

湾曲斜面における臨界すべり面形状とすべり安定性の極限平衡法による解析

キーワード：斜面 安定解析 極限平衡法

豊橋技術科学大学 学生会員 森政 信吾
豊橋技術科学大学 国際会員 三浦 均也

1. はじめに

実務における斜面の安定性評価は、二次元条件での極限平衡法による解析に基づいていることが普通である。しかし、実際には斜面は水平方向に湾曲しており、またすべり面は有限の幅を持つ三次元的な形状をしているのが普通である。そのため、著者らはこれまでに、二次元斜面（直線斜面）に三次元すべり面が生ずる場合について一連の安定解析を行い、すべり面の三次元形状が斜面の安定性に及ぼす影響を検討してきた。その結果は Terzaghi が定義した安定係数の形でまとめている¹⁾。本研究では、三次元形状を有する斜面として、斜面先と斜面肩のラインが同心円で規定される水平面上で湾曲した斜面（湾曲斜面）を取り上げ、斜面の三次元形状が安定性、および臨界すべり面形状に及ぼす影響について検討した。解析では回転楕円体によりすべり面の形状を仮定し、滑動モーメントと抵抗モーメントの比より安定係数を計算した。一連の解析により、斜面の傾斜角、湾曲斜面の曲率半径、基盤までの深さ、すべり面の規模（幅）をパラメータとした臨界すべり面形状が得られ、それに対応した臨界安定係数が得られた。本報告では、斜面およびすべり面の三次元的な形状効果による安定係数の変化、および対応する臨界すべり面形状について、解析結果を示し考察する。

近年は、有限要素法などの数値解析法の適用により、不整形で不均一な斜面安定性の剛塑性あるいは弾塑性解析が可能になりつつある（例えば、参考文献 2)など）。しかし、解析結果は想定する臨界すべり面とメッシュの形状に強く依存することは否めないのが現状である。したがって、本研究の成果によって、三次元的な要素の強い斜面の安定性について安定性の指標を簡便に得るのみならず、より精緻な数値解析に対しては、解析条件を設定する際に必要な、適切な臨界すべり面形状などの重要な情報を得ることが可能であると考えている。

2. 解析方法

2.1 斜面の形状

解析の対象とする湾曲斜面を図-1 に示す。湾曲斜面は円錐を水平に切断してできる形状であり、斜面肩と斜面先のラインを同心円で規定している。傾斜角 β は一様である。湾曲の方向により凹型と凸型の 2 つのタイプを考慮し、湾曲の程度は以下の式で定義される湾曲係数 n_R で表す。

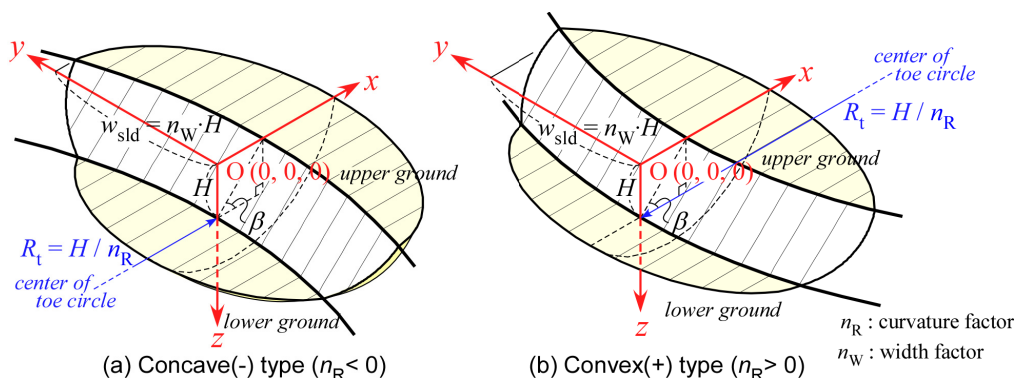


図-1 湾曲斜面の形状（凹型・凸型）

$$n_R = H / R_t \quad (1)$$

湾曲係数は、斜面先のラインの半径 R_t を斜面高さ H で正規化したものであり、凹型では負の値、凸型では正の値で表すものとする。ただし、湾曲係数 n_R の大きさはその絶対値が意味を持つ。考察では、比較のため直線斜面の結果も示すが、直線斜面は湾曲係数 $n_R = 0$ の湾曲斜面に相当する。本研究では、斜面を構成する土質は粘性土 ($\phi = 0$) とし、均質な場合のみを対象として基本的な特性を調べた。

2.2 すべり面の形状

すべり面の形状は、図-2 に示すような回転楕円体で規定する。鵜飼²⁾は、粘性土からなる直線斜面内にすべりが生じる場合、すべり土塊に作用する力のつり合いを満足し、安全率 F_S が最小となるような臨界すべり面形状は、斜面の長軸方向 (y 方向) に平行な中心軸をもつ回転体面で表されることを Baker³⁾ の変分法に基づく定式化にならって証明している。回転楕円体はこのような回転体の 1 つであり、以下の式で与えられる。

$$\frac{(x-x_r)^2}{R^2} + \frac{y^2}{R_y^2} + \frac{(z-z_r)^2}{R^2} = 1 \quad (2)$$

