

種々の応力経路下の正規・過圧密粘土の力学挙動とそのモデル化  
—中空ねじり・平面ひずみ・3主応力制御試験による検討—

名古屋工業大学大学院 学生会員 宮田 真由美  
名古屋工業大学 正会員 中井 照夫  
名古屋工業大学 正会員 檜尾 正也  
名古屋工業大学大学院 学生会員 西村 智

### はじめに

地盤の変形挙動の予測は有限要素法(FEM)で行われる。そこで用いられる構成モデルとしては、どのような応力変化に対しても、地盤材料の変形・強度特性を同一材料パラメータを使って表現できるものを用いる必要がある。本研究は、中空ねじり試験機・平面ひずみ試験機・3主応力制御試験機の3種類の試験機により、さまざまな応力経路下での粘土の実験結果を用い、すでに提案されている *subloading  $t_{ij}$  model* の適用性について検討する。なお、三軸試験による検討は本シンポジウム別報で報告している。

### 構成モデルの概要

*subloading  $t_{ij}$  model* は、等方硬化型の  $t_{ij}$  model<sup>1)</sup> に、下負荷面の概念を導入して作られたモデルである。モデルの具体的な内容は文献<sup>2,3)</sup>に譲るが、 $t_{ij}$  model 同様、中間主応力の影響や塑性ひずみ増分方向の応力経路依存性を表現できるだけでなく、更に密度・拘束応力の影響も取り入れているモデルである。降伏関数  $f$  は、修正応力  $t_{ij}$  に基づく平均応力  $t_N$  と応力比  $X(=t_S/t_N)$  を用いて、式(1)のように表せる。密度・拘束応力の影響は、橋口<sup>4)</sup>による *subloading surface* の考え方を参考に、式(3)のように通常の塑性係数  $\Lambda$  の分母に  $G(d)$  の項を加えることで表現可能である<sup>5)</sup>。その結果、正規、過圧密粘土の挙動を同一材料パラメータを使って表すことができる。ここに、 $d$  は、現在の応力状態(過圧密状態)における間隙比とその同じ応力状態で考えられる正規圧密状態での間隙比の差である(参照: 式(5), 図1)。モデルの詳細は、本シンポジウム別報—三軸試験による検証—で説明している。

$$f = \ln t_N + \zeta(X) - \ln t_{N1} = 0, \quad \zeta(X) = \frac{1}{\beta} \left( \frac{X}{M^*} \right)^\beta \quad (1)$$

$$d\varepsilon_{ij}^{p(AF)} = \Lambda \frac{\partial f}{\partial t_{ij}} \quad (2)$$

$$\Lambda = \frac{\partial f}{h + G(d)} \quad (3)$$

$$G(d) = \frac{1}{t_N} ad^2 \quad (4)$$

$$d = (\lambda - \kappa) \ln \frac{t_{N1e}}{t_{n1}} \quad (5)$$

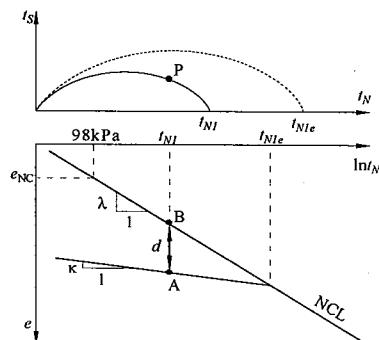


図1:  $d$  の説明

パラメータ	藤の森粘土	新しい藤の森粘土
$C_t = \frac{\lambda}{1+N}$	$5.08 \times 10^{-2}$	$5.41 \times 10^{-2}$
$C_e = \frac{\kappa}{1+N}$	$1.12 \times 10^{-2}$	$5.15 \times 10^{-3}$
$Rcs = (\sigma_1 / \sigma_3)$	3.5	3.2
$\beta$		1.5
$\nu$		0.2
$a$		500

表1: 解析に用いたパラメータ

### 構成モデルの検証

3種類の試験について検証するが、今回、解析に用いた粘土の材料パラメータを表1に示す。従来の  $t_{ij}$  model<sup>1)</sup> の材料パラメータは *Cam-clay model* と共に5つであったが、*subloading* を導入したことにより増えるパラメータは  $a$  のみである。そして、 $N$  は平均主応力 98kPa での等方応力状態における正規圧密線(NCL)の間

Behavior of normally and over consolidated clays under various stress paths and its elastoplastic modeling

— verification by torsional shear tests, plane strain tests and true triaxial tests —

M.Miyata, T.Nakai, M.Hinokio, T.Nishimura

隙比である。また、2種類の土質パラメータを記しているのは、試験に用いた試料が2種類あるためで、中空ねじり試験のみ「新しい藤の森粘土」で実験を行っている。

#### <中空ねじり試験>

せん断力  $\tau_{a\theta}$  を載荷することにより主応力軸が回転する応力経路での繰返し載荷試験を行った。図2は三軸圧縮状態( $\sigma_a=245\text{kPa}$ ,  $\sigma_r=98\text{kPa}$ )から、図3は等方状態( $\sigma_a=\sigma_r=98\text{kPa}$ )から、それぞれ軸圧、側圧を一定に保ち、ひずみ制御でせん断ひずみ  $\gamma_{a\theta}=2\% \sim -2\%$ を与える、繰返しせん断を行った結果である。図中、(a)に主応力比( $\sigma_1/\sigma_3$ )～体積ひずみ( $\varepsilon_v$ )、(b)に主応力比( $\sigma_1/\sigma_3$ )～偏差ひずみ( $\varepsilon_d$ )、(c)にせん断応力( $\tau_{a\theta}$ )～ねじりせん断ひずみ( $\gamma_{a\theta}$ )の関係を示す。

