

# 隅角部を有する直線斜面における臨界すべり面形状とすべり安定性の極限平衡法による解析

キーワード：斜面 安定解析 極限平衡法

豊橋技術科学大学 学生会員 森政 信吾  
豊橋技術科学大学 国際会員 三浦 均也

## 1. はじめに

実務における斜面の安定性評価は、二次元条件での極限平衡法による解析に基づくのが普通である。しかし実際には、沢地形に建設された盛土や、ある規模での盛土や掘削に関連して斜面の安定性が議論されることが多く、解析対象とする斜面の幅は斜面の高さに比べて十分に大きくなく、大きく湾曲していたり屈曲していたりするものが普通である。また、すべり面は三次元的な形状を有しているはずである。そのため、著者らはこれまでに、二次元斜面（直線斜面）に三次元すべり面が生ずる場合について一連の安定解析を行い、すべり面の三次元形状が斜面の安定性に及ぼす影響を検討してきた<sup>1)</sup>。また別の報告<sup>2)</sup>では、湾曲した斜面における有限な幅を有する臨界すべり面の形状と安定性を検討している。本研究では、三次元形状を有する斜面として、直線斜面が屈曲した、隅角部を有する斜面（隅角斜面）を取り上げ、斜面の三次元形状が安定性、および臨界すべり面形状に及ぼす影響について検討した。解析では回転楕円体によりすべり面の形状を仮定し、滑動モーメントと抵抗モーメントの比より安定係数を計算した。一連の解析により、斜面の傾斜角、隅角部の角度、基盤までの深さ、すべり面の規模（幅）をパラメータとした臨界すべり面形状が得られ、それに対応した臨界安定係数が得られた。本報告では、斜面およびすべり面の三次元的な形状効果による安定係数の変化、および対応する臨界すべり面形状について、解析結果を示し考察する。また、隅角部を有する直線斜面において、隅角部と直線部の安定性について比較検討する。

本研究の成果によって、三次元的な要素の強い斜面の安定性について安定性の指標を簡便に得るのみならず、より精緻な数値解析に対しては、解析条件を設定する際に必要な臨界すべり面の形状などの重要な情報を得ることが可能であると考えている。

## 2. 解析方法

### 2.1 斜面の形状

解析の対象とする隅角斜面を図-1に示す。隅角斜面は直線斜面が屈曲した形状であり、斜面肩と斜面先のラインが並行である。傾斜角 $\beta$ は一樣である。屈曲の方向により凹型と凸型の2つのタイプを考慮し、隅角部が直線からどの程度傾いているかを表すオフセット角 $\psi$ により屈曲の度合を表す。オフセット角は、凹型

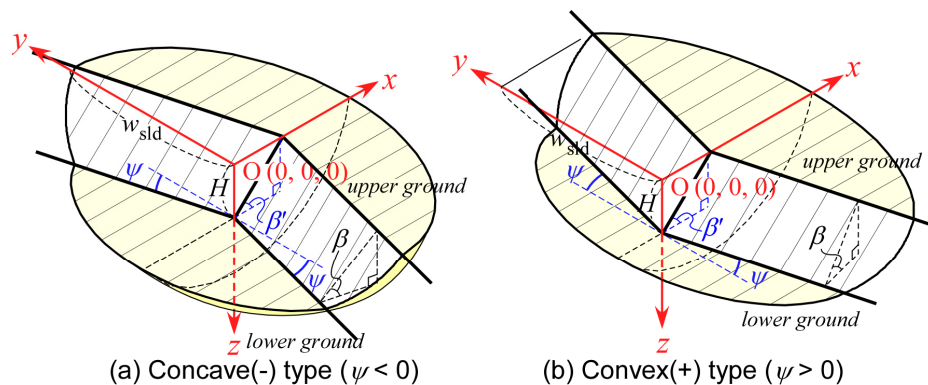


図-1 隅角斜面の形状（凹型・凸型）

では負の値，凸型では正の値で表すものとする。ただし，オフセット角  $\psi$  の大きさはその絶対値が意味を持つ。考察では，比較のため直線斜面の結果も示すが，直線斜面はオフセット角  $\psi = 0$  の隅角斜面とみなすことができる。斜面の傾斜角は  $\beta$  であるが，隅角部の中心を通る断面 ( $y = 0$  断面) における傾斜角  $\beta'$  はオフセット角により変化するため，以下の式により計算する。

$$\beta' = \text{Tan}^{-1}(\cos\psi \cdot \tan\beta) \leq \beta \quad (1)$$

なお，解析結果は斜面の実際の傾斜角  $\beta$  を用いてまとめている。本研究では，斜面を構成する土質を粘性土 ( $\phi = 0$ ) とし，均質な場合のみを対象として基本的な特性を調べた。