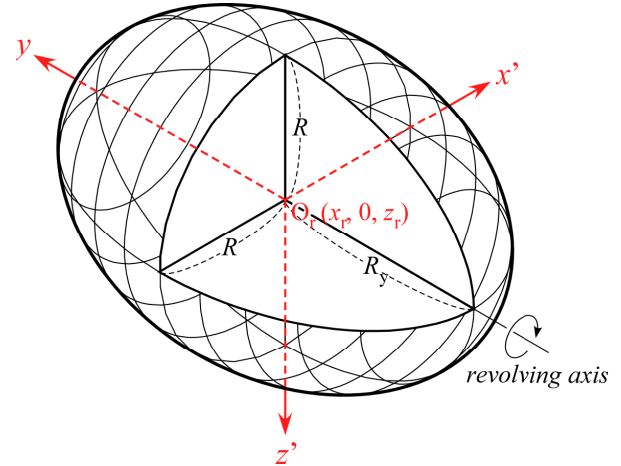


図-2 すべり面形状を規定する回転楕円体

ここに、 $O_r(x_r, z_r)$ は回転軸の座標、 R は x, z 方向半径、 R_y は y 方向半径を表す。任意の y 座標における $x-z$ 断面は半径 $r(y)$ の円形となる。湾曲斜面についても、回転楕円体は概ね妥当なすべり面形状であると考えられる。

2.3 安定性の評価法

斜面の形状は、水平面上で $y = 0$ 断面に関して対称であるため、すべり土塊も同様に $y = 0$ 断面に関して対称となり $x-z$ 方向にすべる。いま、図-3 に示すようなすべり土塊について、回転の中心軸 O_r についての滑動モーメント M_d と抵抗モーメント M_r を求めその比をとると、安全率 F_S が以下の式で得られる。

$$F_S = \frac{M_r}{M_d} = \frac{\int_0^{w_{slid}} cL(y)r(y)\sqrt{(dr/dy)^2 + 1} dy}{\int_0^{w_{slid}} \gamma G_z(y) dy} \quad (3)$$

ここに、 c は粘着力、 γ は単位体積重量である。また、 $G_z(y)$ は任意の y 座標におけるスライスの z 軸 ($x' = x - x_r$) についての断面一次モーメント、 $L(y)$ と $r(y)$ はそれぞれスライスのすべり円弧の長さおよび半径を表し、すべて幾何学的に求まる。 w_{slid} は仮定するすべり面幅の 1/2 である。したがって、与えられたすべり面に対する安定係数 N_S' は以下のように表せる。

$$N_S' = \frac{\gamma H}{c'} = \frac{\gamma H}{c/F_S} = \frac{H \int_0^{w_{slid}} L(y)r(y)\sqrt{(dr/dy)^2 + 1} dy}{\int_0^{w_{slid}} G_z(y) dy} \quad (4)$$

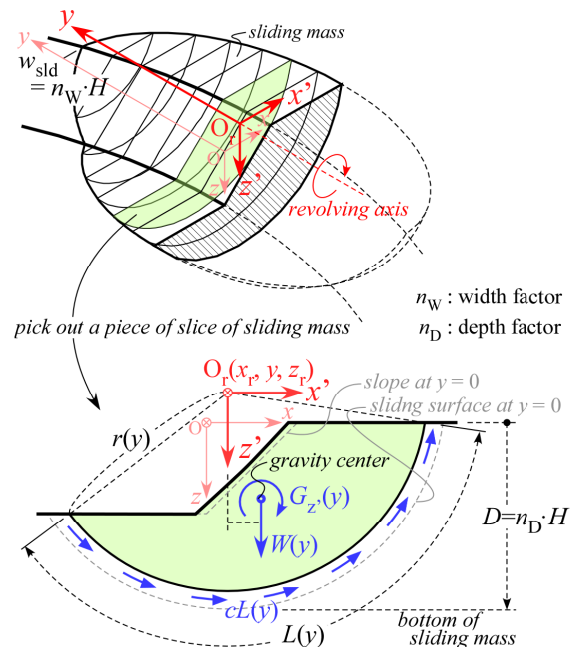


図-3 湾曲斜面の安定計算

上式の積分は Simpson の積分公式により数値的に計算した。

なお、本研究ではすべり土塊は $x-z$ 面に平行に回転移動すると仮定している。したがって、すべり面上で発揮されるせん断力の作用方向は常にその回転移動方向に等しい、すなわち $x-z$ 方向（スライス方向）であるとみなしている。