このような繰返しせん断試験において、解析結果は、いずれも実測値の挙動を全体としては妥当に表現している。図2に示す三軸圧縮状態から繰返しほじりせん断を行った場合、図(b)の偏差ひずみは、三軸圧縮時(図中Aの領域)には、実測値を適切に表現しているのに対し、繰返しほじり時では過大に評価している。しかし、図(a)の体積ひずみと(c)のねじりせん断ひずみ  $\gamma_{a\theta}$  は、繰返しほじり時も実測値と良い対応をしている。図3の等方状態からの繰返しほじりせん断では、図(a)(b)(c)ともに良い対応をしている。ここに、図3は等方応力状態からの繰返しほじりせん断で、主応力方向が鉛直軸から45度の方向で固定された繰返し載荷試験となっているのに対し、図2の三軸圧縮状態からの繰返しほじりせん断では、せん断応力  $\tau_{a\theta}$  の大きさにより、主応力方向が変化する繰返し載荷試験となる。さて、ここでモデルは *subloading surface*<sup>4)</sup>の考え方

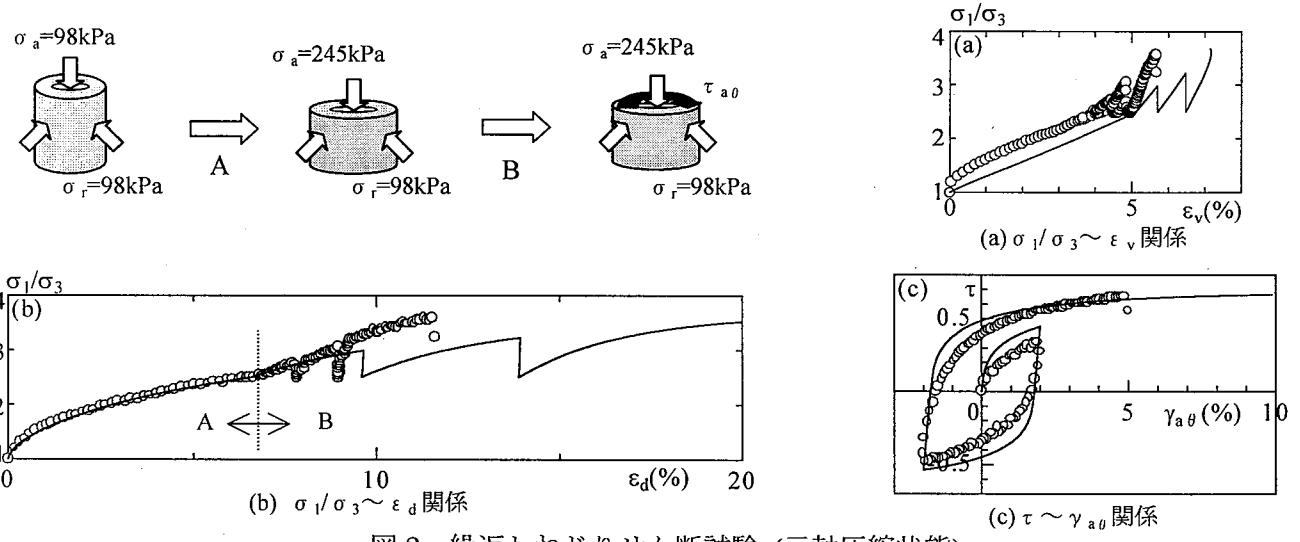


図2：繰返しほじりせん断試験（三軸圧縮状態）

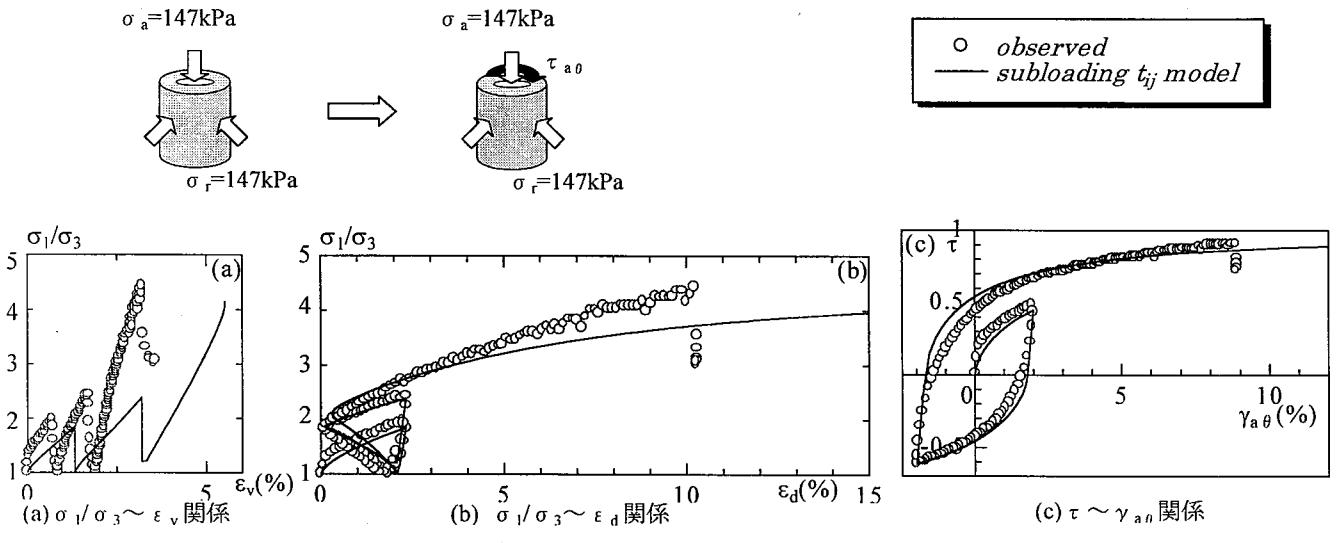


図3：繰返しほじりせん断試験（等方状態）

方を採用しているため、ある程度の繰返し載荷特性は表現可能であるが、あくまでも降伏関数（下負荷面）が応力の不变量で与えられる等方硬化型モデルである。その結果、応力空間において、下負荷面が応力経路に拘わらず同じ形になり、応力状態が同じであればひずみ増分方向が一義的に決まり、応力誘導異方性が考慮されない。図2の三軸圧縮状態からの繰返しねじりせん断では、主応力軸の回転による応力誘導異方性の影響が大きいため、実測値と計算値に定量的な差が出たものと考えられる。この主応力軸の回転の影響については、移動硬化型モデルへの拡張で対応できるが、降伏曲面の移動に伴う中心軸の発展則を決定する必要があり、構成モデルが複雑となる。今回は、単純な構成モデルでも、どの程度表現できるかを検証するため、等方硬化型モデルでのみ計算を行った。

#### <平面ひずみ試験>

平面ひずみ条件は、盛土など奥行き方向が長い地盤構造物の応力状態を表しており、FEMなどの数値解析でもよく用いられる条件である。今回は、実地盤の応力状態を想定し、粘土供試体を鉛直方向応力  $\sigma_y = 196\text{kPa}$ 、水平方向応力  $\sigma_x = \sigma_z = 98\text{kPa}$  の  $K_0$  压密状態 ( $K_0=0.5$ ) から、せん断を開始している。平面ひずみ試験の各試験の応力経路を図4に示す。Test①③⑤⑦は、せん断中を通して鉛直方向の応力  $\sigma_y$  が最大主応力  $\sigma_1$  となっており、他の Test②④⑥は、始めは  $\sigma_y$  が最大主応力  $\sigma_1$  だが、せん断の途中で  $\sigma_x$  が  $\sigma_1$  となり、最大主応力の方向が変化する。

