

3次元応力下で種々の繰返し载荷を受ける砂の変形特性

名古屋工業大学大学院 学生会員 星川 拓哉
 名古屋工業大学 正会員 中井 照夫
 " 大学院 学生会員 檜尾 正也

砂地盤は通常、静的な荷重下では粘土地質地盤より大きな支持力を発揮するが、飽和された状態での繰返し荷重下では地震時にみられる「液状化現象」に代表されるように、その支持力が失われることが多い。このような繰返し载荷履歴を受けた砂地盤の変形予測を正確に行なうためには、3次元応力下の繰返し载荷時の砂の応力～ひずみ挙動を記述できる構成モデルの開発が不可欠である。

ここでは、まず繰返し载荷履歴を受ける砂のダイレイタンシー特性に着目し、排水および非排水(等体積)条件下での繰返し三軸圧縮/伸張試験および、3主応力制御試験を行なったのでその結果を報告する。次に、既に提案している砂の移動硬化型の弾塑性構成モデル(kinematic t_j -sand model¹⁾)を用いて解析を行ない、その適用性を検討するとともに今後の課題についてその方向性を示す。

1. 実験試料および試験方法

実験の試料は豊浦標準砂($D_{50}=0.2\text{mm}$, $U_c=1.3$, $G_s=2.65$, $e_{\max}=0.95$, $e_{\min}=0.58$)で、飽和試料を得るために煮沸して脱気したものを用いている。また実験はすべて供試体作成時に初期間隙比 $e_0=0.68$ となるように調整後 $p'=196\text{kPa}$ まで等方圧密したのち、それぞれの経路に沿って繰返し载荷している。

1-1. 繰返し三軸試験

実験は2つのグループ(test I, II)に分類し、自動制御計測三軸試験機を用いて行なった。またtest I, IIを通して、排水試験は応力制御で、非排水(等体積)試験はひずみ制御で行なっている。なお、三軸供試体の試料寸法は、高さ12.15cm, 直径5cmの円筒形である。

test I シリーズは、砂のダイレイタンシー特性の観点からみて、排水条件の違いが繰返し载荷時の砂の変形挙動におよぼす影響を調べることを目的とした一連の実験である。表-1に示すように、排水条件および载荷方法を変えた3ケースについて、それぞれ繰返し回数 $N=10$ 回の両振り三軸試験を行なっている。

test II シリーズは、繰返し载荷の与え方(载荷応力振幅、繰返し回数)による、ダイレイタンシーの現れ方の影響をみることを目的とした一連の実験である。ここでは、主応力比 $R(=\sigma_1/\sigma_3)=\pm 4$ での両振り三軸試験 ($N=10$) を基準試験として(test II-①)、その前段階にそれぞれ異なる応力比での繰返し载荷履歴を与えた2ケースの計3ケースを行っている。図-1にtest IIシリーズの実験の応力経路を示す。なお、test IIシリーズはすべて排水試験で、平均主応力 $p'=196\text{kPa}$ 一定試験となっている。

表-1 test I シリーズの実験条件

	test I-①	test I-②	test I-③
排水条件	非排水	非排水	排水
载荷の振幅	$q=\pm 294$	$R=\pm 3$	$R=\pm 3$

test II-①	test II-②	test II-③
$N_2 \rightarrow N'_2 \times 10\text{cyc.}$	$L_2 \rightarrow L'_2 \times 5\text{cyc.}$ $M_2 \rightarrow M'_2 \times 5\text{cyc.}$ $N_2 \rightarrow N'_2 \times 10\text{cyc.}$	$N_2 \rightarrow M_2, -K_2, =L_2 \times 5\text{cyc.}$ $N'_2 \rightarrow M'_2, -L'_2, =K'_2 \times 5\text{cyc.}$ $N_2 \rightarrow N'_2 \times 10\text{cyc.}$