2.4 解析条件

本研究で定義して用いた記号のリストを末尾に示している。すべり面の大きさは、以下に定義する 2 つのパラメータ、幅係数 n_w 、深度係数 n_D で表す（図-3 参照）。

$$n_w = w_{slid} / H \tag{5}$$

$$n_D = D / H \tag{6}$$

ここに、 D は斜面の上側からすべり面の最深部までの深さである。幅係数 n_w と深度係数 n_D は、それぞれすべり面の幅 w_{slid} 、深さ D を斜面高さ H で正規化したものである。

与えられたすべり面の大きさに対する安定係数 N_S は回転軸の座標の関数なので、 N_S を最小にする臨界条件を探索した。その最小値 N_S は Terzaghi が導入した安定係数 N_S に対応している。さらに、安定係数 N_S を、与えられた斜面形状（斜面傾斜角 β 、湾曲係数 n_R ）の下で、すべり面の大きさ（幅係数 n_w 、深度係数 n_D ）をパラメトリックに変化させ、 N_S が最小となる条件を探索し、その値を臨界安定係数 N_{Scr} と定義した。 N_{Scr} はもはや斜面形状（斜面傾斜角 β 、湾曲係数 n_R ）のみの関数である。

3. 解析結果

3.1 臨界安定係数

図-4 は、すべり面の大きさを決めるパラメータのうち、幅係数 n_w を一定値に固定して深度係数 n_D のみを変化させたときの安定係数 N_S の変化を示している。直線斜面 ($n_R=0$) で二次元解析を実施すると n_D の増大とともに N_S は減少し続けるのに対して、回転楕円体すべり面を用いた三次元解析では与えられた幅係数 n_w において n_D の臨界値（臨界深度係数 n_{Dcr} ）が存在し、その幅係数における最小の安定係数 $N_S(n_{Dcr})$ が得られることがこれまでの研究で明らかになっている¹⁾。これは斜面が湾曲している場合にも同様で、図示のように臨界深度係数 n_{Dcr} が存在し、それに対応する安定係数 $N_S(n_{Dcr})$ が得られることが分かる。

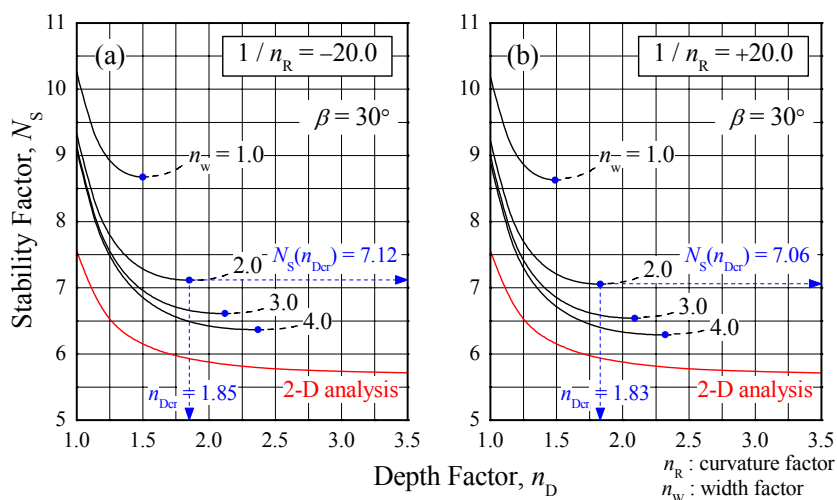


図-4 深度係数と安定係数の関係

図-5 は、湾曲係数 n_R をパラメータとし、幅係数 n_w に対して $N_S(n_{Dcr})$ をプロットしたものである。図示のように、直線斜面 ($n_R=0$) では $N_S(n_{Dcr})$ は n_w の増大とともに減少しつづけ、所定の値に漸近する傾向を示すが、