各試験は大まかに以下の地盤要素に対応する(参照：図5)。Test①(Path AB : 図6)は、 $\sigma_x$  を  $98\text{kPa}$  の一定に保ちながら  $\sigma_y$  を増加させる応力経路で盛土を築いた地盤直下の排水条件下の土要素に相当し、Test②(Path AB' : 図7)は、 $\sigma_y$  を  $196\text{kPa}$  の一定に保ちながら  $\sigma_x$  を増加させる応力経路で、盛土された地盤の横側の土要素に相当する。Test③(Path AC : 図8)は、平均応力  $(\sigma_x + \sigma_y)/2$  を  $147\text{kPa}$  の一定に保ちながら  $\sigma_y$  を増加させる応力経路で、Test④(Path AC' : 図9)は、平均応力  $(\sigma_x + \sigma_y)/2$  を  $147\text{kPa}$  の一定に保ちながら  $\sigma_x$  を増加させる応力経路である。Test⑤(Path AD : 図10)は、 $\sigma_y$  を  $196\text{kPa}$  の一定に保ちながら  $\sigma_x$  を減少させる応力経路で、掘削された地盤の横側の土要素に相当し、

Test⑥(Path AD' : 図11)は、 $\sigma_x$  を  $98\text{kPa}$  の一定に保ちながら  $\sigma_y$  を減少させる応力経路で、掘削された地盤直下の土要素に相当する。最後に、Test⑦(Path AEFG : 図12)について、AEはTest③と同様に平均応力  $(\sigma_x + \sigma_y)/2$  を  $147\text{kPa}$  の一定に保ちながら  $\sigma_y$  を増加させ、EFは主応力比  $\sigma_y/\sigma_x$  を  $3.0$  に保ちながら  $\sigma_y$  を増加させ、その後、FGで平均応力  $(\sigma_x + \sigma_y)/2$  を  $294\text{kPa}$  の一定に保ちながら  $\sigma_y$  を増加させる応力経路である。

図中(a)に各試験の主応力比( $\sigma_1/\sigma_3$ )～各軸方向ひずみ( $\epsilon_y$ (○プロット),  $\epsilon_x$ (△プロット))～体積ひずみ( $\epsilon_v$ (□プロット))の関係、(b)にpで正規化したOCT面上での応力経路を示す。

実測値と解析結果の比較から、平面ひずみ条件では、それぞれの応力経路で、解析値は実測値の特徴を妥当に表現している。特に、最大主応力の方向が変わらない応力経路では、高い精度で実測値の変形挙動を表現できることがわかる。しかしながら、最大主応力方向が変化する場合もそれなりにモデルは実測値を説明しており、平面ひずみ条件下の実地盤の挙動予測に *subloading t<sub>ij</sub> model* を用いた解析が十分対応できると思われる。