## 2.2 すべり面の形状

すべり面の形状は，図-2 に示すような回転楕円体で規定されるものとする。鶴飼<sup>3)</sup>は，粘性土からなる直線斜面内にすべりが生じる場合，すべり土塊に作用する力のつり合いを満足し，安全率  $F_S$  が最小となるような臨界すべり面形状は，斜面の長軸方向 ( $y$  方向) に平行な中心軸をもつ回転体面で表されることを Baker<sup>4)</sup> の変分法に基づく定式化にならって証明している。回転楕円体はこのような回転体の 1 つであり，以下の式で与えられる。

$$\frac{(x-x_r)^2}{R^2} + \frac{y^2}{R_y^2} + \frac{(z-z_r)^2}{R^2} = 1 \quad (2)$$

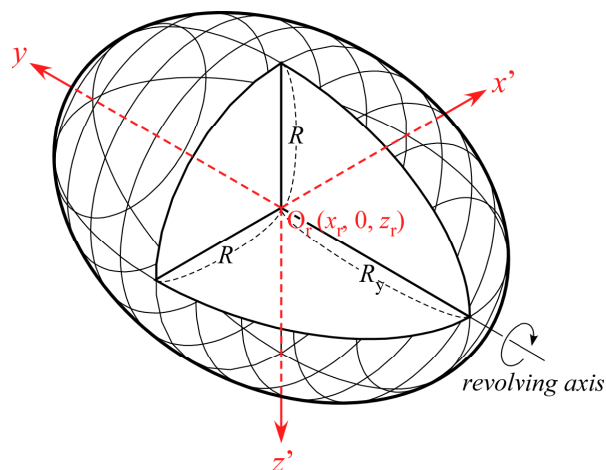


図-2 すべり面形状を規定する回転楕円体

ここに， $O_r(x_r, z_r)$  は回転の中心軸の座標， $R$  は  $x, z$  方向半径， $R_y$  は  $y$  方向半径を表す。任意の  $y$  座標における  $x-z$  断面は半径  $r(y)$  の円形となる。隅角斜面についても，回転楕円体は概ね妥当なすべり面形状であると考えられる。

## 2.3 安定性の評価法

斜面の形状は，水平面上で  $y = 0$  断面に関して対称であるため，すべり土塊も同様に  $y = 0$  断面に関して対称となり  $x-z$  方向にすべる。いま，図-3 に示すようなすべり土塊について，回転の中心軸  $O_r$  についての滑動モーメントと抵抗モーメントの比より安全率  $F_S$  を求め，安定係数  $N_S'$  の形で整理すると以下のように表される。

$$N_S' = \frac{\gamma H}{c'} = \frac{\gamma H}{c/F_S} = \frac{H \int_0^{w_{\text{slid}}} L(y) r(y) \sqrt{(dr/dy)^2 + 1} dy}{\int_0^{w_{\text{slid}}} G_z(y) dy} \quad (3)$$

ここに， $c$  は粘着力， $\gamma$  は単位体積重量である。また， $G_z(y)$  は任意の  $y$  座標におけるスライスの  $z'$  軸 ( $x = x_r$ ) についての断面一次モーメント， $L(y)$  と  $r(y)$  はそれぞれスライスのすべり円弧の長さと半径を表し，すべて幾何学的に求まる。 $w_{\text{slid}}$  は仮定するすべり面幅の 1/2 である。上式の積分は Simpson の積分公式により数値的に計算した。

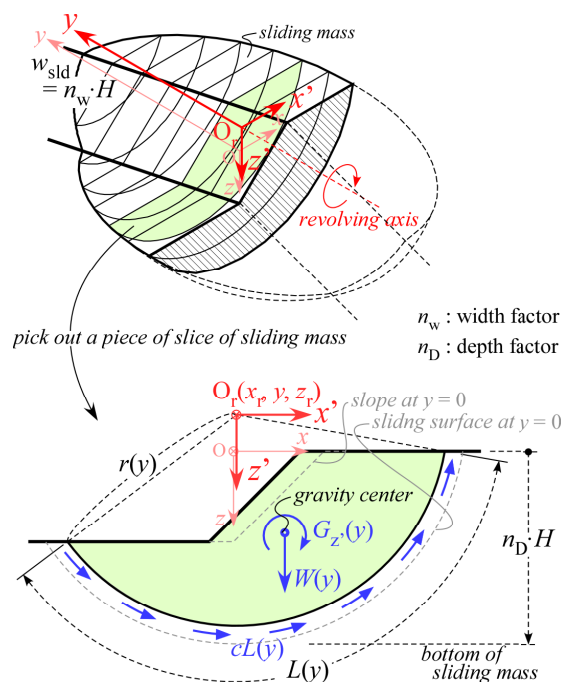


図-3 隅角斜面の安定計算

なお、本研究ではすべり土塊は  $x-z$  面に平行に回転移動すると仮定している。したがって、すべり面上で発揮されるせん断力の作用方向は常にその回転移動方向に等しい、すなわち  $x-z$  方向（スライス方向）であるとみなしている。