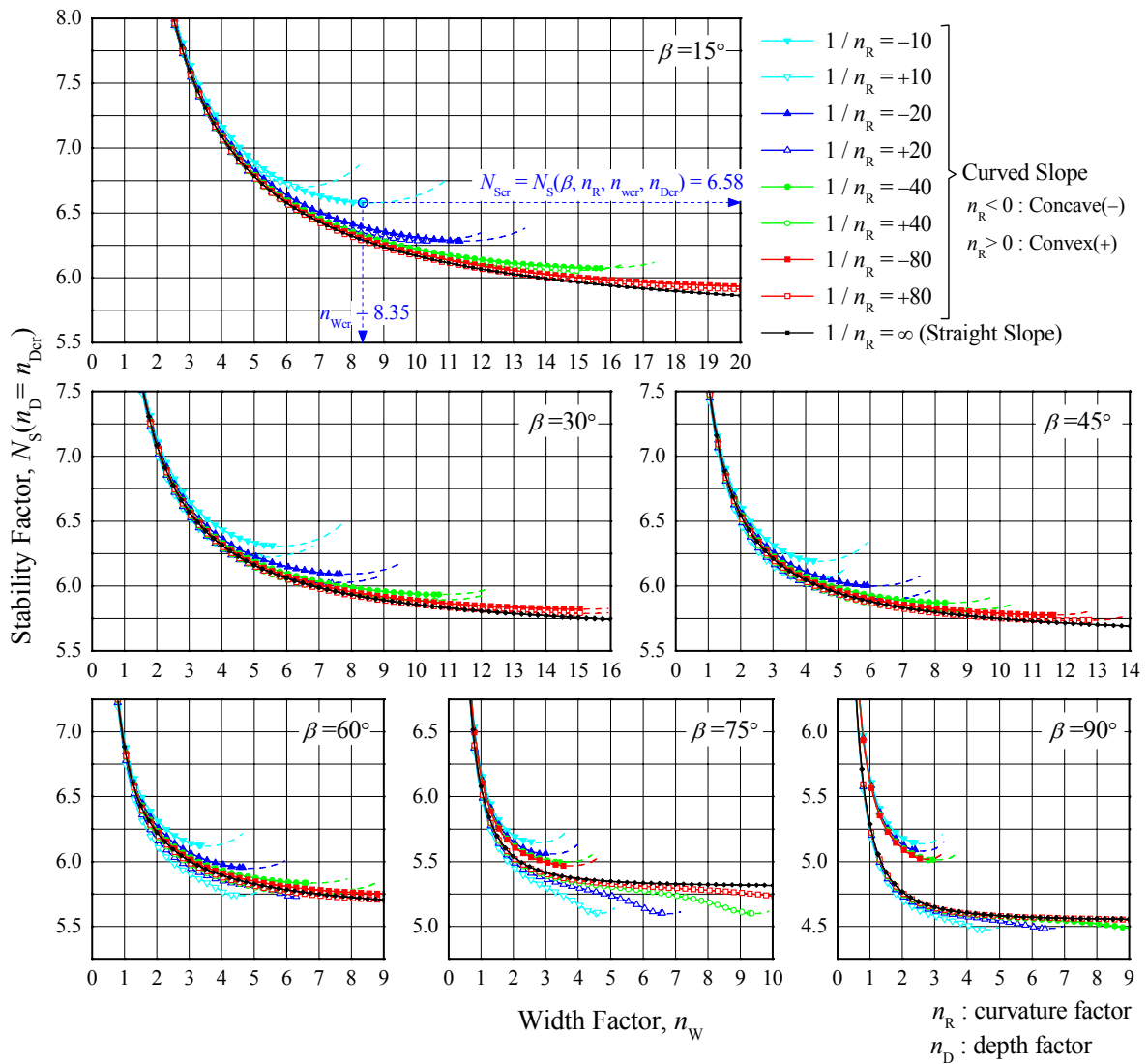


図-5 仮定するすべり面幅とそのすべり面幅における最小安定係数の関係

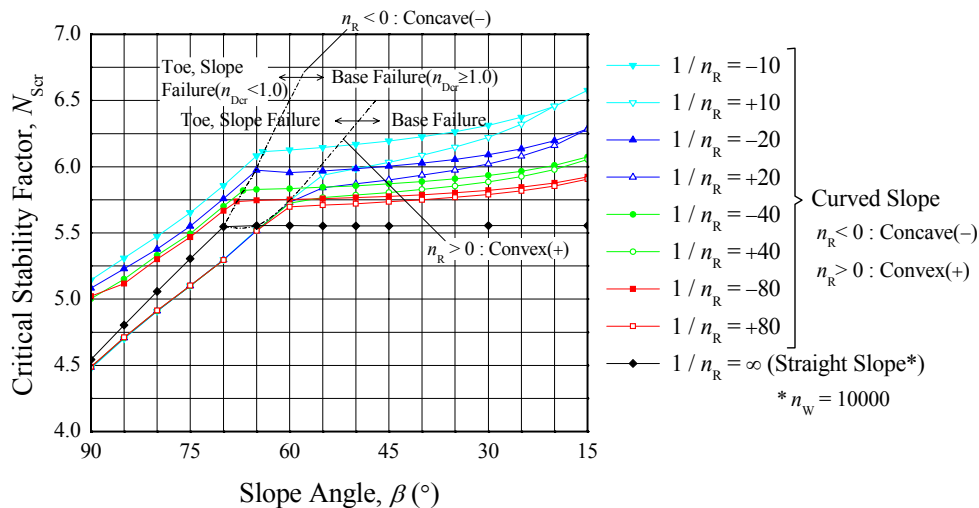


図-6 傾斜角と臨界安定係数の関係

湾曲している場合には凹型凸型 (n_R の符号) によらず極値が存在している。これは、 n_w にも臨界値 (臨界幅係数 n_{wcr}) が存在し、その斜面形状における最小の安定係数 (臨界安定係数 N_{Scr}) が得られることを意味している。

