

1. はじめに

洪水時の堤防の不安定化や液状化に起因する地盤の流動化などの地盤災害、注入や打設などを伴う地盤改良のメカニズムには、地盤内の浸透に伴う大変形や浸透破壊が重要な役割を担っている。地盤内の進行的な浸透破壊を表現する必要がある。また、土の固体部分と液体・気体の流体部分との3相の相互作用が重要な役割を果たしていることが報告されている^{1),2)}。地盤の浸透破壊挙動に及ぼす不飽和度や溶存酸素の過飽和度の影響は大きく、地盤内に発生する気泡が地盤を劣化させることは重要な課題である²⁾。

一方、大変形を伴う破壊解析には離散的手法は有用である。しかし、個別要素法 (DEM) などの離散的手法では解析領域の大きな問題には不向きであり連続体的手法が実用的となる。

そこで、本報告では、土・水・空気の三相相互作用を考慮した浸透破壊解析法の提案を試みた。解析には Smoothed Particle Hydraulics (SPH) 法を用いて離散的手法と連続体的手法の両者の特徴を生かした手法の開発に取り組んでいる。また、極簡単な模型実験と解析で観察された現象の比較も行った。

2. 解析方法

2.1 連続の式および運動方程式の連続体表記

まず連続体表記による連続の式および運動方程式について整理する。相の密度と速度ベクトルを ρ 、 v^i とすると連続の式は以下のようにかける。

$$\dot{\rho} + \rho \frac{\partial v^i}{\partial x^i} = \dot{\rho} + \rho D = 0, \quad \dot{\rho} = \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (\text{時間微分}), \quad D = \frac{\partial v^i}{\partial x^i} \quad (\text{発散}) \quad (1)$$

また、体積力 f^i 、応力テンソル σ^{ij} によって運動方程式は、

$$\dot{v}^i = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x^j} \sigma^{ij} + f^i, \quad \sigma^{ij} = -P\delta^{ij} + S^{ij}, \quad \delta^{ij}: \text{Kronecker's symbol}, \quad (2)$$