## 2.4 解析条件

本研究で定義して用いた記号のリストを末尾に示している。すべり面の大きさは、以下に定義する2つのパラメータ、幅係数  $n_w$ 、深度係数  $n_D$  で表す（図-3 参照）。

$$n_w = w_{slid} / H \tag{4}$$

$$n_D = D / H \tag{5}$$

ここに、 $D$  は斜面の上側からすべり面の最深部までの深さである。幅係数  $n_w$  と深度係数  $n_D$  は、それぞれすべり面の幅  $w_{slid}$ 、深さ  $D$  を斜面高さ  $H$  で正規化したものである。

与えられたすべり面の大きさに対する安定係数  $N_S'$  は回転軸の座標の関数なので、 $N_S'$  を最小にする临界条件を探索した。その最小値  $N_S$  は Terzaghi が導入した安定係数  $N_S$  に対応している。さらに、安定係数  $N_S$  を、与えられた斜面形状（斜面傾斜角  $\beta$ 、オフセット角  $\psi$ ）の下で、すべり面の大きさ（幅係数  $n_w$ 、深度係数  $n_D$ ）をパラメトリックに変化させ、 $N_S$  が最小となる条件を探索し、その値を临界安定係数  $N_{Scr}$  と定義した。 $N_{Scr}$  はもはや斜面形状（斜面傾斜角  $\beta$ 、オフセット角  $\psi$ ）のみの関数である。

## 3. 解析結果

### 3.1 临界安定係数

図-4 は、すべり面の大きさを決めるパラメータのうち、幅係数  $n_w$  を一定値に固定して深度係数  $n_D$  のみを変化させたときの安定係数  $N_S$  の変化を示している。直線斜面（ $\psi = 0$ ）で二次元解析を実施すると  $n_D$  の増大とともに  $N_S$  は減少し続けるのに対して、回転楕円体すべり面を用いた三次元解析では与えられた幅係数  $n_w$  において  $n_D$  の临界値（临界深度係数  $n_{Dcr}$ ）が存在し、その幅係数における最小の安定係数  $N_S(n_{Dcr})$  が得られることがこれまでの研究で明らかになっている<sup>1)</sup>。これは斜面が屈曲している場合にも同様で、図示のように临界深度係数  $n_{Dcr}$  が存在し、それに対応する安定係数  $N_S(n_{Dcr})$  が得られることが分かる。

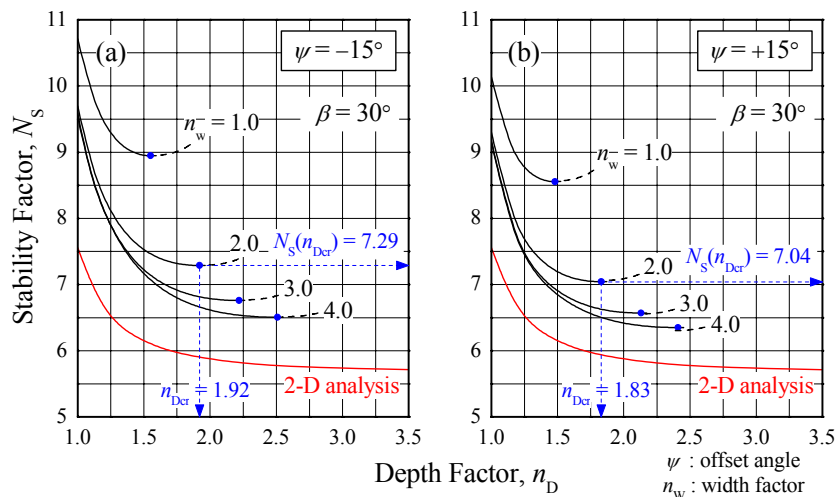


図-4 隅角斜面における深度係数と安定係数の関係

図-5 は、オフセット角  $\psi$  をパラメータとし、幅係数  $n_w$  に対して  $N_S(n_{Dcr})$  をプロットしたものである。図示のように、直線斜面（ $\psi = 0$ ）では  $N_S(n_{Dcr})$  は  $n_w$  の増大とともに減少しつづけ、所定の値に漸近する傾向を示すが、屈曲している場合には凹型凸型（ $\psi$  の符号）によらず極値が存在している。これは、 $n_w$  にも临界値（臨