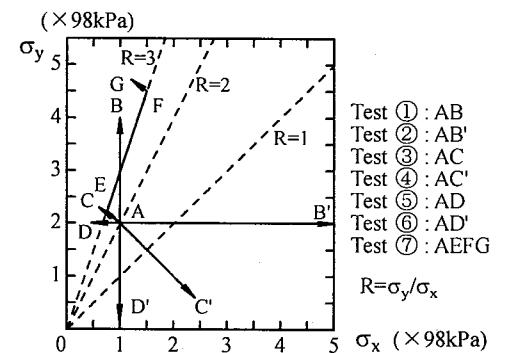


図4：平面ひずみ試験の応力経路図

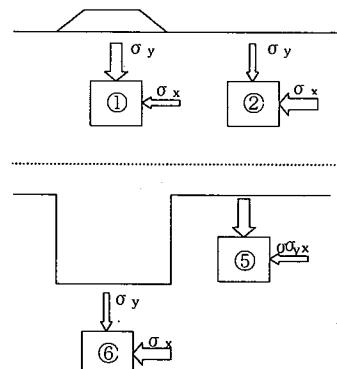
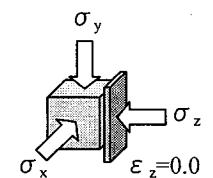


図5：Test①②⑤⑥の応力経路の  
対象モデルの概略図



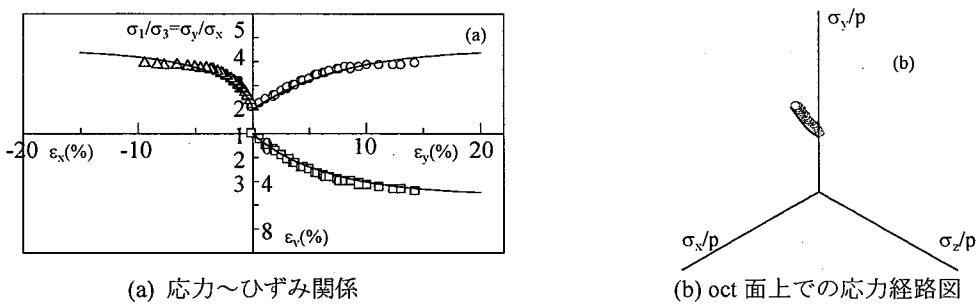


図 6：平面ひずみ試験 Test①(Path AB)

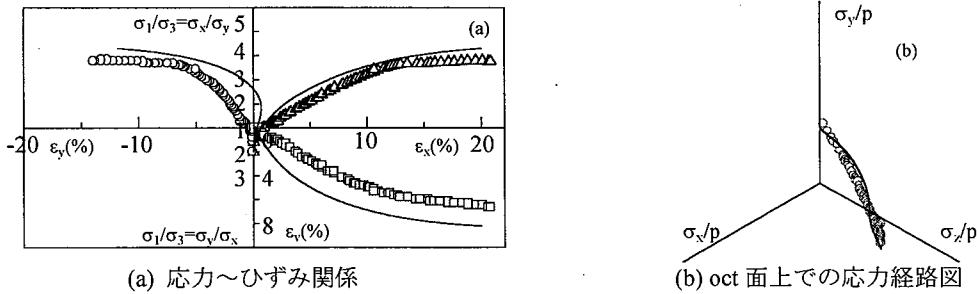


図 7：平面ひずみ試験 Test②(Path AB')

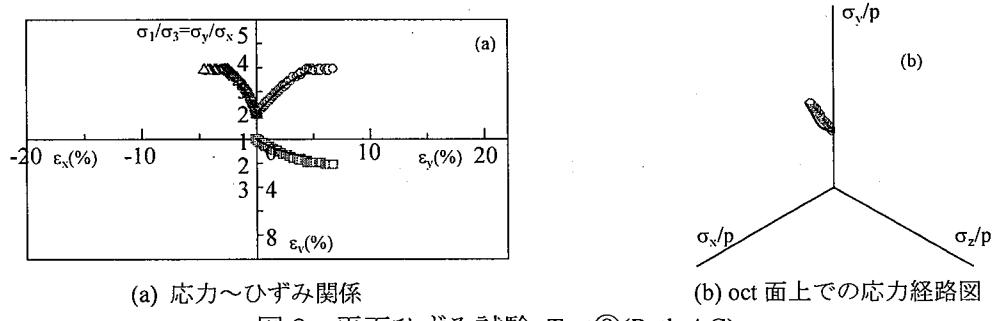


図 8：平面ひずみ試験 Test③(Path AC)

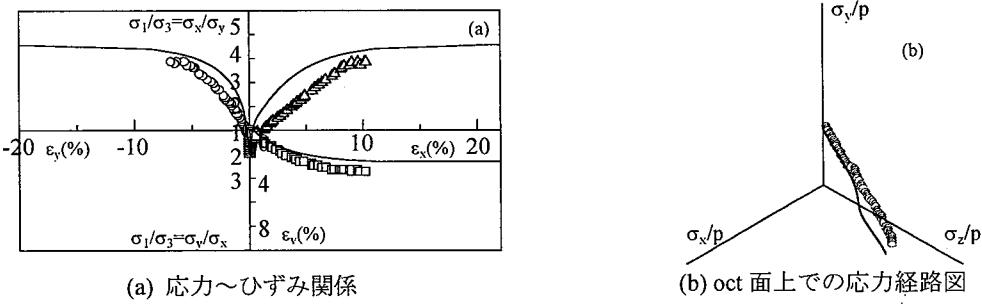


図 9：平面ひずみ試験 Test④(Path AC')

