.W.: The stress dilatancy relation for static equilibrium of an assembly of particles in contact, *Proc. R. Soc. London, Ser. A.*, Vol.269, pp.500-527, 1962.
- 10) Wood, M. D.: *Soils behaviour and critical state soil mechanics*, Cambridge University Press. 1990.
- 11) Gajo, A. & Muir Wood, D.: A kinematic hardening constitutive model for sands: the multiaxial formulation. *Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech.*, 23(5), pp.925-965, 1999.
- 12) Gajo, A. & Muir Wood, D.: Severn-Trent sand: a kinematic hardening constitutive model for sands: the q-p formulation. *Geotechnique*, 49(5), pp.595-614, 1999.