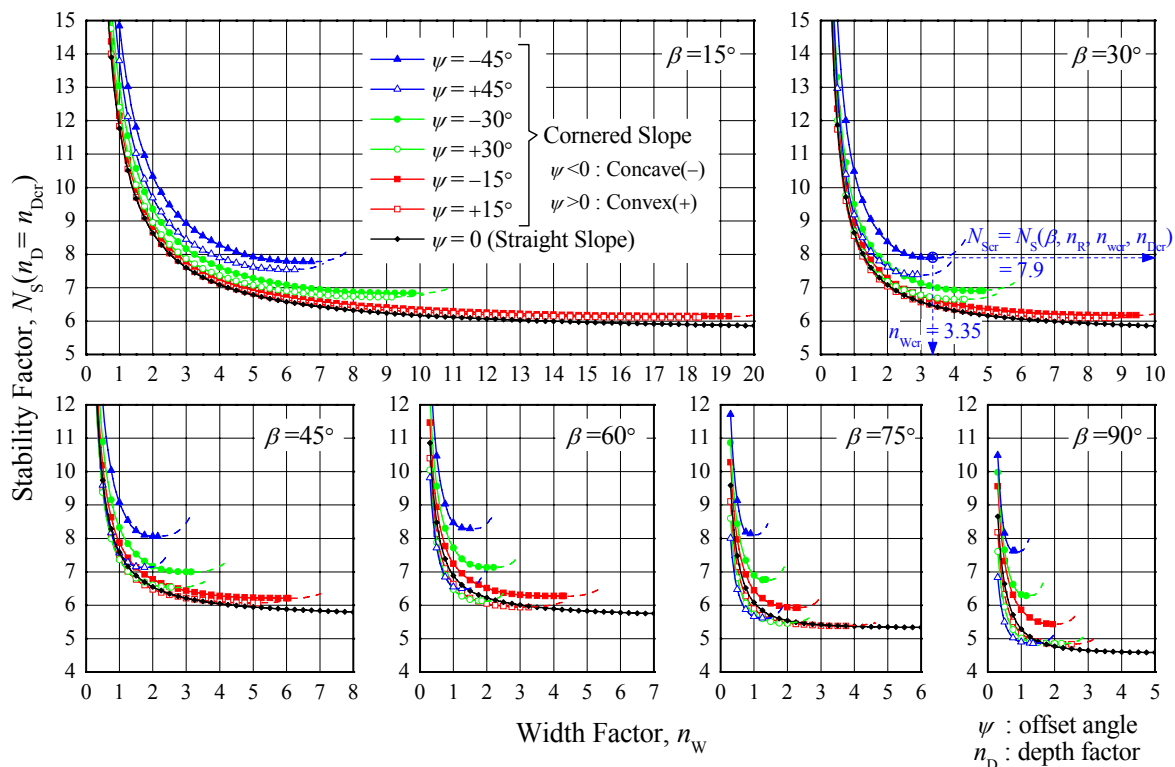


図-5 仮定するすべり面幅とそのすべり面幅における最小安定係数の関係

幅係数  $n_{wcr}$  が存在し、その斜面形状における最小の安定係数（臨界安定係数  $N_{scr}$ ）が得られることを意味している。したがって、すべり面を拘束する条件がない場合には、直線斜面では無限に幅の広いすべり面形状が臨界すべり面となるが、隅角斜面では安全率が極小となる固有の臨界すべり面幅を有しており、すべり面の大きさは有限に決まるといえる。

図-6 は、凹型・凸型の隅角斜面における臨界安定係数  $N_{scr}$  について、傾斜角  $\beta$  に対する安定図表を描いたものである。直線斜面には臨界安定係数が存在しないが、比較のため、仮定するすべり面幅が十分に大きい条件 ( $n_w = 10000$ ) で解析して得られた  $N_s(n_{Dcr})$  を臨界安定係数  $N_{scr}$  として同図に示している。傾斜角  $\beta$  が大きい範囲では、破壊形式は斜面先破壊あるいは斜面内破壊 ( $n_{Dcr} < 1.0$ ) で臨界となり、 $\beta$  に対して直線的に臨界安定係数  $N_{scr}$  が上昇している。これはどの斜面タイプについても同様にいえることである。その後、 $\beta = 65^\circ$  付近からは破壊形式は底部破壊へと移行し、凸型隅角斜面では傾斜角  $\beta$  の減少に伴い  $N_{scr}$  は増加し続けるが、凹型隅角斜面では減少傾向に転じている。直線斜面では傾斜角が小さくなると  $N_{scr}$  の値はほとんど変化していない。しかし、臨界深度係数  $n_{Dcr}$  は増加していき、臨界すべり面が大きくなっていく。