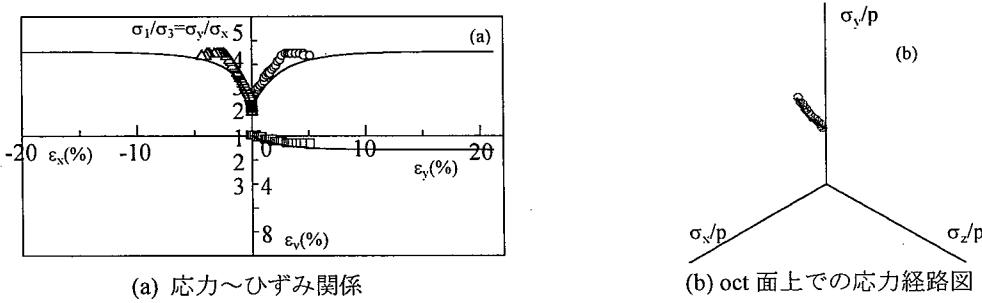


図 10：平面ひずみ試験 Test⑤(Path AD)

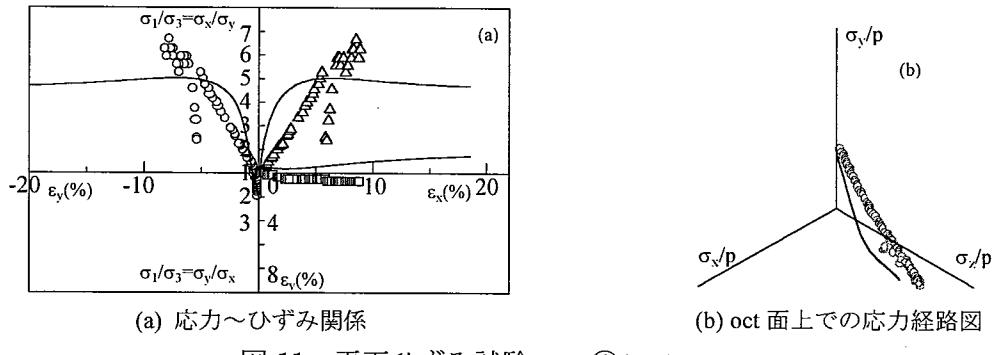


図 11：平面ひずみ試験 Test⑥(Path AD')

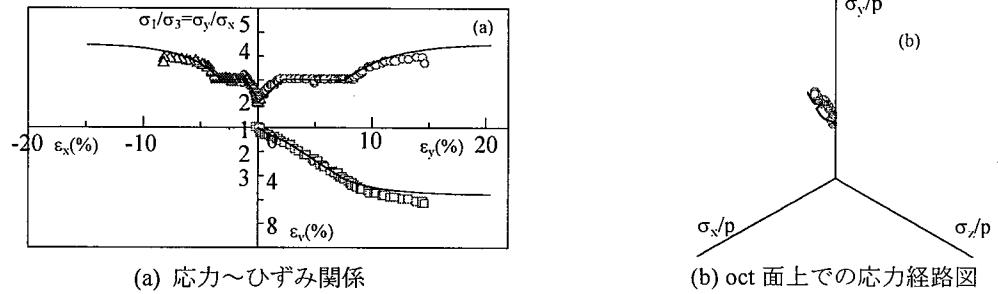


図 12：平面ひずみ試験 Test⑦(Path AEFG)

○	△	□	<i>observed</i>
—	—	—	<i>subloading</i> $t_{ij}$ <i>model</i>

### <3 主応力制御試験>

3 方向に独立な応力を載荷できる 3 主応力制御試験機を用いて 4 種類の繰返し載荷試験を行い、粘土の挙動を調べた。これらの実験結果と解析結果を図 13 から図 16 に示す。Test①(Path O-A-B-O-C-D-O-E : 図 13)は、平均主応力  $p=98\text{kPa}$  の等方応力状態から、平均主応力  $p$  を一定に保ちながらせん断し、Test②(Path O-A-B-O'-C-D-O-E : 図 14)は、平均主応力  $p=98\text{kPa}$  の等方圧密状態から、 $p$  を変化させてせん断している。Test③(Path O-A-B-O-A-B-O-O'-A'-B'-O'-A'-B'-A'-C-D : 図 15)は、平均主応力  $p=98\text{kPa}$  の等方圧密状態から、始めは  $p$  を  $98\text{kPa}$  の一定に保ちながら、同じ経路を 2 サイクルたどり、その後、 $p$  を  $294\text{kPa}$  で一定に保ちながら、同じ経路を 2 サイクルたどる。この間、最大主応力は常に  $\sigma_y$  である。Test④(Path O-A-B-O'-C-D-O-E : 図 16)は、平均主応力  $p=196\text{kPa}$  の等方圧密状態から、 $p$  を変化させてせん断する。図中(a)に OCT 面上での応力経路、(b)に  $p,q$  面上での応力経路、(c)に主応力比( $\sigma_1/\sigma_3$ )～体積ひずみ( $\epsilon_v$ )、(d)に主応力比( $\sigma_1/\sigma_3$ )～y 軸方向ひずみ( $\epsilon_y$ )、(e)に主応力比( $\sigma_1/\sigma_3$ )～x 軸方向ひずみ( $\epsilon_x$ )、(f)に主応力比( $\sigma_1/\sigma_3$ )～z 軸方向ひずみ( $\epsilon_z$ )関係を示す。