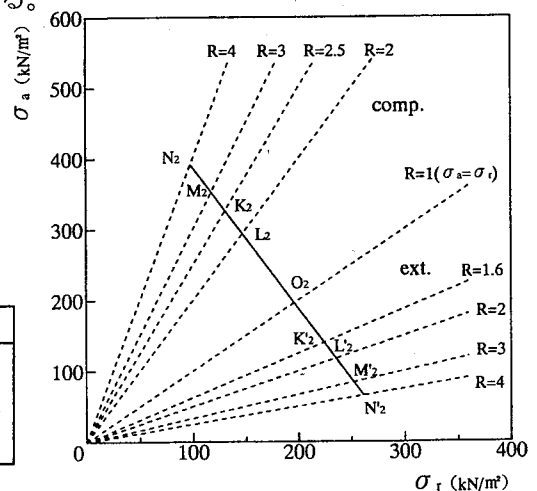


図-1 test II シリーズの応力経路図

Deformation characteristics of sand under various cyclic three-dimensional stresses :

T.Hoshikawa, T.Nakai and M.Hinokio (Nagoya Institute of Technology)

1-2.3 主応力制御試験

3主応力制御試験では、図-2に示すように高さ10cm×幅10cm×奥行き7cmの直方体の供試体を用いている。荷重の載荷方法は、鉛直(a)方向および横(θ)方向の2方向は剛板を介して、残りの1方向(r方向)は水圧を用いて、3主応力を独立に載荷している。

図-3は、正八面体面上に示した実験の応力経路図である。実験は、 $p'=196\text{kPa}$ 一定の排水試験で、表-2に示すように、Path-1~6まで連続して繰返し載荷を行なっている。ここで、Path-5およびPath-6はもとより $C_a \leftrightarrow E_a$ の履歴を受けた後の $C_\ell \leftrightarrow E_\ell$ 経路も、通常の三軸試験では行なうことのできない経路となっていることを強調しておく。

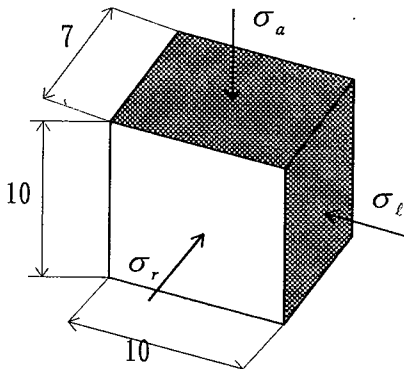


図-2 3主応力制御試験の供試体形状

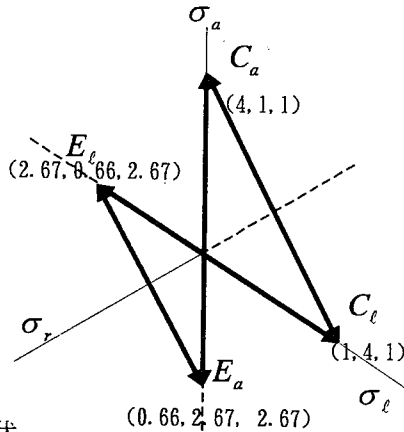


図-3 正八面体面上に示した
実験の応力経路図

表-2 実験の応力経路と繰返し回数

Path番号	応力経路	繰返し回数
Path-1	$C_a \leftrightarrow E_a$	10回
Path-2	$C_\ell \leftrightarrow E_\ell$	10回
Path-3	$C_a \leftrightarrow E_a$	5回
Path-4	$C_\ell \leftrightarrow E_\ell$	5回
Path-5	$C_a \leftrightarrow C_\ell$	10回
Path-6	$E_a \leftrightarrow E_\ell$	10回

