

# 容器に充填した均一粒状体の間隙比変化と 許容最大粒径決定方法の提案

名城大学大学院	学生員	木村哲晃
名城大学工学部	正会員	板橋一雄
八千代エンジニアリング(株)	正会員	牧 岳志
基礎地盤コンサルタンツ(株)	正会員	和田英孝

## 1. はじめに

種々の土質試験においては、供試体の大きさとそれに許容される試料の最大粒径の制限値が決められている。こうした最大粒径や供試体形状の制限は、おそらく、供試体の密度特性や供試体内での応力やひずみの均一性を両者が関係するものと思われる。今までに、本研究室では、供試体密度の誤差原因の一つとして、供試体表面付近の乱れを考え、密度の差異が供試体の表面積と体積の比率で表現できることを提案してきた<sup>1)</sup>。さらに、モデル実験によく用いられている積層体の密度が、詰める容器の大きさによって異なり、それが容器の表面積と体積の比率に関係することも示してきた<sup>2)</sup>。

そこで、本報告では、強度・変形特性から見た供試体の大きさと最大粒径の関係ではなく、供試体の大きさや粒径の変化に伴う間隙比の変化傾向を明らかにすることを目的として、充填シミュレーションやステンレス球とまさ土を用いた充填実験を行った。そして、その結果から、供試体の許容される最大粒径の決定方法の提案を行った。

## 2. 形状係数と形状粒径比の提案<sup>3)</sup>

容器形状(高さ、内径など)や粒子径の異なる材料の充填実験においては、間隙比の変化する傾向は、一般的に容器高さや容器内径との関係で整理されるが、一定の傾向的变化は読み取れるものの、その表現方法は簡単ではない。そこで、容器の大きさを評価できるような単一の指標を考えた。容器に粒子を詰めていくと、容器と粒子との境界面により、粒子の詰まり方が乱される。そこで、容器形状を表現する一つの係数として、容器の全表面積Aと体積Vの比を考え、形状係数と定義した。容器内径D(cm)、高さh(cm)の円柱容器を用いた場合および容器一辺の長さL(cm)、高さh(cm)の四角柱容器を用いた場合には、容器の形状係数は以下ようになる。

$$\begin{aligned} \text{体積} &: (\text{円柱容器}) V = (D/2)^2 \pi h & (\text{四角柱容器}) V = L^2 h \\ \text{表面積} &: (\text{円柱容器}) A = (D+2h)D\pi/2 & (\text{四角柱容器}) A = 2L(L+2h) \\ \text{形状係数} &: (\text{円柱容器}) R = A/V = 2/h + 4/D & (\text{四角柱容器}) R = A/V = 2/h + 4/L \quad \dots (1) \end{aligned}$$

この定義から、形状係数Rは小さい容器ほど大きな値となり、大きな容器ほど小さな値を取ることとなる。つまり、容器の小ささを表す係数と考えられる。ところで、この形状係数はその定義から単位( $\text{cm}^{-1}$ )を持つが、容器の大きさはそこに詰める粒子の大きさとの相対的關係で決められるべきであることは、容易に想像できる。そこで、単位を無次元化することも考え、次式によって形状粒径比Rdを定義した。

$$\text{形状粒径比} \quad Rd = R \times d \quad (\text{無次元}) \quad \dots (2)$$

この形状粒径比が無限大になる状態とは、容器が一定の大きさを持っているときは、詰める粒子が無限に小さい状態であり、粒子が一定の大きさを持っているときは、容器が無限に大きい状態を意

Changes of Void Ratio and Propose of Allowable Maximum Particle Size of Unified Granular Materials Packed in a Vessel: Tetsuaki KIMURA, Kazuo ITABASHI (Meijo Univ.), Takeshi MAKI (Yachiyo-Eng) and Hide WADA (Kiso-jiban)