4 種類の試験とも、解析値は実測値と定量的に合っていない点もあるが、全体として、3 次元的に応力が変化するこのような複雑な経路での実測値の傾向を表現できている。さらに、*subloading* の概念を導入したことにより、繰返し載荷を受けた正規圧密粘土が過圧密になり、強度剛性が高くなるという実測値の挙動を表現している。また、*subloading* の概念は、体積ひずみが大きくなるほど、各軸のひずみ増分が小さくなることは表現できるが、Test③を見る限り、ひずみの定常化までは説明できない。

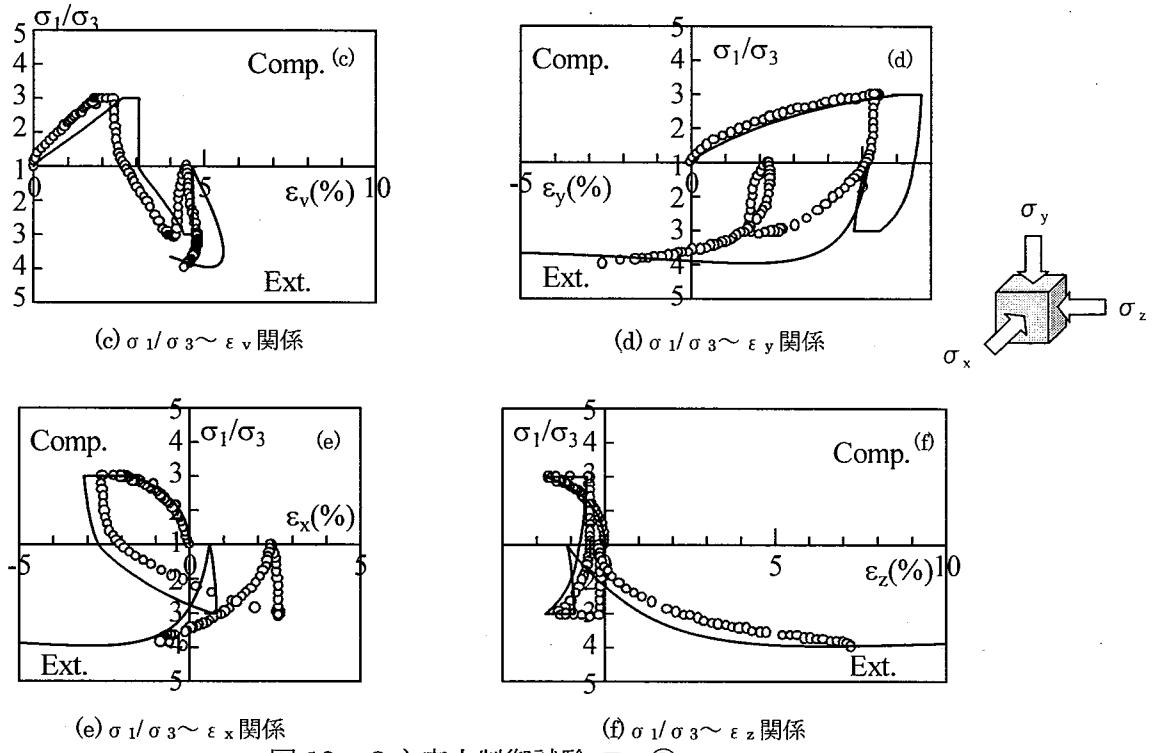
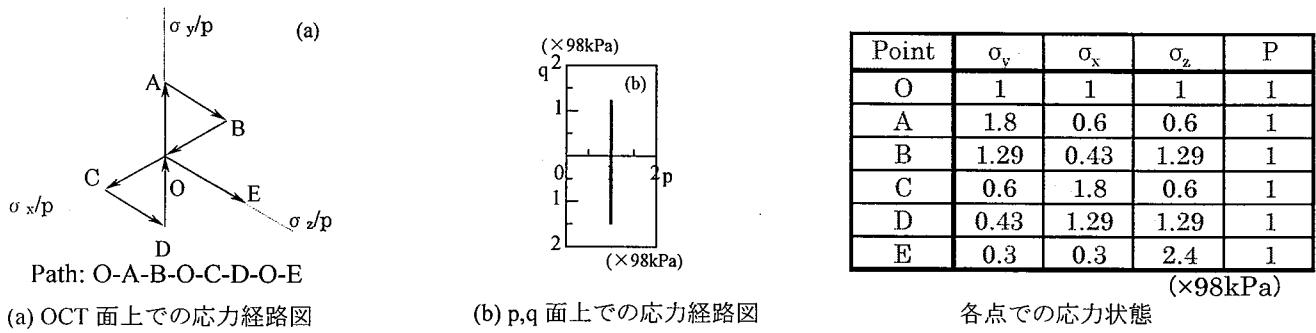