図-6 は、凹型・凸型の湾曲斜面における臨界安定係数 N_{Scr} について、傾斜角 β に対する安定図表を描いたものである。直線斜面には臨界安定係数が存在しないが、比較のため、仮定するすべり面幅が十分に大きい条件 ($n_w = 10000$) で解析して得られた $N_S(n_{Dcr})$ を臨界安定係数 N_{Scr} として同図に示している。傾斜角 β が大きい範囲では、破壊形式は斜面先破壊あるいは斜面内破壊 ($n_{Dcr} < 1.0$) で臨界となり、 β に対して直線的に臨界安定係数 N_{Scr} が上昇している。これはどの斜面タイプについても同様にいえることである。その後、 $\beta = 65^\circ$ 付近からは破壊形式は底部破壊へと移行し、湾曲斜面では N_{Scr} の増加量は小さくなるものの増加を続けている。直線斜面では傾斜角が小さくなると N_{Scr} の値はほとんど変化していない。しかし、臨界深度係数 n_{Dcr} は増加していき、臨界すべり面が大きくなっていく。

同じ湾曲係数 n_R で凹型・凸型における臨界安定係数 N_{Scr} を比較すると、凹型の方が凸型よりも常に大きくなっており、その差は傾斜角 β が大きいほど、また n_R が大きいほど（曲率が大きいほど）増加している。湾曲斜面と直線斜面で N_{Scr} を比較すると、凹型の湾曲斜面では直線斜面を下回っていない。一方凸型の湾曲斜面では、 $\beta > 65^\circ$ の急斜面において n_R の値によらず N_{Scr} がほぼ同じ値となり、直線斜面の N_{Scr} を下回っていることが分かる。また、いずれのタイプの湾曲斜面でも、湾曲係数が大きくなるにつれて直線斜面の N_{Scr} に近づいている。

3.2 斜面の三次元形状が安定性に及ぼす影響

図-7 は、傾斜角 β をパラメータとして、幅係数 n_w を一定にしたときの湾曲係数 n_R と、その幅係数に対して最小となる安定係数 $N_S(n_{Dcr})$ の変化について示している。直線斜面についても $n_R = 0$ としてプロットしている。幅係数が同じ条件では、傾斜角に関わらずグラフが右下がりになっていることが分かる。これは、凹型湾曲斜面では直線斜面よりも安定性が高く、曲率が大きいほど安定性が増す、一方凸型斜面では直線斜面よりも安定性が低く、曲率が大きいほど安定性が低くなることを表している。ただし、図-5 や図-6 に示すように、幅係数が臨界値 n_{wcr} 程度まで大きくなると、傾斜角 β の小さい凸型湾曲斜面においては直線斜面よりも $N_S(n_{Dcr})$ が大きくなる。したがって、凹型の湾曲は斜面の安定性にプラスに作用し、凸型の湾曲は斜面の安定性にマイナスに作用するが、傾斜角が小さくすべり面幅が十分に大きい場合には、凸型においても湾曲形状が安定性にプラスに作用する場合があるといえる。

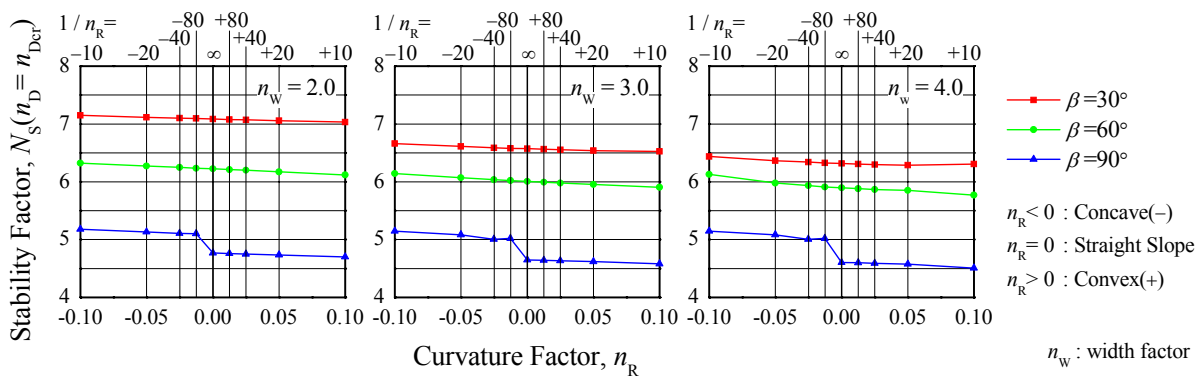


図-7 湾曲斜面の曲率と与えられたすべり面幅における最小安定係数の関係

3.3 すべり土塊の回転の中心軸

図-8 は、湾曲斜面において、幅係数 n_w を増加させていったときの各幅係数における臨界すべり面の回転の中心軸 $O_r(x_r, z_r)$ の位置の変化を表したものである。傾斜角 β 、湾曲係数 n_R をパラメータとして、幅係数が臨界値 n_{wcr} に達するまでをプロットしている。幅係数 n_w が小さい場合、凹型と凸型で中心軸の位置にほとんど差がみられないが、 n_w の増加に伴い、凹型では斜面から離れる方向へ、凸型では斜面へ近づく方向へシフトしており、湾曲の方向に依存してほぼ対称に移動していることが分かる。これは、傾斜角 β が 60° 程度ま