2. 実験結果と考察

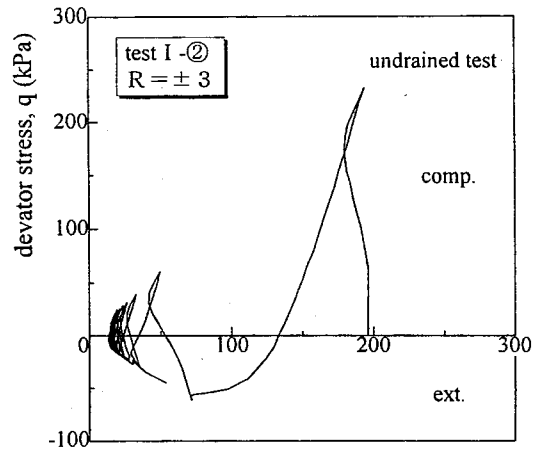
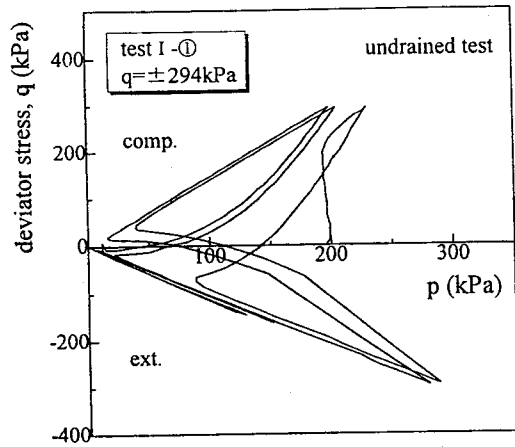
2-1. 繰返し三軸試験結果

まず、三軸試験結果について検討する。図-4はtest I-①,②の有効応力経路を $q \sim p'$ 空間で示したものである。test I-①は、一般によく行なわれるせん断振幅(q)一定の非排水繰返し試験($q = \pm 294\text{kPa}$)で、最初の逆振り時から平均主応力(p')が大きく減少している様子がわかる。この場合は $N=3$ 回目で有効応力が0となり、液状化状態に達している。これに対してtest I-②は、有効主応力比($R = \pm 3$)一定の非排水(等体積)試験で、test I-①同様逆振り時に p' の減少がみられるものの、 $p' = 0$ とならず $N=4 \sim 5$ 回目で定常状態に落ち着くのがわかる。

一方、図-5は同じtest I-②を主応力比(R)~平均主応力(p')関係で整理し直したもので、図-6はこれに対応する排水試験であるtest I-③を主応力比(R)~体積ひずみ(ϵ_v)関係で整理したものである。図-6の意味するところは、砂を排水条件のもと応力比一定で両振りせん断した場合に、これ以上体積圧縮の生じない「定常状態」が存在することを暗示している。図-5は図-4を応力比~平均主応力関係に焼き直したもので、図-6との比較によってその意味するところは明確になる。すなわち、非排水条件下にあっても排水条件下でみられた「定常状態」同様の現象が確認できるということである。このことは、排水/非排水条件における砂のダイレイタンスー特性においても両者は密接な関連性をもっており、これらは独立した現象ではなく同一の考え方により統一的に説明づけられることを示しているといえる。

図-7はtest I-①~③を通しての主応力比(R)~軸ひずみ(ϵ_a)関係で整理した実測値である。ここでtest I-②,③の結果に注目すると、繰返し載荷を受けるごとに砂の応力~ひずみ曲線が次第に立ってきている、すなわち剛性が強く(硬く)なっているようすがみてとれる。また、test I-③では $R = \pm 3$ で $N=10$ 回繰返したのち、ひずみ制御($\dot{\epsilon}_a = 0.024\%/min$)で破壊に至るまで三軸圧縮せん断しているが、繰返し履歴を受けた結果強度が増加しているのがわかる。

図-8はtest II-①~③の実測値を主応力比(R)~体積ひずみ(ϵ_v)関係で整理したものである。シリーズの基準試験となっているtest II-①はtest I-③と同種の試験で、応力比振幅が大きい($R = \pm 4$)だけの違いである。図-8の結果は図-7と同じように、繰返し載荷とともに体積ひずみの発生量が減少しており、これ以上繰返し履歴を与えても体積変化の生じない「定常状態」の存在を予感させる。これに対して、test II-②では $R = \pm 2, 3$ の順に両振りせん断履歴をそれぞれ5回与えたのち、最終的にtest II-①同様 $R = \pm 4$ で $N=10$ 回の



effective mean principal stress, p (kPa)