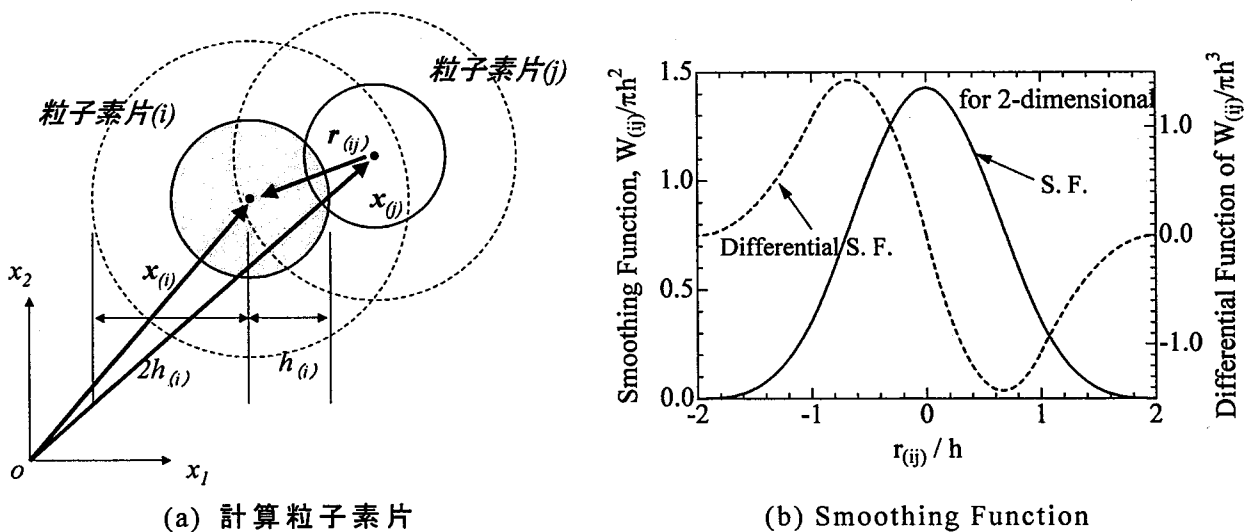


図-1 SPHにおける粒子素片の幾何特性

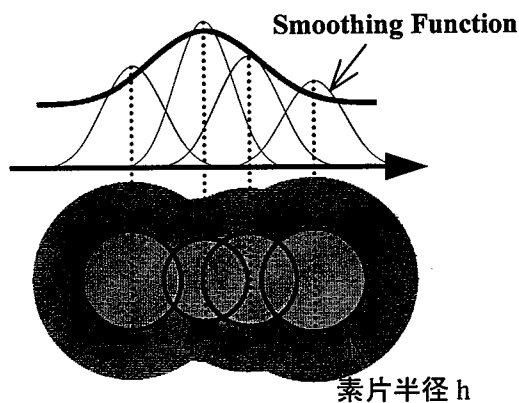


図-2 SPH 法による物理量分布

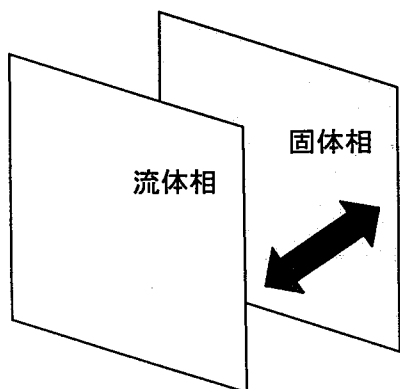


図-3 固体相と流体相（液相・気相）の重ね合わせ

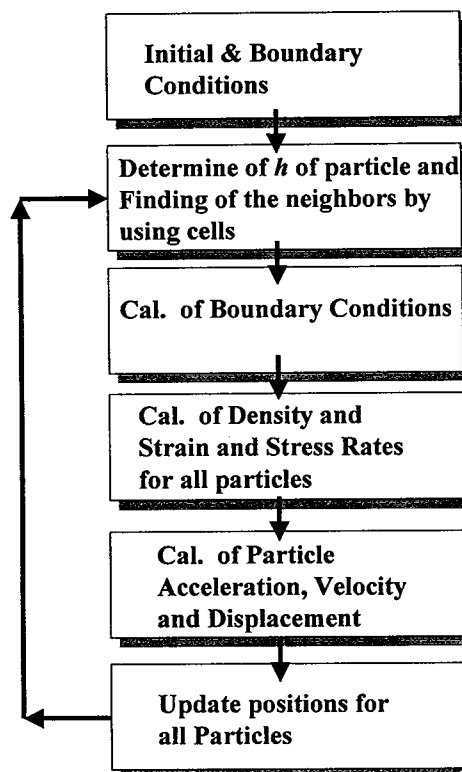


図-4 SPH 法による浸透解析の解析フロー

非粘性流体では

$$\dot{v}^i = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x^i} P + f^i \quad (3)$$

となる。ひずみ速度 $\dot{\epsilon}^{ij}$ 、回転速度 \dot{R}^{ij} 、応力速度 \dot{S}^{ij} は、以下のようになる。

$$\dot{\epsilon}^{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v^i}{\partial x^j} + \frac{\partial v^j}{\partial x^i} \right), \quad \dot{R}^{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v^i}{\partial x^j} - \frac{\partial v^j}{\partial x^i} \right), \quad \dot{S}^{ij} = G \left(\dot{\epsilon}^{ij} - \frac{1}{3} \delta^{ij} \epsilon^{kk} \right) + S^{ik} \dot{R}^{jk} + S^{kj} \dot{R}^{ik} \quad (4a,b,c)$$