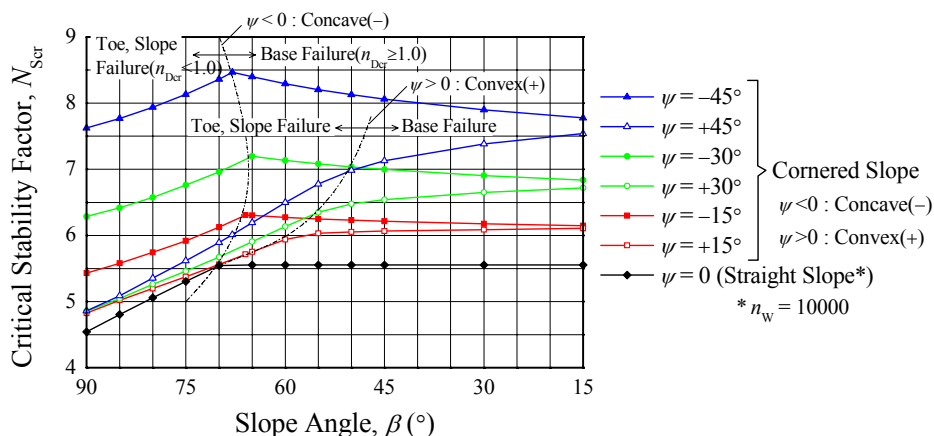


図-6 傾斜角と臨界安定係数の関係



同じオフセット角  $\psi$  で凹型・凸型における臨界安定係数  $N_{Scr}$  を比較すると、凹型の方が凸型よりも常に大きくなっており、その差は傾斜角  $\beta$  が大きいほど、また  $\psi$  が大きいほど増加している。しかし、いずれのタイプの隅角斜面でも、直線斜面での  $N_{Scr}$  を下回らないことが分かる。

### 3.2 直線部分と隅角部分の安定性

図-6 に示した臨界安定係数より、隅角部を有する直線斜面では、直線部分の方が隅角部よりも安定性が低いことが分かる。しかし、直線斜面で仮定しているすべり面幅はかなり大きく、現実的な大きさではない。実際にはすべり面の広がり拘束する地質的な条件があり、有限のすべり面幅を持つはずである。

図-7 は、傾斜角  $\beta$  をパラメータとして、幅係数  $n_w$  を一定にしたときのオフセット角  $\psi$  と、その幅係数に対して最小となる安定係数  $N_S(n_{Dcr})$  の変化について示している。直線斜面についても  $\psi = 0$  としてプロットしている。幅係数が同じ条件では、オフセット角が同じ大きさであれば、凹型よりも凸型の方で  $N_S(n_{Dcr})$  が小さいことが分かる。オフセット角の影響は大きく、傾斜角  $\beta = 90^\circ$  で比較すると、 $\psi = -45^\circ$  の凹型隅角斜面の  $N_S(n_{Dcr})$  は直線斜面 ( $\psi = 0$ ) の 1.5 倍程度に大きくなっている。一方凸型隅角斜面の  $N_S(n_{Dcr})$  は、傾斜角が大きくなりすべり面幅が小さい場合には直線斜面の値を下回っている。これは、図-5 において傾斜角が大きい場合に、凸型隅角斜面のグラフが直線斜面のグラフを下回っている部分があることから分かる。したがって、凸型の隅角部を有する直線斜面では、隅角部においてすべり破壊を生じる可能性もあるといえる。