味している。したがって、後者の場合は容器の境界の影響が無い状態を表すことと考えられる。

### 3. 充填シミュレーションと均一ステンレス球の充填実験結果の比較

簡単な充填シミュレーションを考えるために、菱面体充填の場合を考えた。また、粒子配列の都合上、容器底面が5.00cm×4.83cmのわずかに長方形の容器に、直径5mmの粒子を1個ずつ1万個まで充填した場合を考えた。充填実験では、シミュレーションに近い条件を考慮し、深さ8cmの円柱容器に直径5mmの均一ステンレス球を充填し、比較した。また、充填実験ではランダム充填であり、最初に一層目に最も密に入る粒子数とその重量ならびに高さを測定した。そして、一層目以降の充填に関しては、粒子数を規則正しく3~7個ずつ増加させ、粒子重量と占める高さを測定し、単位体積重量と間隙比を算出した。なお、充填実験においては、試験者による個人誤差をなるべく少なくすることを考え、モルタルの実験に用いられるフロー試験器を用い、上下方向の衝撃を200回与え、密になるようにした。

図-1には、シミュレーション結果と円柱容器の充填実験結果を、間隙比~供試体高さの関係で示してある。シミュレーションの結果では、粒子数の増加に伴って、間隙比が単調に減少するのではなく、大きな増減を繰り返しながら一定値に収束する傾向が認められる。また、供試体高さが7cmとなっても、間隙比は、0.52~0.61程度の変動幅を持ち、さらに減少傾向が続いている。この間隙比の値は、菱面体充填の理論間隙比 $e_0=0.3504$ よりもかなり大きな値となっており、この差異の現れる原因が容器壁の効果(wall effect)と考えられる。なお、筆者らは、このような間隙比の変動を表現するために、間隙比が最も小さくなる側を最密間隙比、大きくなる側を最疎間隙比と呼んでいる。

一方、充填実験の結果を見ると、供試体高さが低い内では、シミュレーション結果と同様、間隙比の大きな増減の繰り返しが認められている。ただし、供試体高さが高くなると、シミュレーション結果のような増減の繰り返しが認められず、実験誤差と思われる微小な増減のみが現れて、一定値にほぼ直線的に収束する傾向となっている。さらに、その収束値は、充填する粒子径が小さいほど小さくなっている。これらのことから、粒子径が小さい程、密には詰まりやすいことがわかる。ただし、2mmの粒子の場合でさえも、理論間隙比 $e_0$ よりは、

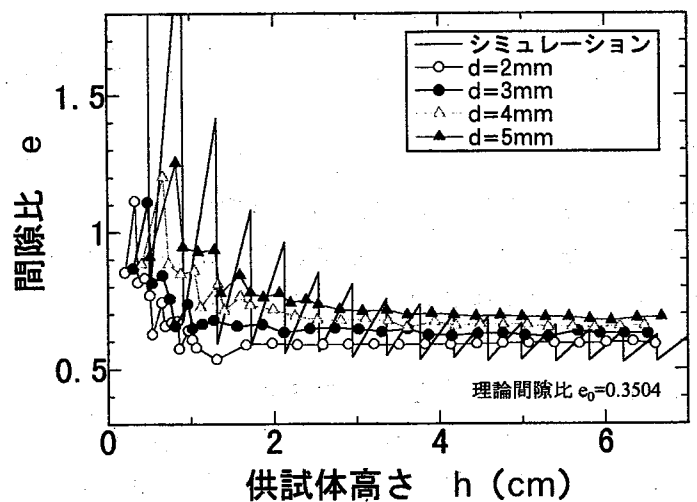


図-1 間隙比~供試体高さの関係  
(4種類のステンレス球の充填実験の場合)

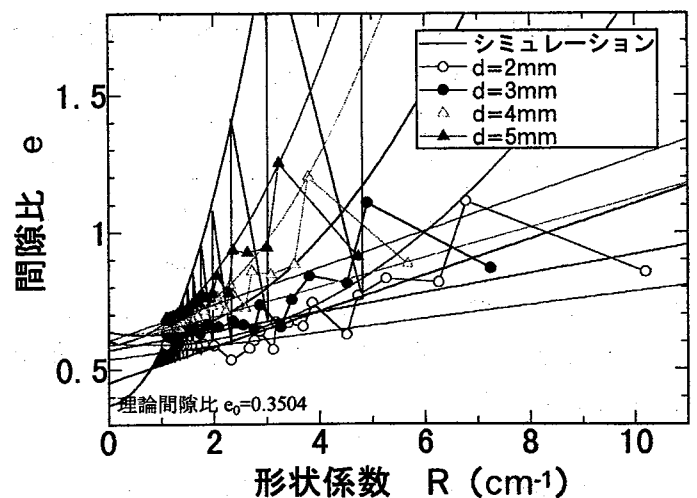


図-2 間隙比~形状係数の関係  
(4種類のステンレス球の充填実験の場合)