図-4 test I-①,②の有効応力経路

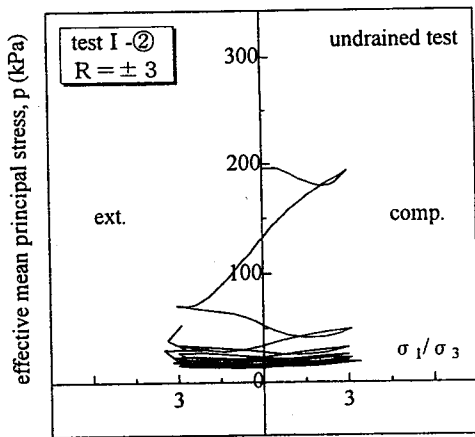


図-5 test I-②の主応力比(σ_1/σ_3)
~平均主応力(p)関係

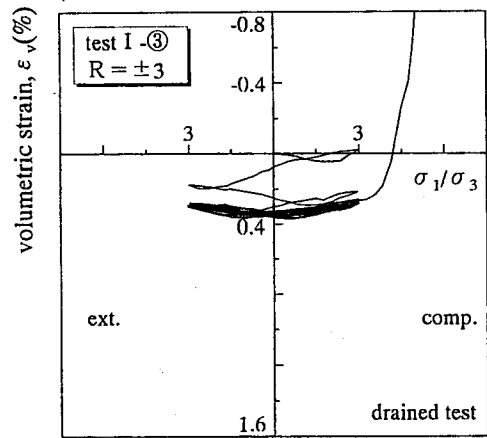


図-6 test I-③の主応力比(σ_1/σ_3)
~体積ひずみ(ϵ_v)関係

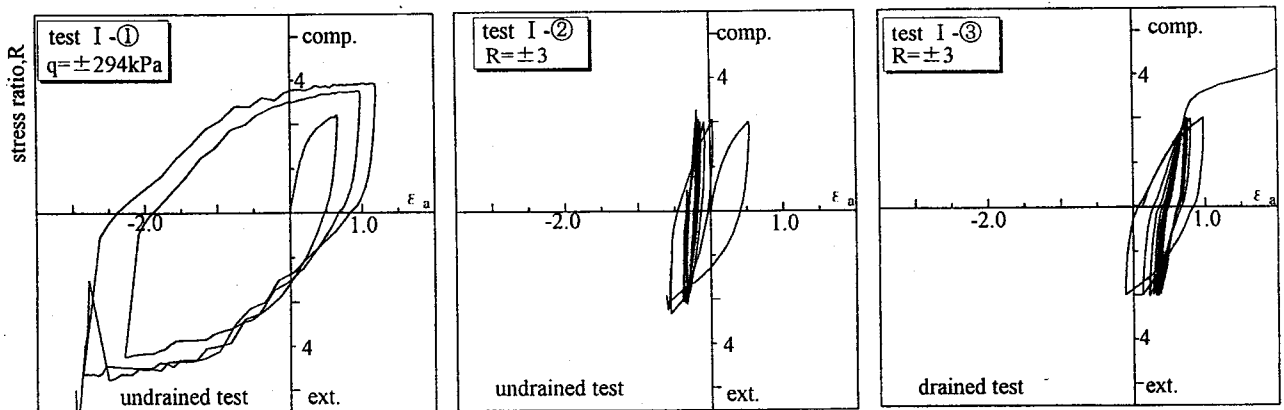


図-7 test I-①~③の主応力比(σ_1/σ_3)~軸ひずみ(ϵ_a)関係