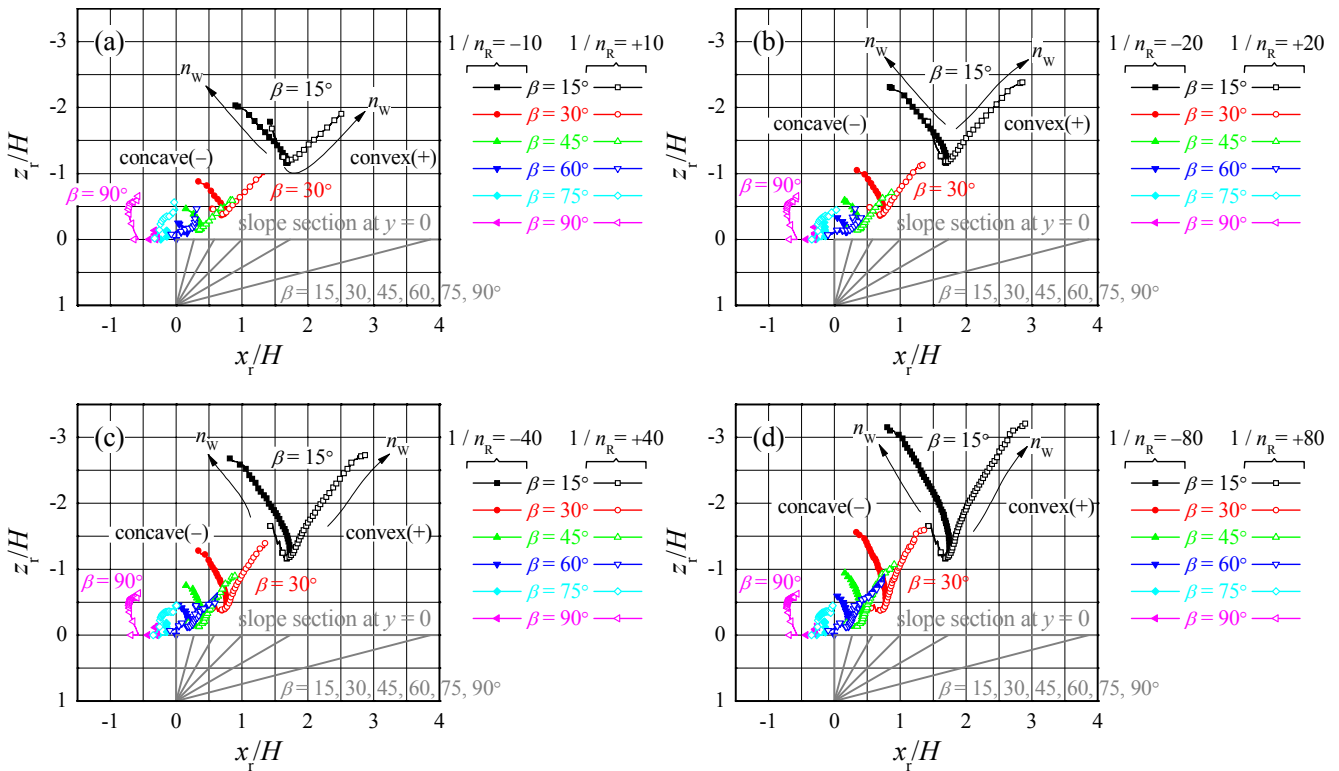


図-8 与えられたすべり面幅における最小安定係数に対する回転の中心軸の位置
 ((a) $1/n_R = \pm 10$, (b) $1/n_R = \pm 20$, (c) $1/n_R = \pm 40$, (d) $1/n_R = \pm 80$)

での斜面については曲率によらず共通して見られる挙動である。しかし $\beta > 65^\circ$ になると、両方で破壊形式が異なり、凹型では斜面内破壊 ($n_D < 1.0$) となるのに対し、凸型では斜面先破壊となるため、凹型と凸型で中心軸の位置が全く異なっている。また曲率が小さくなると、臨界すべり面幅に対応する中心軸の位置が上にシフトしていることが分かる。