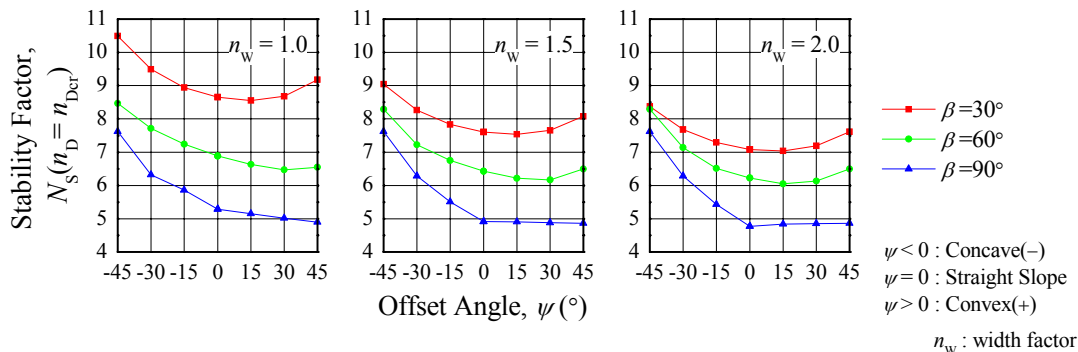


図-7 オフセット角と与えられたすべり面幅における最小安定係数の関係

### 3.3 すべり土塊の回転の中心軸

図-8 は、隅角斜面において、幅係数  $n_w$  を増加させていったときの各幅係数における臨界すべり面の回転の中心軸  $O_r(x_r, z_r)$  の位置の変化を表したものである。傾斜角  $\beta$ 、オフセット角  $\psi$  をパラメータとして、幅係数が臨界値  $n_{wcr}$  に達するまでをプロットしている。幅係数  $n_w$  が小さい場合、凹型と凸型で中心軸の位置にはほとんど差がみられないが、 $n_w$  の増加に伴い、凹型では斜面から離れる方向へ、凸型では斜面へ近づく方向へシフトしており、湾曲の方向に依存してほぼ対称に移動していることが分かる。これは、オフセット角によらず共通して見られる挙動である。ただし、傾斜角  $\beta$  が  $60^\circ$  を超えてくると、凹型と凸型で破壊形式が異なってくるため、中心軸の位置も両者に違いが表れている。また、傾斜角  $\beta$  の増加に伴い、中心軸の位置が斜面先に近づいている。臨界すべり面幅に対応する中心軸の位置はオフセット角によらずほぼ同じである。したがって、臨界すべり面の回転の中心軸の位置は、斜面の傾斜角と隅角の方向により決まり、オフセット角はあまり影響しないといえる。

### 3.4 臨界すべり面形状

図-9 は、隅角斜面における臨界すべり面の形状を描いたものである。斜面の高さはすべてのケースにおいて等しくしている。図-8 より、臨界すべり面の回転の中心軸はオフセット角の大きさによらずほぼ同じ位置であったが、臨界すべり面の形状には大きな違いが表れていることが分かる。