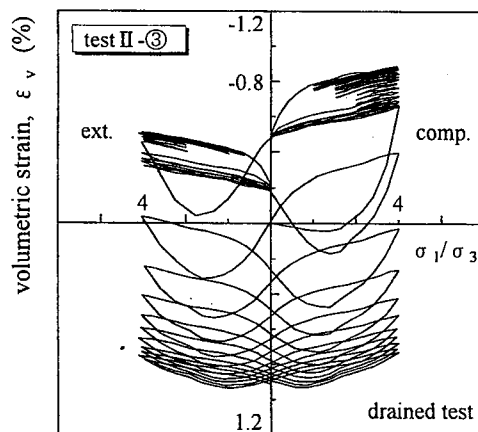
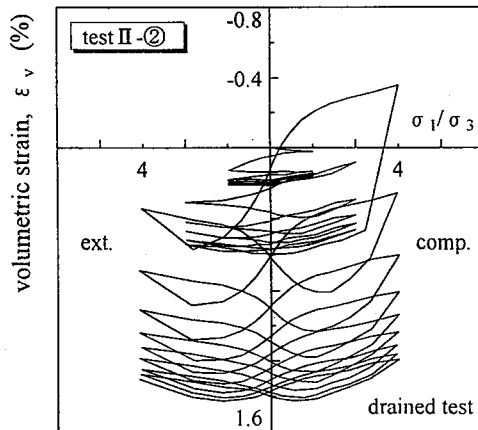
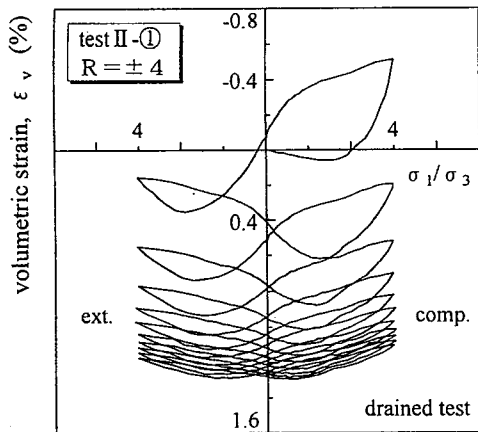


図-8 test II ①～③の主応力比(σ_1/σ_3)
～体積ひずみ(ϵ_v)関係

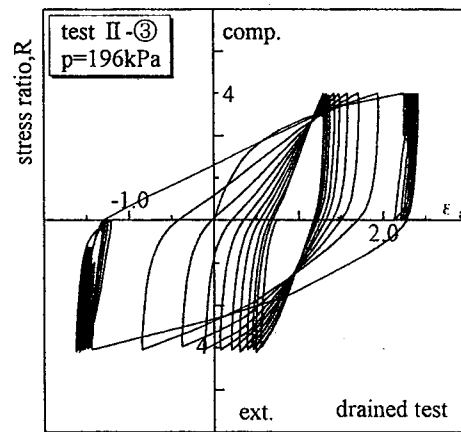
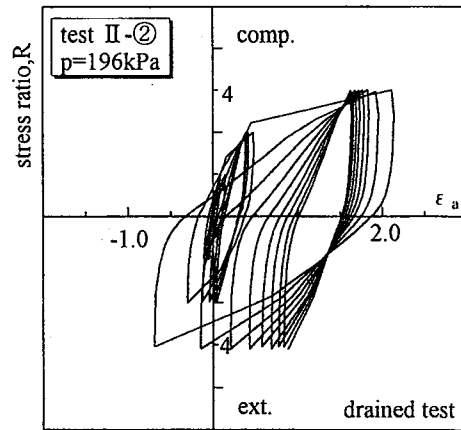
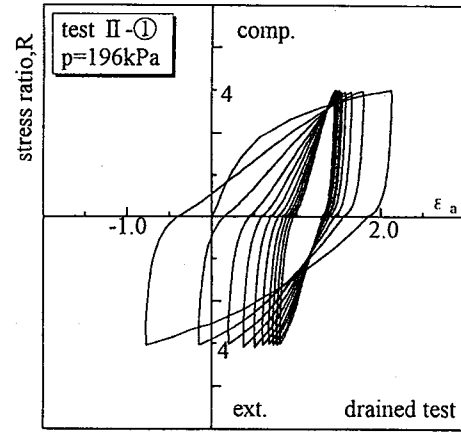