かなり高い値となっていることに注目が必要である。

図-2には、図-1に示した結果を間隙比～形状係数の関係で示してある。前述したように形状係数は容器の小ささを表すため、供試体が高くなるにつれて、形状係数は小さくなるので、実験データは図上で右から左へとプロットされることになる。この図で特徴的なことは、最密間隙比が一次の回帰式、最疎間隙比が二次の回帰式で、精度高く回帰できること（相関係数0.827～0.991）である。すなわち、最密間隙比については、形状係数の低下に伴って直線的に減少し、図上で接片を示している。また、その接片の値ならびに勾配は、粒子径の減少に伴って減少しており、異なる関係を描いている。こうした実験事実から、ここに定義した形状係数の意味合いが感じられる。

図-3には、図-1に示した結果をさらに間

隙比～形状粒径比の関係で示してある。ただし、形状粒径比は2桁の変化を示すために、対数目盛で表現してある。図中には、図-2で示した回帰式も示してある。この図より重要で明らかな事実は、粒子径が異なっても最疎間隙比・最密間隙比ともに、ほぼ同じ位置にプロットされることである。また、形状粒径比が0.8程度までは、充填実験結果はシミュレーション結果の範囲の内側に入っており、変化傾向も類似している。しかし、形状粒径比が0.8程度以下になると、充填実験結果では間隙比の減少傾向が小さくなり、理論間隙比 $e_0$ よりもかなり高い値に収束しており、充填実験では、間隙比に対する壁効果があるだけでなく、菱面体充填からかけ離れた粒子配列になっていることが予測できる。

以上のような実験事実より、シミュレーション結果と充填実験結果との相違は認められるが、ここに提案した形状粒径比によるこれらの結果の整理に強い意味合いが感じられる。

#### 4. まさ土粒子の充填実験結果

内径5cm、深さ8cmの円柱容器と粒度調整した3種類の初期粒径（2.00～2.36, 2.80～3.35, 4.00～4.75mm）のまさ土を用いて、ランダム充填実験を行った。なお、この粒径範囲はJIS規格ふるいの一つ分の範囲であり、ここでは、これらを均一粒度と見なしている。充填実験に当たっては、各試料が一層目に完全に充填される重量ならびに高さを調べ、間隙比を算出した。その後、試料増加重量を一定（0.892～0.937g）とし、各々の試料で約200個のデータをとった。なお、実験方法は、ステンレス球の場合と同じとした。

図-4には、3種類の粒径のまさ土と粒径5mmのステンレス球の実験結果を、間隙比～供試体高さの関係で示してある。まさ土では、どの粒径の試料でも、供試体高さの増加とともに間隙比は微小な増減を繰り返しながら減少し、一定値に収束する傾向を示している。そして、粒径が小さいほど低い供試体高さで収束し、その収束する間隙比も小さくなっている。これらの事実から、供試体の大きさが同じでも、詰める粒子の粒径によって得られる間隙比の異なることがわかる。しかし、ス