2.2 連続の式および運動方程式の SPH 法による離散的表記

本研究においては、SPH(Smoothed Particle Hydrodynamics)法^{3),4)}を用いる。SPH 法は宇宙物理学で開発された Lagrangian 的計算手法である。個別要素法(DEM)のように個々の実際の粒子に着目するのではなく、粒子群で形成され重なり合って存在する連続体素片(図-1 参照)に着目し、その個々の素片(計算粒子素片:半径 h)に対して運動方程式を計算する。素片は、例えば、土については土粒子個々ではなく土塊、水については水分子ではなく水の塊を意味する。したがって、多くの粒子からなる系の解析が容易に実行でき、Lagrangian 的に取り扱うので素片同士のすべり、剥離、多相系の混合や相互作用などの離散的挙動の表現が可能となる。粒子素片には、構成式や状態方程式を取り込むことが容易である。素片は互いに重なりあってその集合体として例えば粒子相を記述するといった考え方に基いている。位置 \mathbf{x} での物理量 $f(\mathbf{x})$ の平均値 $\langle f(\mathbf{x}) \rangle$ は、仮想粒子の影響範囲内 \mathbf{x}' で平均化関数(Smoothing Function) W によって以下のように表される(図-1,2 参照)。

$$\langle f(\mathbf{x}) \rangle = \int W(\mathbf{x} - \mathbf{x}', h) f(\mathbf{x}') d\mathbf{x}' = \int W(r, h) f(\mathbf{x}') d\mathbf{x}', \quad \int W(\mathbf{x}', h) d\mathbf{x}' = 1 \quad (5)$$

離散化するために、粒子素片(i)の質量と密度をそれぞれ $m_{(i)}$ 、 $\rho_{(i)}$ 、中心の位置ベクトルを $\mathbf{x}_{(i)}$ 、中心で物理量を $f_{(i)}$ 、粒子素片(i)と粒子素片(j)の中心間ベクトルを $\mathbf{r}_{(ij)}$ とすると、

$$\langle f(\mathbf{x}) \rangle = \sum_{k=1}^N m_{(k)} \frac{f_{(k)}}{\rho_{(k)}} W(\mathbf{r}_{(ij)}, h) \quad , \quad \mathbf{r}_{(ij)} = \mathbf{x}_{(i)} - \mathbf{x}_{(j)} \quad (6)$$

となる。例えば、粒子素片(i)での密度は $\rho_{(i)}$ は以下のように表される。

$$\rho_{(i)} = \sum_{k=1}^N m_{(k)} \frac{\rho_{(k)}}{\rho_{(k)}} W(\mathbf{x}_{(i)} - \mathbf{x}_{(k)}, h) = \sum_{k=1}^N m_{(k)} W(\mathbf{x}_{(i)} - \mathbf{x}_{(k)}, h) = \sum_{k=1}^N m_{(k)} W(\mathbf{r}_{(ij)}, h) \quad (7)$$

物理量 $f_{(i)}$ は粒子素片中心と共に移動する。本報告では、各粒子素片の物理量を考える場合、その影響範囲として半径 $2h$ を考え、*Smoothing Function* W は以下の B-Spline 関数を採用した。

$$1\text{-D} \begin{cases} \frac{1}{h} \frac{2}{3} \left(1 - \frac{3}{2} r_{(ij)}^2 + \frac{3}{4} r_{(ij)}^3 \right) & 0 \leq r_{(ij)} \leq 1 \\ \frac{1}{h} \frac{1}{6} (2 - r_{(ij)})^3 & 1 \leq r_{(ij)} \leq 2 \end{cases} , \quad 2\text{-D} \begin{cases} \frac{1}{\pi h^2} \frac{10}{7} (\dots) \\ \frac{1}{\pi h^2} \frac{5}{14} (\dots) \end{cases} , \quad 3\text{-D} \begin{cases} \frac{1}{\pi h^3} (\dots) \\ \frac{1}{\pi h^3} \frac{1}{4} (\dots) \end{cases} \quad (8)$$

連続条件（質量保存）は式(7)のように計算ステップ毎に各粒子素片の密度を計算することで満たされることになる。しかし、流体の自由表面の挙動を計算する際には圧力が密度の関数として算定されるので計算の安定性を考えて式(1)により次式から算定することとする。

$$\frac{d\rho_{(i)}}{dt} = \rho_{(i)} D_{(i)} = \rho_{(i)} \sum_{k=1}^N \frac{m_{(k)}}{\rho_{(i)}^2} (v_{(i)}^j - v_{(k)}^j) \frac{\partial W_{(ik)}}{\partial x^j} \quad (9)$$