図-9 test II ①～③の主応力比(σ_1/σ_3)
～軸ひずみ(ϵ_a)関係

両振り繰返し三軸試験を行なっている。test II-①,②の実験結果をみれば、それまでの繰返し载荷履歴に関わらず最終的に体積ひずみ $\epsilon_v=1.3\%$ のあたりで定常状態に達し、それ以上体積圧縮を生じていないのがわかる。一方test II-③では繰返し载荷履歴として、初め圧縮側で $R=4 \Leftrightarrow 3, 4 \Leftrightarrow 2.5, 4 \Leftrightarrow 2$ 、次いで伸張側で $R=4 \Leftrightarrow 3, 4 \Leftrightarrow 2, 4 \Leftrightarrow 1.6$ と各5回ずつの片振りせん断履歴を与えている。test II-③の実験結果をみると、前2ケースよりも小さな体積ひずみ $\epsilon_v=0.9\%$ で定常状態に達している。これは、応力比の高いレベルでの片振り繰返し载荷時に発生する正のダイレイタンスの蓄積がそのまま残留し、最終的な体積ひずみ(定常状態)にまで影響しているものと考えられる。従ってこの状態は、粘土のcritical stateように応力状態だけで間隙比が決まるような状態ではない。

図-9は同じくtest II-①～③の実測値を主応力比(R)～軸ひずみ(ϵ_a)関係で整理したものである。test Iと同様に、繰返し回数とともに剛性が強くなりひずみが発生しにくくなっているようすがわかる。

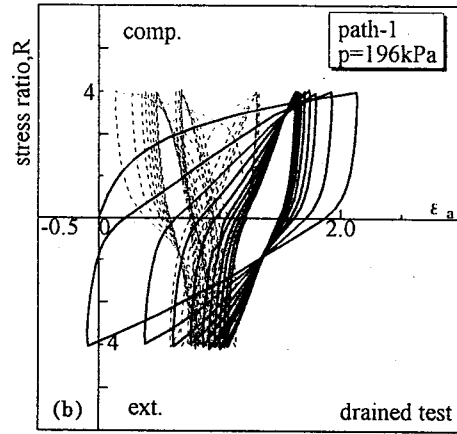
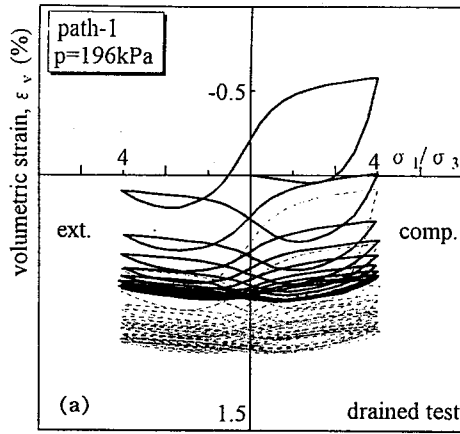


図-10 Path-1の主応力比(σ_1/σ_3)～体積ひずみ(ε_v)関係、～軸ひずみ(ε_a)関係

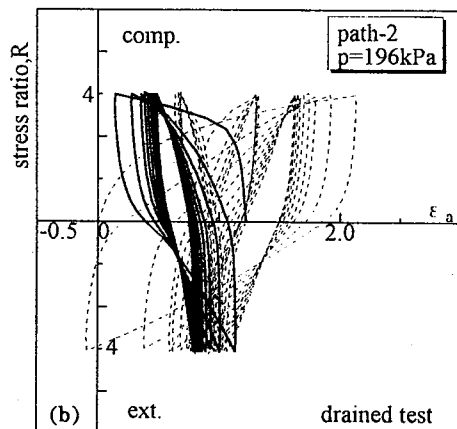
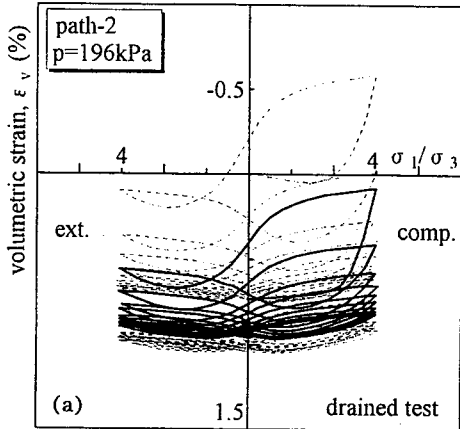