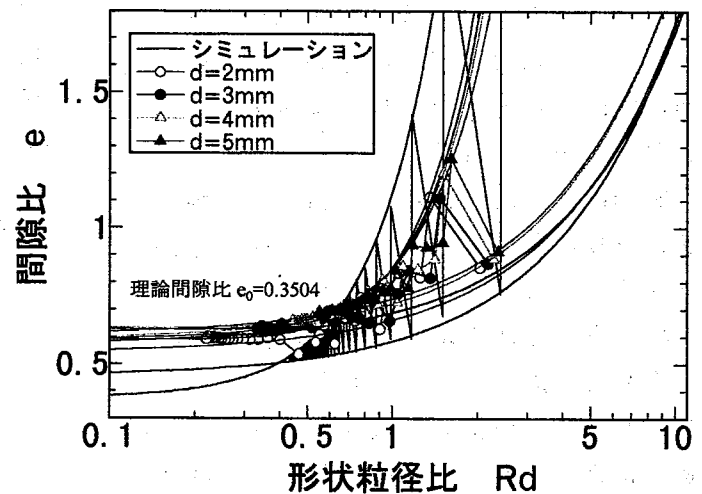


図-3 間隙比～形状粒径比の関係  
(4種類のスチレンス球の充填実験の場合)

ステンレス球の充填実験のような間隙比の規則的で大きな増減は見られず、まさ土の充填結果の方が得られる間隙比が大きくなっている。こうした相違の原因には、まさ土粒子が完全には球形ではないこと、粒子表面に凹凸があること、粒径幅が少しあることなどが考えられる。

図-5には、図-4に示した結果を間隙比～形状係数の関係で示してある。図-2と同様、実験データは図上で右から左へとプロットされ、形状係数の増加に伴い間隙比が減少する関係を描いている。しかし、ステンレス球の充填実験結果と大きく異なることは、最疎間隙比や最密間隙比が明確には認められないことである。そこで、全実験データを用いて回帰分析を行ったところ、二次式で精度良く回帰できること（相関係数0.969～0.974）がわかったので、その関係曲線も図中には示してある。

5mmのステンレス球と粒径4.00～4.75mmのまさ土の充填実験結果の比較から、次のことがわかる。形状係数が3程度までは、まさ土の二次回帰式は、ステンレス球の最密間隙比の一次回帰式と最疎間隙比の二次回帰式のほぼ中間に位置している。その後、形状係数が減少していくと、まさ土の間隙比はステンレス球の最疎間隙比側に近くなり、さらに、形状係数が2以下になると、ステンレス球の最疎間隙比より大きくなっている。

また、粒径の異なるまさ土の結果を比較すると、粒径の小さいまさ土ほど間隙比が小さく、下側の二次回帰式となって現れている。

図-6には、図-4に示した結果を間隙比～形状粒径比の関係で示してある。粒径の異なるまさ土の充填実験であるにもかかわらず、3つの結果がほぼ同様の関係を描いていることは、興味深い。また、形状粒径比の減少に伴ってほぼ一定の間隙比に収束する傾向が明らかに認められ、しかもその値は、理論間隙比  $e_0$  よりもかなり高い値と

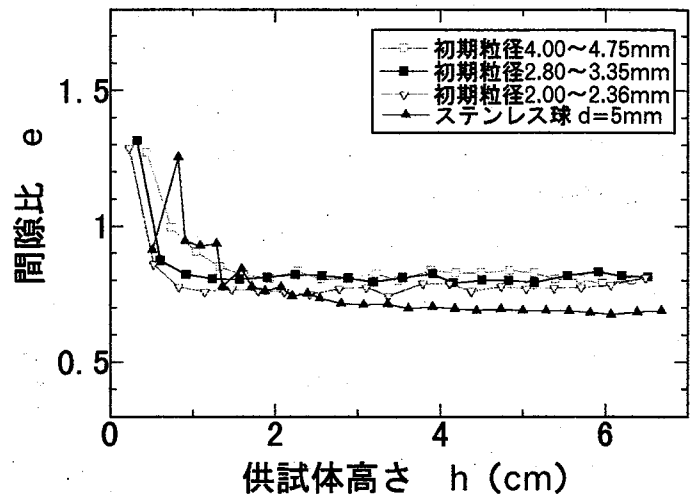


図-4 間隙比～供試体高さの関係  
(3種類の初期粒径のまさ土の充填実験の場合)