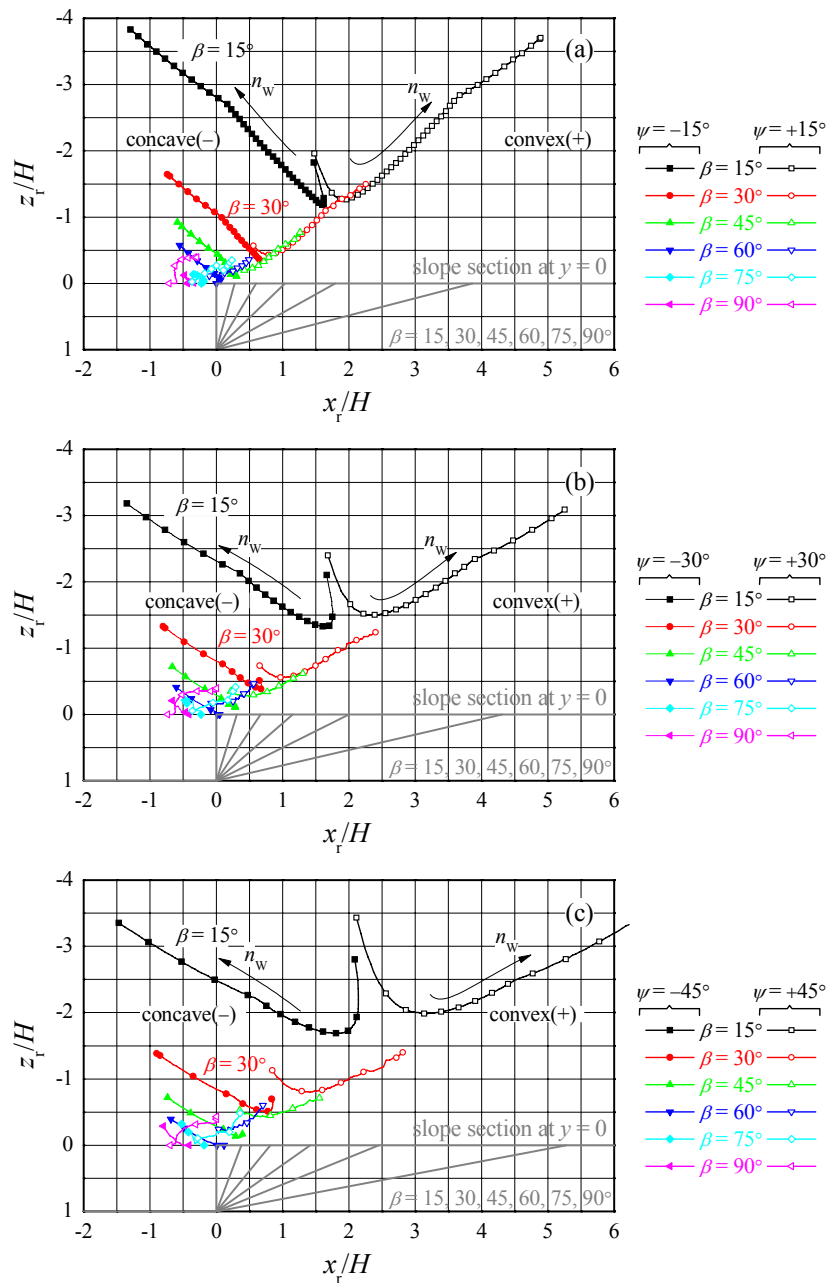


図-8 最小安定係数に対する回転の中心軸の位置  
 ((a)  $\psi = \pm 15^\circ$ , (b)  $\psi = \pm 30^\circ$ , (c)  $\psi = \pm 45^\circ$ )

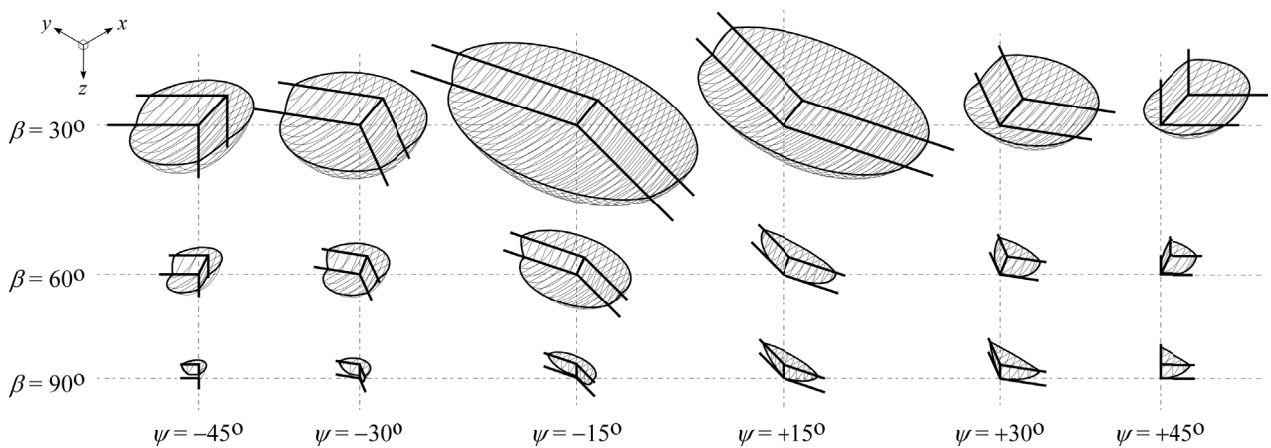


図-9 臨界すべり面形状

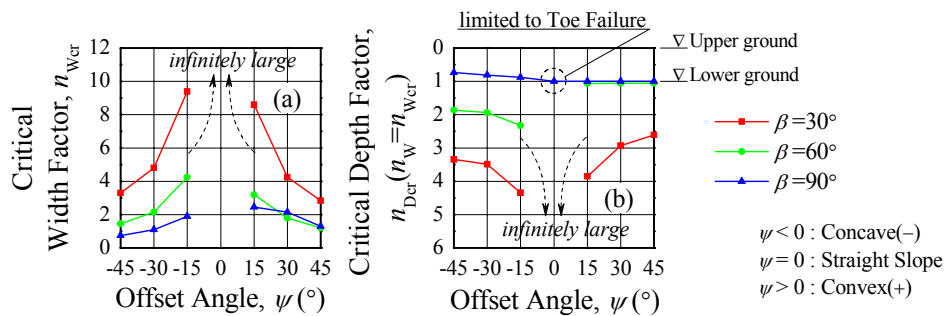


図-10 オフセット角が臨界すべり面の大きさへ及ぼす影響  
 ((a) 臨界すべり面幅, (b) 臨界すべり面における深さ係数)

図-10は、傾斜角 $\beta$ をパラメータとして、臨界幅係数 $n_{wcr}$ およびそれに対応する臨界深度係数 $n_{Dcr}$ をオフセット角 $\psi$ に対してプロットしたものである。臨界幅係数 $n_{wcr}$ はオフセット角 $\psi$ の減少に伴って急激に増加し、図には示していないが $\psi = 0$ の直線斜面において無限大になる。臨界深度係数 $n_{Dcr}$ も同様に、 $\psi$ の減少に伴って急激に増加し $\psi = 0$ において無限大になるが、斜面の傾斜角 $\beta$ が大きく破壊形式が斜面先破壊に限定されるような場合は、仮定するすべり面幅にかかわらず有限の臨界深さ係数が得られることが分かる。