図 13 : 3 主応力制御試験 Test①

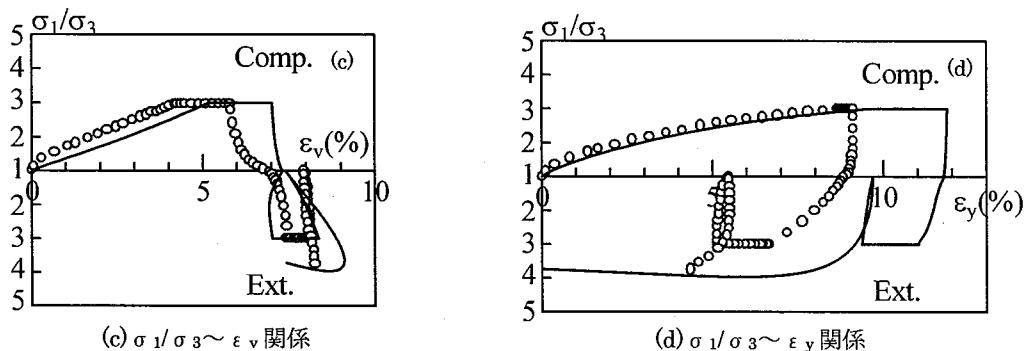
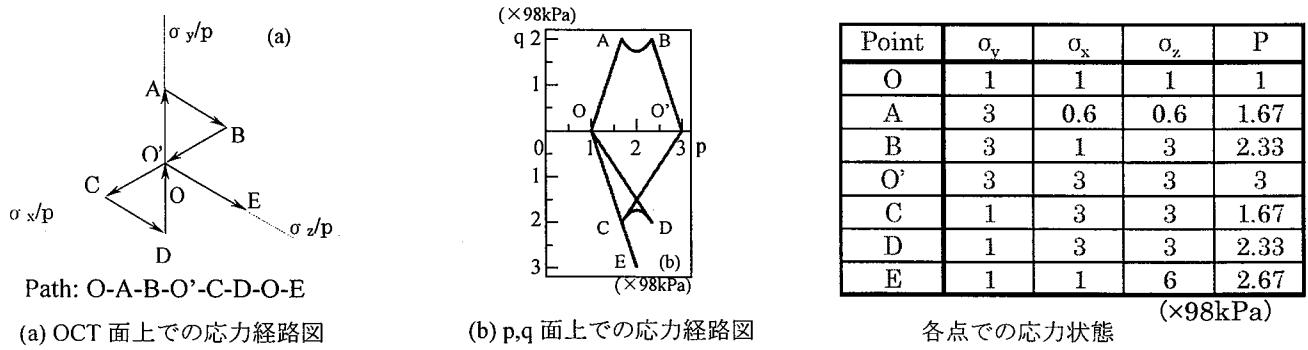


図 14 : 3 主応力制御試験 Test② (次のページに続く)

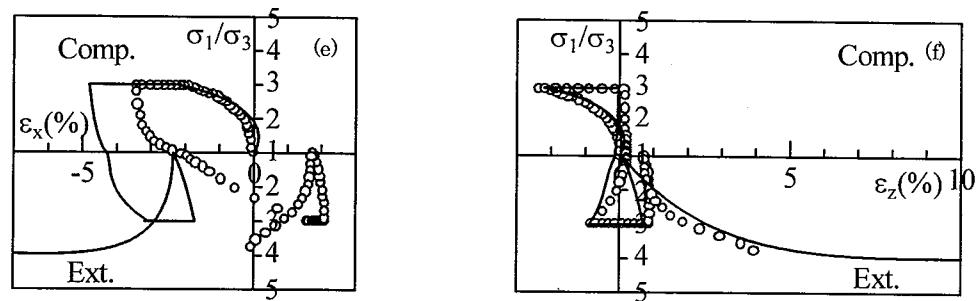
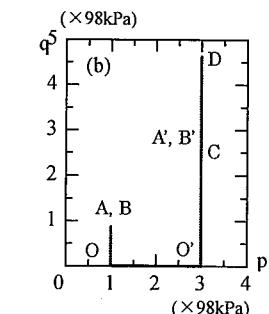
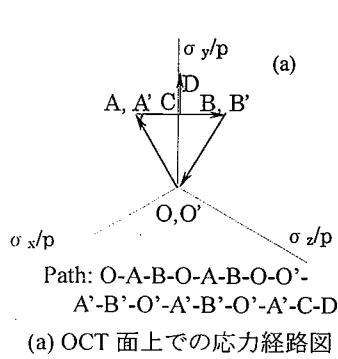


図 14 : 3 主応力制御試験 Test② (前ページの続き)



Point	$\sigma_y$	$\sigma_x$	$\sigma_z$	P
O	1	1	1	1
A	1.5	1	0.5	1
B	1.5	0.5	1	1
O'	3	3	3	3
A'	4.5	3	1.5	3
B'	4.5	1.5	3	3
C	4.5	2.25	2.25	3
D	7	1	1	3

(×98kPa) 各点での応力状態

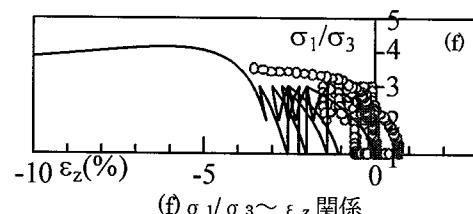
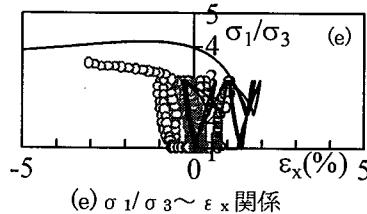
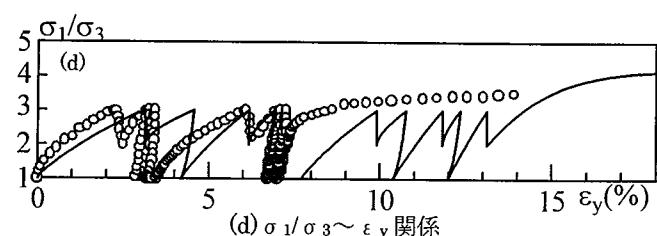
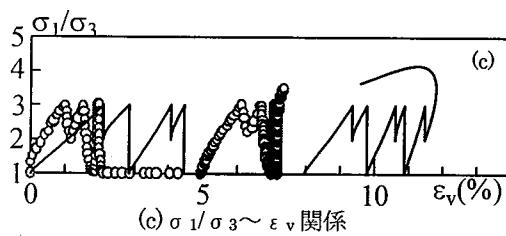
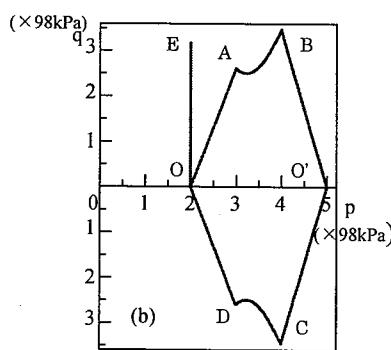
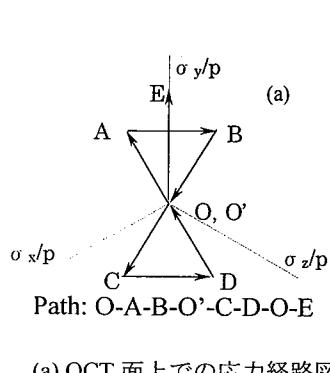