3.4 臨界すべり面の形状

図-9および図-10は、湾曲斜面において幅係数、深さ係数ともに臨界値となる場合 ($n_W = n_{Wcr}$, $n_D = n_{Dcr}$),

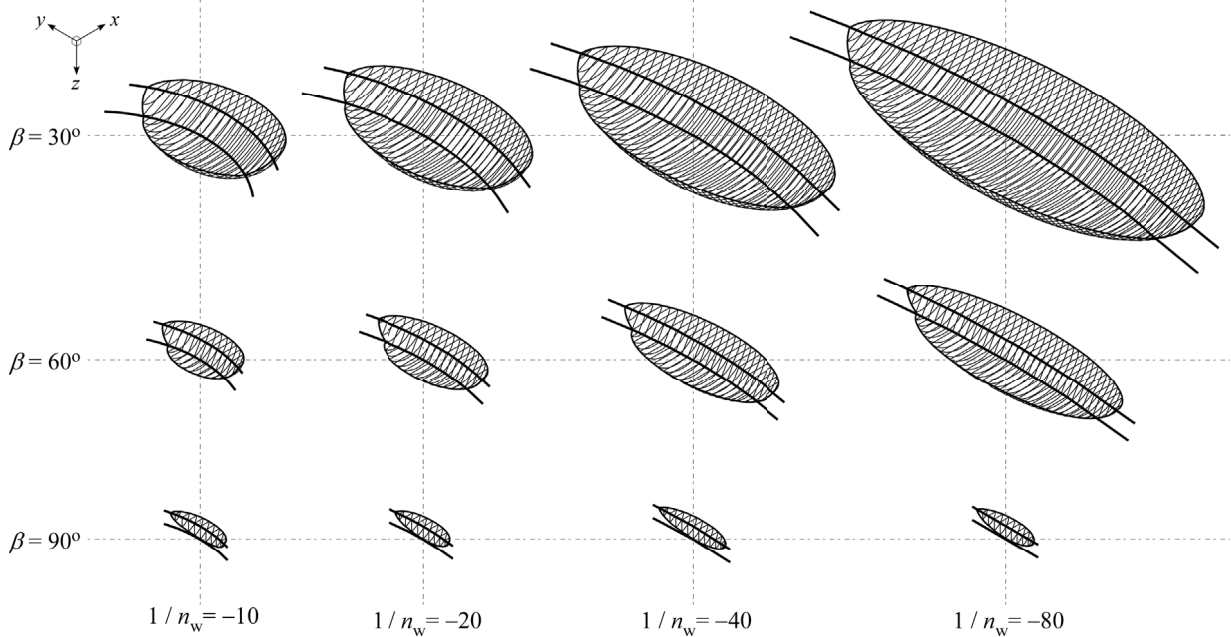


図-9 臨界すべり面形状 (凹型: $n_R < 0$)

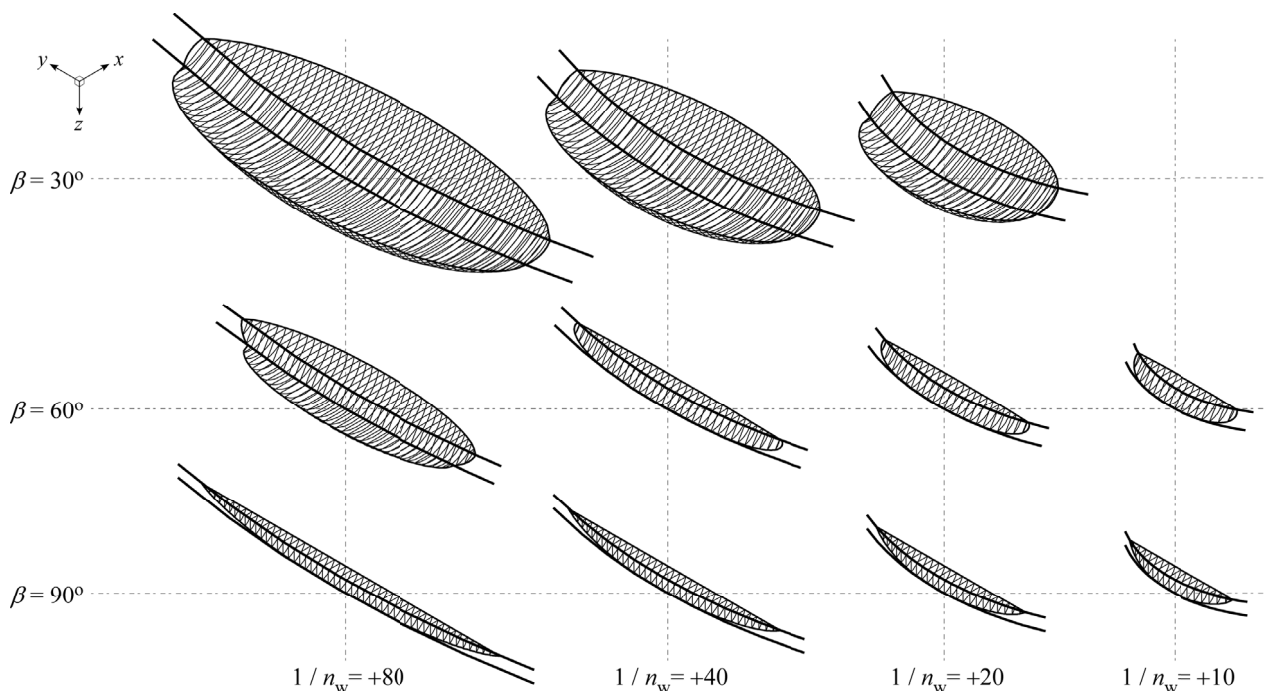


図-10 臨界すべり面形状 (凸型 : $n_R > 0$)