オフセット角が同じ条件では、凹型の方が凸型よりも、臨界幅係数、臨界深度係数ともに大きくなる傾向が見られるが、鉛直斜面( $\beta = 90^\circ$ )においては逆転している。これは、臨界となるすべりの破壊モードが異なるため、凹型では斜面内破壊となるのに対し、凸型では斜面先破壊となる。このような例外はあるが、傾斜角 $\beta = 60^\circ$ 程度までの隅角斜面では、凹型の方が凸型よりも臨界すべり面の大きさが大きくなるといえる。

#### 4. おわりに

粘性土隅角斜面のすべりに対する安定性を、回転楕円体により規定するすべり面を用いて極限平衡法により解析し、斜面の三次元形状が斜面の安定性に及ぼす影響について検討した。その要点は以下のようである。

- ・ 三次元すべり面を用いると、湾曲斜面と同様に隅角斜面（直線斜面を含む）におけるすべり面幅の大きな影響を定量的に評価できる。緩い直線斜面では、すべり面幅が増大するに従って底部破壊の臨界すべり面は際限なく深くなり安定係数は低下し続ける（二次元解析と同じ）。しかし、隅角斜面では、特定の深度係数と幅係数で安定係数は最小値になる極限状態が存在することが分かった。
- ・ 隅角斜面では凹型の方が凸型よりも安定性が高く、傾斜角が大きくオフセット角が大きいほどその差が顕著になる。また、凹型凸型ともに、オフセット角が大きいほど臨界安定係数は増大して安定になるが、オフセット角が大きくなりすぎると、隅角部の方が隅角部を含まない直線部よりもすべり安定性が小さくなる可能性も存在することが分かった。
- ・ 隅角斜面における臨界すべり面の回転の中心軸の位置は、オフセット角の大きさにはほとんど影響されず斜面の傾斜角と隅角の凹凸により決まり、斜面の傾斜角が比較的小さく底部破壊となる場合には、オフセット角が小さいほどすべり面は大きくなる傾向がある。また、凹型の方が凸型よりもすべり面の規模は大きくなる傾向があることが分かった。

## 参考文献

- 1) Morimasa, S., Miura, K.: “Three-dimensional slope stability analysis by means of limit equilibrium method”, The 10th International Symposium on Landslides and Engineered Slopes (10th ISL), Xi’an, China, 2008.06
- 2) 森政信吾, 三浦均也, “湾曲斜面における臨界すべり面形状とすべり安定性の極限平衡法による解析”, 第20回中部地盤工学シンポジウム, 2008
- 3) Ugai, K., “Three-Dimensional Stability Analysis of Vertical Cohesive Slopes”, JGS, Soils and Foundations, Vol.25, No.3, pp.41-48., 1985
- 4) R. Baker and M. Garber, “Variational approach to slope stability”, 9th ICSMFE, Vol.2, pp.9-12, 1997

## 用いた記号のリスト

$\psi$	オフセット角 (offset angle)
$n_W = w_{\text{sld}} / H$	幅係数 (width factor)
$n_D = D / H$	深度係数 (depth factor)
$x_r / H, z_r / H$	正規化したすべり面の回転軸座標 (normalized coordinate of revolving axis)
$n_{Wcr}$	臨界幅係数 (critical width factor)
$n_{Dcr}$	臨界深度係数 (critical depth factor)
$N_S'(\beta, \psi, n_W, n_D, x_r / H, z_r / H)$	与えられたすべり面に対する安定係数 (stability factor for a given sliding surface)
$N_S(\beta, \psi, n_W, n_D)$	安定係数 (stability factor) $N_S'(\beta, \psi, n_W, n_D, x_r / H, z_r / H)$ において, $x_r / H, z_r / H$ の変化に対する最小値。Terzaghi の定義した安定係数に対応。このとき, $x_r / H = x_{rcr} / H, z_r / H = z_{rcr} / H$
$N_S(\beta, \psi, n_W, n_{Dcr})$ ( = $N_S(n_{Dcr})$ )	与えられた幅係数 $n_W$ に対する最小安定係数。深度係数 $n_D$ が臨界値 $n_{Dcr}$ となるときの安定係数
$N_{Scr}(\beta, n_R) = N_S(\beta, n_R, n_{Wcr}, n_{Dcr})$	臨界安定係数 (critical stability factor) $N_S(\beta, n_R, n_W, n_D)$ における, $n_W$ と $n_D$ の変化に対する最小値。このとき, $n_W = n_{Wcr}, n_D = n_{Dcr}$