図 15 : 3 主応力制御試験 Test③



Point	$\sigma_y$	$\sigma_x$	$\sigma_z$	P
O	2	2	2	2
A	4.5	3	1.5	3
B	6	2	4	4
O'	5	5	5	5
C	2	6	4	4
D	1.5	3	4.5	3
E	5	0.5	0.5	2

(×98kPa) 各点での応力状態

図 16 : 3 主応力制御試験 Test④ (次のページに続く)

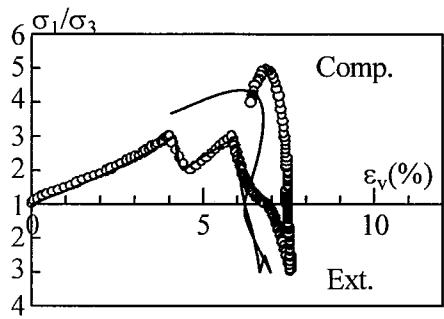
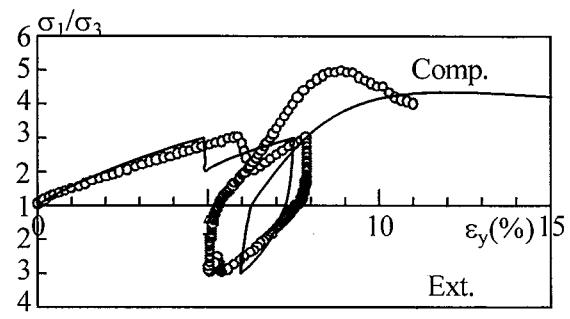
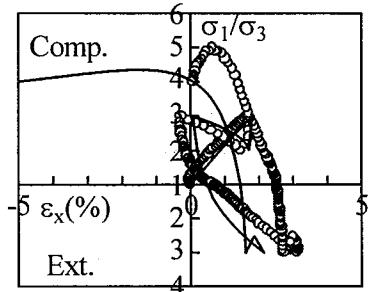
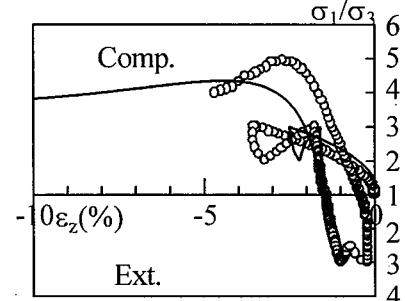
(c)  $\sigma_1 / \sigma_3 \sim \varepsilon_y$  関係(d)  $\sigma_1 / \sigma_3 \sim \varepsilon_y$  関係(e)  $\sigma_1 / \sigma_3 \sim \varepsilon_x$  関係(f)  $\sigma_1 / \sigma_3 \sim \varepsilon_z$  関係

図 16 : 3 主応力制御試験 Test④ (前ページの続き)

○	<i>observed</i>
—	<i>subloading t<sub>ij</sub> model</i>

## 結論

3種類の試験について *subloading t<sub>ij</sub> model* を用いて解析を行い、このモデルが実測結果に近い予測ができる事を確認した。厳密に見ると、3次元応力状態での応力誘導異方性の表現、繰返せん断応力が作用する場合のひずみの定常化や、主応力軸の回転が生じる応力経路下の挙動については、等方硬化モデルであるためまだ十分でない点はある。しかしながら、用いるパラメータは6つと少なく、また、全てのパラメータは三軸試験から決定するにも関わらず、中空ねじりや3主応力試験での実測値にも良く対応しており、十分、実際の地盤変形解析に適用できるモデルであると言える。

## 参考文献

- 1) Nakai & Matsuoka(1986) : S&F, 29(1), 119-137
- 2) 中井、檜尾、城戸、西村、宮田(2002)：“正規・過圧密土の等方硬化モデル”  
第37回地盤工学研究発表会(投稿済み)
- 3) 西村、中井、檜尾、宮田(2002)：“種々の応力経路下の正規・過圧密粘土の力学挙動とそのモデル化－三軸試験による検討－”
- 4) Hashiguchi, K.(1980) : Constitutive equation of elastoplastic materials with elasto-plastic transition,  
j. Appl. Mech., ASME, Vol.102, No.2, pp.266-272
- 5) 檜尾、中井、星川、吉田(2001) : 地盤工学論文報告集 Vol.41, No.3, pp.125-140.