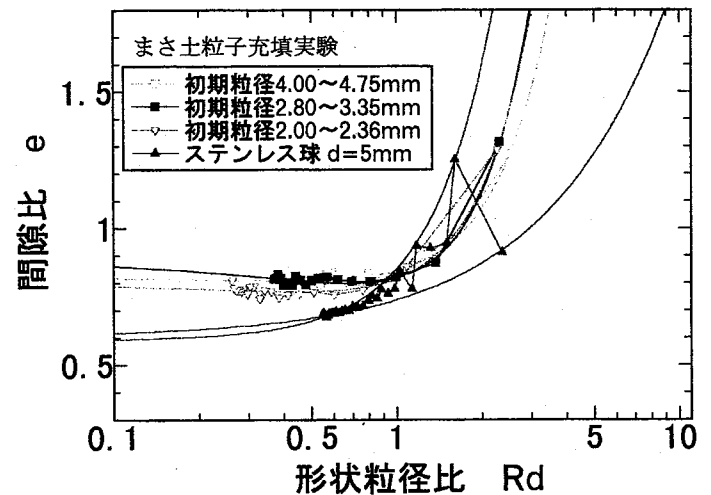


図-5 間隙比～形状係数の関係  
(3種類の初期粒径のまさ土の充填実験の場合)

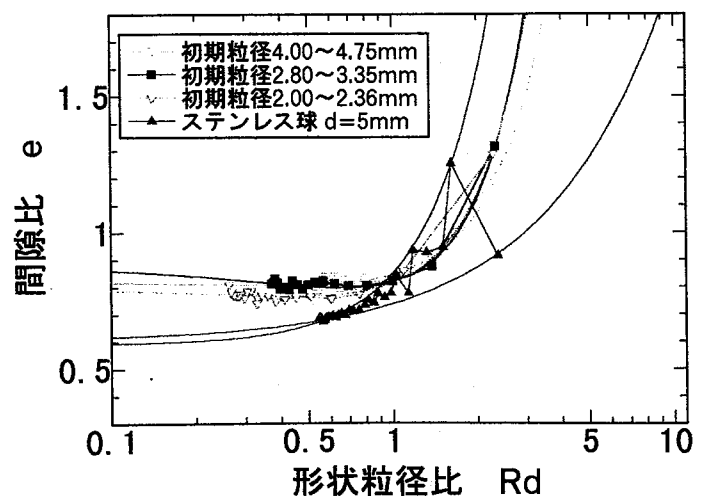


図-6 間隙比～形状粒径比の関係  
(3種類の初期粒径のまさ土の充填実験の場合)

なっている。さらに、ステンレス球の充填実験結果を示した図-3との最も大きな差異は、まさ土では、最密間隙比と最疎間隙比の現れないことであり、一つの関係式で表現されることである。

### 5. 均一ステンレス球の充填実験における許容最大粒径の提案

図-2,3に見られるように均一ステンレス球を用いた充填実験の場合には、形状係数と形状粒径比のどちらで整理しても、間隙比は、最密間隙比と最疎間隙比の間を大きく変動しながら一定値に収束する傾向を示している。そこで、最密間隙比と最疎間隙比の差 $\Delta e$ を考え、形状粒径比との関係で図-7を描いてみた。間隙比の差 $\Delta e$ は、同一の形状粒径比であっても、ステンレス球の直径の減少に伴って、わずかに増加する傾向を示しているが、第一近似として、この関係が一定の関係を示すと仮定して、供試体に許容される最大粒径を求める方法を考えてみた。最初に、間隙比変化の許容値 $e_a$ を与えておけば、図-7の関係に基づいてそれに対応する形状粒径比 $Rd_a$ が求められる。形状粒径比の定義から、次式により供試体に許容される最大粒径 $d_{max}$ が求められる。