粒子素片(i)の運動方程式は以下のように表される³⁾⁻⁵⁾。

(非粘性流体相)

$$\frac{dv_{(i)}^i}{dt} = - \sum_{k=1}^N m_{(k)} \left(\frac{P_{(k)}}{\rho_{(k)}^2} + \frac{P_{(i)}}{\rho_{(i)}^2} \right) \frac{\partial W_{(ik)}}{\partial x^i} + f^i \quad , \quad (\text{例えば } |f^i| = g; \text{ } g \text{ は重力加速度}) \quad (10)$$

(固体相)

$$\frac{dv_{(i)}^i}{dt} = - \sum_{k=1}^N m_{(k)} \left(\frac{\sigma_{(k)}^{ij}}{\rho_{(k)}^2} + \frac{\sigma_{(i)}^{ij}}{\rho_{(i)}^2} \right) \frac{\partial W_{(ik)}}{\partial x^j} + f^i \quad (11a, b, c)$$

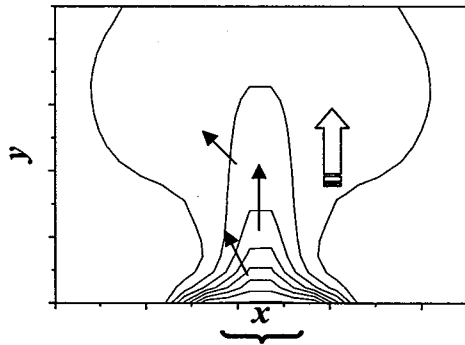
$$\dot{\varepsilon}_{(i)}^{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \left[\frac{m_{(k)}}{\rho_{(k)}} (v_{(k)}^i - v_{(i)}^i) \frac{\partial W_{(ik)}}{\partial x_{(i)}^j} + \frac{m_{(k)}}{\rho_{(k)}} (v_{(k)}^j - v_{(i)}^j) \frac{\partial W_{(ik)}}{\partial x_{(i)}^i} \right] \quad (12)$$

回転速度テンソルは上式括弧内の符号を入れ替えることで得られる。この手法は動的陽解法であるので計算の安定のために局所的粘性は導入する。これは粒子素片同士が接近するとき有効であり運動量を交換する仮想のダンパーである。

本研究においては、土からなる固体相と、水および空気からなる流体相を個別のレイヤー上で表現し(図-3)、それらを重ね合わせるにより3相系の解析とした。円筒容器内の固相を SPH 法、間隙流体を差分法で解き重ねあわせる方法も提案されている⁶⁾。しかし、本研究では自由表面や流体相の相転移や剥離現象を再現することを目的としているため全ての相に SPH 法を適用する。固相と流体相との重ね合わせの際には両者の間に間隙率 n と透水(気)係数 k を考慮した以下の相互作用力 $f_{(sf)}^i$ を適用した⁷⁾。

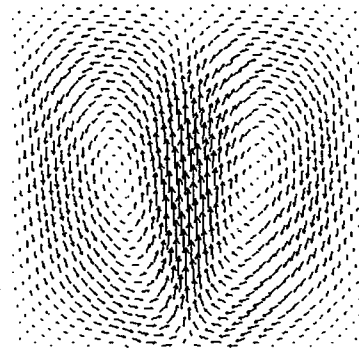
$$|f_{(sf)}^i| = n \frac{\rho_w g}{k} |v_s^i - v_f^i| \quad (13)$$

v_s, v_f はそれぞれ固体相、流体相の速度ベクトルである。SPH法の計算フローを図-4に示す。



低密度化領域

(a)等密度線の経時変化



(対流の発生)