つまり臨界安定係数 N_{scr} に対応する臨界すべり面の形状を描いたものである。斜面の高さはすべてのケースにおいて等しく設定している。凹型・凸型どちらのタイプの湾曲斜面も、曲率が小さくなるほどすべりの規模が大きくなっている。直線斜面 ($n_R = 0$) ではすべり面の幅が無限大に大きくなることを考えると、この結果は当然といえる。傾斜角 $\beta = 30^\circ$ ではすべり面は同じような形態をしているが、 $\beta > 60^\circ$ では凹型と凸型ですべり面形状が異なり始め、 $\beta = 90^\circ$ においては全く異なる形状となっている。 $\beta = 90^\circ$ では、凸型斜面の臨界すべり面は曲率半径の増加に伴い大きくなり、また細長くなっていくのに対し、凹型斜面では曲率半径に関係なくほぼ同じ大きさで変わらないことが分かる。このような違いは、破壊形式の違いによるものである。

4. おわりに

粘性土湾曲斜面のすべりに対する安定性を、回転楕円体により規定するすべり面を用いて極限平衡法により解析し、斜面の三次元形状が斜面の安定性に及ぼす影響について検討した。その要点は以下のようである。

- ・三次元すべり面を用いると、湾曲斜面（直線斜面を含む）におけるすべり面幅の大きな影響を定量的に評価できる。緩い直線斜面では、すべり面幅が増大するに従って底部破壊の臨界すべり面は際限なく深くなり安定係数は低下し続ける（二次元解析と同じ）。しかし、湾曲斜面では、特定の深度係数と幅係数で安定係数が最小値になる極限状態が存在することが分かった。
- ・湾曲斜面では凹型の方が凸型よりも安定性が高く、傾斜角が大きく曲率半径（曲率の逆数）が小さいほどその差が顕著になる。また、凹型凸型ともに、湾曲することにより臨界安定係数は増大して安定になるが、凸型湾曲斜面において傾斜角が大きく斜面先破壊となる場合には、臨界安定係数が減少する場合がある。
- ・湾曲斜面における臨界すべり面の回転の中心軸の位置は、曲率半径の増加に伴って上方へ移動し、臨界すべり面幅は大きくなる。また、斜面の傾斜角が小さく底部破壊となる場合には、曲率半径が大きいほど、湾曲斜面における臨界すべり面は大きくなる傾向にある。しかし、傾斜角が大きく斜面内破壊や斜面先破壊となる場合には、凹型と凸型で臨界すべり面の形や規模が大きく異なる。凹型では傾斜角の増

加にもなって臨界すべり面が小さくなるが、凸型では逆に大きくなることが分かった。

参考文献

- 1) Morimasa, S., Miura, K.: “Three-dimensional slope stability analysis by means of limit equilibrium method,” The 10th International Symposium on Landslides and Engineered Slopes (10th ISL), Xi’an, China, 2008.06
- 2) 鵜飼恵三, “講座 地すべり解析における有限要素法の利用第1回 1. 講座を始めるにあたって,” 日本地すべり学会誌, Vol.40, No.1, pp.92-93, 2003
- 3) Ugai, K., “Three-Dimensional Stability Analysis of Vertical Cohesive Slopes,” JGS, Soils and Foundations, Vol.25, No.3, pp.41-48., 1985
- 4) R. Baker and M. Garber, “Variational approach to slope stability,” 9th ICSMFE, Vol.2, pp.9-12, 1997

用いた記号のリスト

$n_R = H / R_t$	湾曲係数 (curvature factor)
$n_W = w_{sld} / H$	幅係数 (width factor)
$n_D = D / H$	深度係数 (depth factor)
$x_r / H, z_r / H$	正規化したすべり面の回転軸座標 (normalized coordinate of revolving axis)
n_{Wcr}	臨界幅係数 (critical width factor)
n_{Dcr}	臨界深度係数 (critical depth factor)
$N_S'(\beta, n_R, n_W, n_D, x_r / H, z_r / H)$	与えられたすべり面に対する安定係数 (stability factor for a given sliding surface)
$N_S(\beta, n_R, n_W, n_D)$	安定係数 (stability factor) $N_S'(\beta, n_R, n_W, n_D, x_r / H, z_r / H)$ において, $x_r / H, z_r / H$ の変化に対する最小値。Terzaghi の定義した安定係数に対応。このとき, $x_r / H = x_{rcr} / H, z_r / H = z_{rcr} / H$
$N_S(\beta, \psi, n_W, n_{Dcr})$ (= $N_S(n_{Dcr})$)	与えられた幅係数 n_W に対する最小安定係数。深度係数 n_D が臨界値 n_{Dcr} となるとき安定係数
$N_{Scr}(\beta, n_R) = N_S(\beta, n_R, n_{Wcr}, n_{Dcr})$	臨界安定係数 (critical stability factor) $N_S(\beta, n_R, n_W, n_D)$ における, n_W と n_D の変化に対する最小値。このとき, $n_W = n_{Wcr}, n_D = n_{Dcr}$