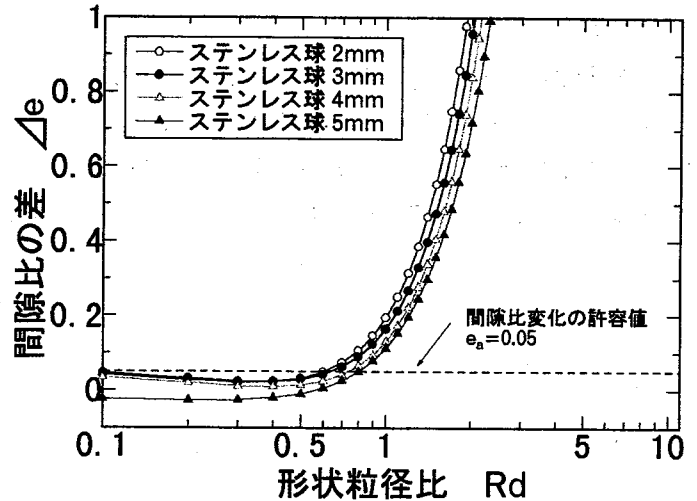


図-7 最密間隙比と最疎間隙比の差 $\Delta e$ と形状粒径比との関係 (ステンレス球の充填実験の場合)

容器内径  $D=5\text{cm}$        $Rd=R \times d_{max}$        $D/d_{max}=10$   
 容器高さ  $h=5\text{cm}$  のとき       $0.6=1.2 \times d_{max}$   
 $R=2/h+4/D=1.2$        $d_{max}=0.5\text{cm}$

$$\text{形状粒径比の許容値 } Rd_a = R \times d_{max} \quad \dots (3)$$

ここに $R$ は用いる供試体の形状係数であり、式(1)で計算される。

例えば、内径 $D=4\text{cm}$ 、高さ $h=4\text{cm}$ の円柱容器(形状係数 $R=1.5$ )と間隙比変化の許容値 $e_a=0.05$ とすると、図より、対応する形状粒径比 $Rd_a \approx 0.6$ 程度となるので、この容器に許容される最大粒径 $d_{max}=(0.6/1.5)=0.4\text{cm}$ となる。この値は、従来の表現方法では、 $D/d_{max}=(4/0.4)=10$ となり、従来の研究者の指摘と一致する結果を得ることができる。ただし、図-7の関係は、粒径の違いによってわずかに相違が認められるので、今後の詳細な検討が必要である。

### 6. まさ土粒子の充填実験における許容最大粒径の提案

まさ土粒子の充填実験では、図-6に示すように、粒径に関係なくほぼ一定の間隙比~形状粒径比関係を示しているのので、一般的にこの図が成立すると考えると、この図に基づいて供試体に許容される最大粒径を求めることができる。すなわち、間隙比の変化がほとんどなくなる形状粒径比がその許容値 $Rd_a$ と考えられ、いま、 $Rd_a \approx 0.8$ 程度とすると、式(3)より、許容最大粒径 $d_{max}=(0.8/1.5)=0.53\text{cm}$ となる。この値は、従来の表現方法では、 $D/d_{max}=(4/0.53)=7.5$ となり、従来の研究者の指摘とほぼ合致する。ただし、今後、その他の粒径や混合粒度の試料、異なる容器を用いた充填実験を実施し、図-6の関係をさらに強固にする必要は残されている。

### 7. まとめ

本研究では、均一なステンレス球ならびにまさ土を用いた充填実験を行い、間隙比変化の傾向を明らかにした。その際には、容器の大きさを表現する新たな考え方を提案した。さらに、実験結果

である間隙比変化の傾向から供試体に許容される最大粒径を決定する方法の提案を行った。今後、種々の条件でのシミュレーションならびに充填実験を実施し、検討を進めていきたい。

#### 参考文献

- 1) 板橋一雄, 植下協: 乱さない洪積熱田砂の力学的特性, 土質工学会論文報告集, Vol. 20, No. 3, pp. 101-109, 1980.
- 2) 立石哲郎, 板橋一雄, 石川靖晃, 蟹江伸次郎: 積層体の密度に対する容器形状の影響と補正式の提案, 土木学科中部支部平成6年度研究発表会, pp. 367-368, 1994.
- 3) 牧岳志, 板橋一雄, 和田英孝: 均一粒状体の間隙比に対する壁効果の影響～その定式化と数値シミュレーション～, 第10回地盤工学シンポジウム, 地盤工学会中部支部, pp. 1-6, 1998.

工学的意義

最疎間隙比      2次  
密                      1次      2<sup>1</sup>近似