(b)容器内の速度ベクトル分布

図-5 流体相中の低密度相の移動解析結果

まず素片の初期の質量と密度から各素片の半径 h (影響半径 $2h$) を求める。素片の座標と求めた影響半径から各素片の重なり(影響)を評価し⁸⁾、影響素片を考慮して連続の式から密度分布を計算する(式(9))。応力 - 密度の関係(土の構成式、流体の状態方程式)を適用し、求めた密度から各点の応力を求める(式(11c), (12))。応力勾配により素片に力が作用し、それによって素片に加速度を算出し素片の運動を解析する(式(10), (11))。変位境界については差分法と同様に ghost particle の固定粒子を用いて制御している。

3. 解析結果および考察

本節では、解析挙動の確認として2相流体、1次元圧密、堤防の破堤に関する解析結果について示す。

3.1 2相流体に関する解析

図-5 は、液体が入った容器底付近の相を低密度化(気泡化)を発生させ、低密度の流体相が浮上し膨張の様子について示している。図のように密度差による浮力と対流に起因する現象が再現できていると考える。このことから液体中の気泡の発生やその移動、成長や消滅についても SPH 法を用いることで解析可能であるといえる。

3.2 1次元圧密に関する解析

図-6 は、両面排水の1次元圧密における過剰間隙水圧の深度分布の経時変化について示している。固体粒子素片は線形弾性体とし、剛性の応力依存もないものとしている。初期(時間係数 $T_v=0.0$) の過剰間隙水圧分布は正弦関数で与えた。図中に示した実線は Terzaghi の1次元圧密理論から得られた解であり、SPH 法による結果はほぼそれと一致している。したがって、拡散現象と土-水の相互作用についても提案する手法が妥当であることいえる。

3.3 堤体の浸透破壊解析および堤内の浸潤解析

地盤を水槽内につくり、片側の水位を上げ、浸透により堤体が破壊する様子を観察する極簡単な模型実験を行った。図-7 は一度浸潤させて堤体に片方の水位(上流)を上昇させたとき破堤の様子を示している。一方、図-8 は乾燥した堤内の浸潤線の進行の様子を示している。

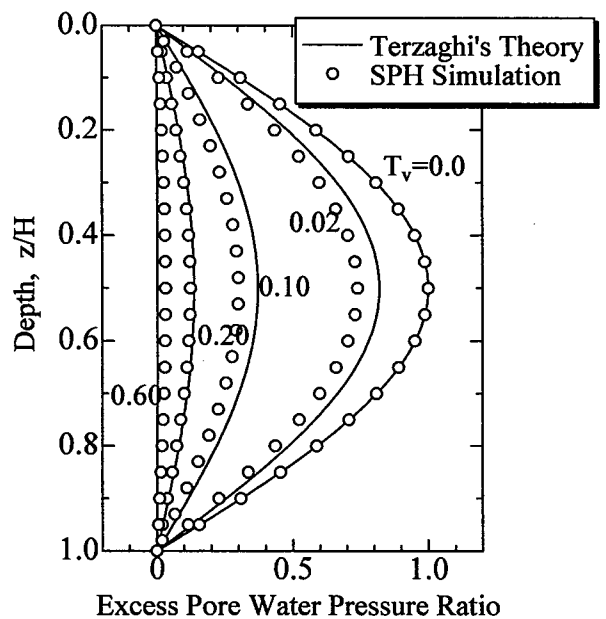


図-6 一次元間隙水圧消散過程の解析結果

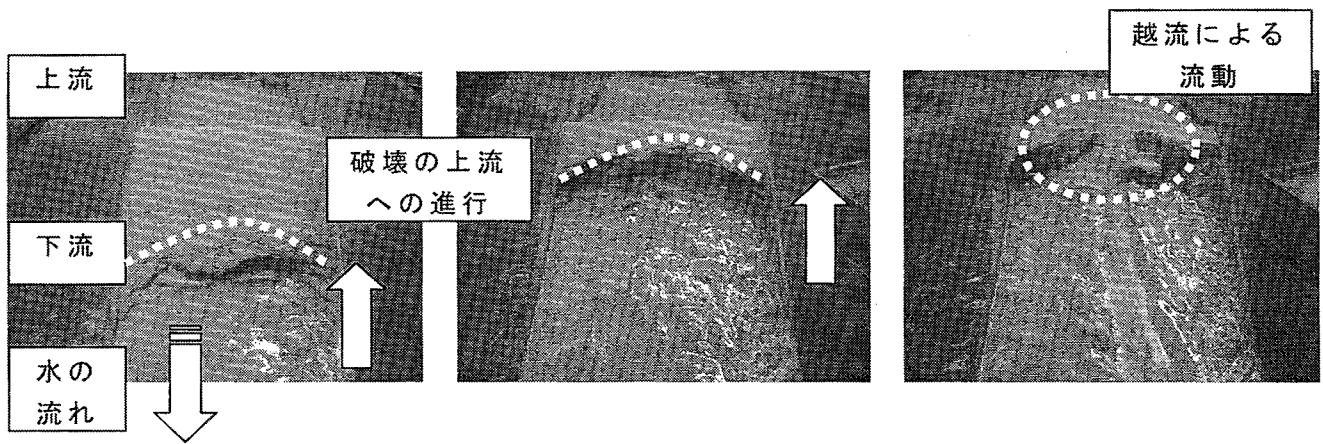
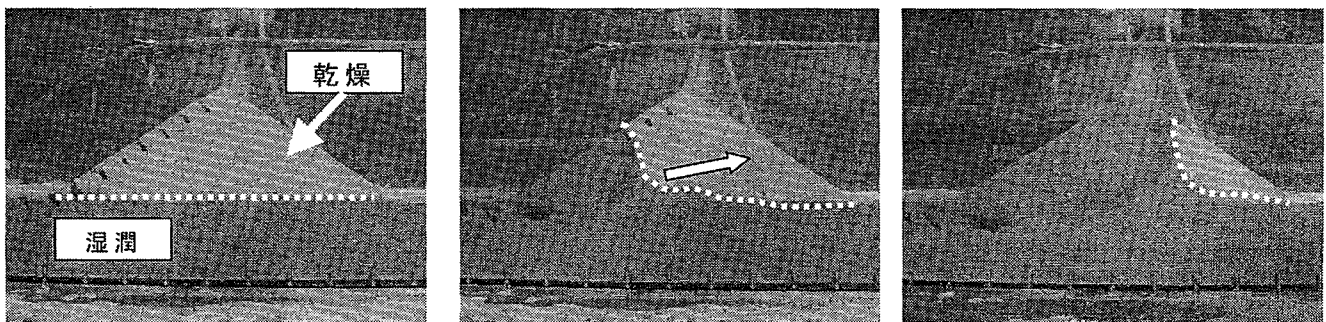


図-7 堤体の浸透による浸透破壊（模型実験）



（浸潤面の進行）

図-8 乾燥した堤体内の浸潤面の進行（模型実験）

図から次のことが確認される。破壊は堤体全体が湿った状態になると堤内側の法先から始まり、下部の破壊をきっかけにその上が破壊するというように徐々に天端上部に向かって進行する。堤体の上部にまで破壊が至ると水が堤体を越え完全に破壊した。また、浸透は徐々に進行するが、乾燥した堤体中央では浸潤線の動きが遅れる。

簡単のために、土の構成関係に弾完全塑性(弾性定数 $E=100\text{MPa}$ 、ポアソン比 0.3 、内部摩擦角 $\tan \phi=0.5$)、水相と気相にはそれぞれ非圧縮と圧縮性の状態方程式を適用した。2次元解析結果は堤外に急激な水位上昇が生じた場合について示す。水位上昇時に堤体内が飽和している場合について図-9に示す。図中には粒子素片と速度ベクトルを記した。浸透による大変形を伴うすべり破壊の発生が再現されている。堤内側の法先から破壊が発生し、天端方向へと断続的に進行していくことが観察された。この傾向は模型実験結果と一致している。越流による掃流効果で流動変形も再現された。つぎに、堤内が乾燥している場合を図-5に示す。図中には浸潤線(水相と気相の境界)を破線で示しているが、実験と同様に下に凸の曲線を描きながら浸潤していることがわかる。このように堤体内の飽和度の違いによって浸潤線の形状の相違・破壊形態が異なることが確認された。以上から、堤防の浸透破壊現象がSPH法を用いることで再現できることが分かった。

今後は、定量的な検討を進めるとともに気相の存在や発生の浸透破壊に対する地盤の脆性化や鞭性化への影響について検討する。

参考文献

- [1] 豪雨時の斜面崩壊のメカニズムおよび危険度予測に関する研究委員会，豪雨時の斜面崩壊のメカニズムおよび危険度予測に関する研究報告書，地盤工学会，2003.
- [2] 小高猛司・浅岡顕；砂質地盤の浸透過程での気泡の発生・発達現象，土木学会論文集，No.487/III-26，pp.129-138，1994.
- [3] J.J. Monaghan; An Introduction to SPH, Computer Physics Communications, Vol.48, pp.89-96, 1988.
- [4] W. Benz and E. Asphaug; Simulations of brittle solids using smooth particle hydrodynamics, Computer Physics Communications, Vol.87, pp.253-265, 1995.
- [5] 坂井守: 名古屋工業大学卒業論文, 2003.
- [6] T.Sugino and S.Yuu ; Numerical analysis of fine powder flow using smoothed particle method and experimental verification, Chemical Engineering Science, Vol.57, 227-237, 2002.
- [7] Biot, M.A. ; General theory of three-dimensional consolidation, J. Appl. Phys., Vol.12, pp.152-164, 1941.
- [8] R.W. Hockney and J.W. Eastwood; Computer simulation using particles, Institute of Physics Publishing, 1999.

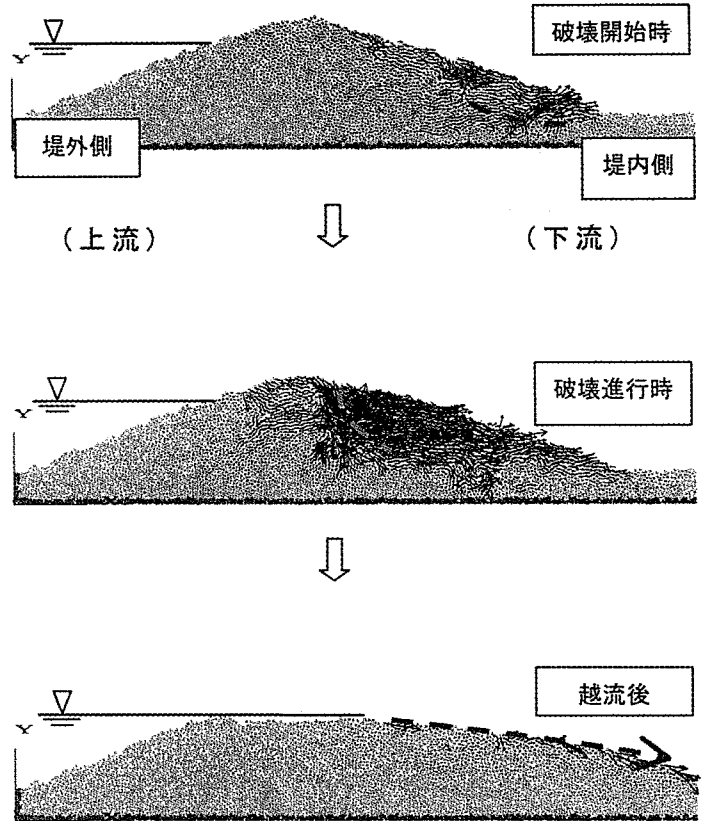


図-9 堤体の浸透による浸透破壊（解析結果）

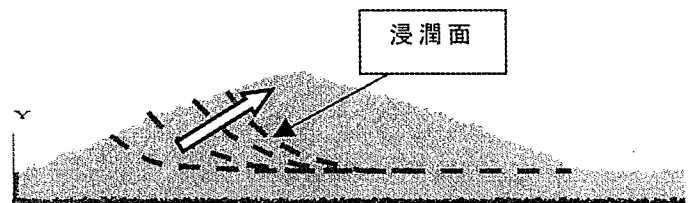


図-10 乾燥した堤体内の浸潤面の進行（解析結果）