図-11 Path-2の主応力比(σ_1/σ_3)～体積ひずみ(ε_v)関係、～軸ひずみ(ε_a)関係

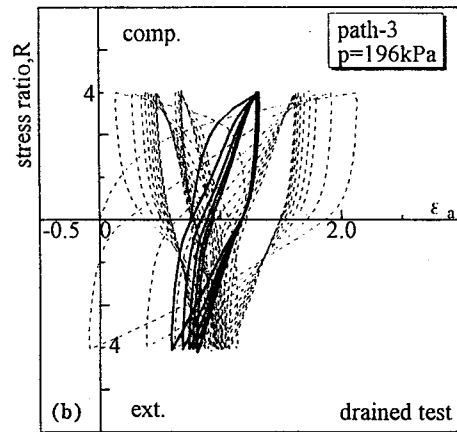
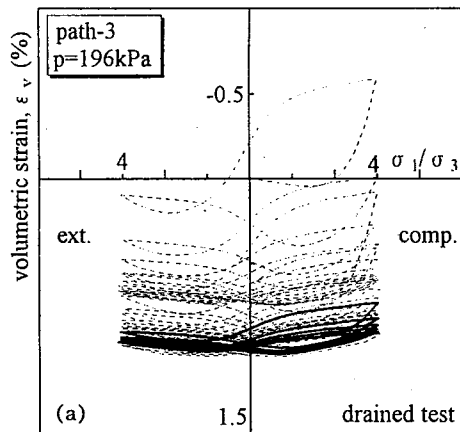


図-12 Path-3の主応力比(σ_1/σ_3)～体積ひずみ(ε_v)関係、～軸ひずみ(ε_a)関係

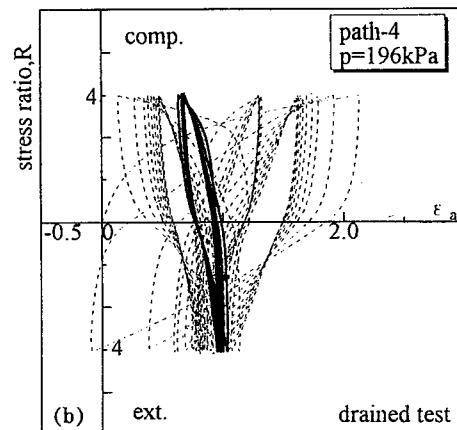
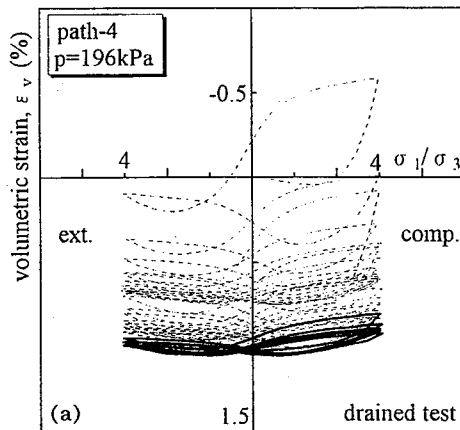


図-13 Path-4の主応力比(σ_1/σ_3)～体積ひずみ(ε_v)関係、～軸ひずみ(ε_a)関係

2-2.3 主応力制御試験結果

次に3主応力制御試験結果についてであるが、図-10~13(a, b)はそれぞれPath-1~4に対応した実測値の主応力比(R)~体積ひずみ(ϵ_v)関係図(a 図)および主応力比(R)~軸ひずみ(ϵ_a)関係図(b 図)である。Path-1は三軸試験(test II -①)と同じ経路の実験となっており、図-10を図-8,9と比較するとほぼ同様な応力~ひずみ関係がみられる。このことはまた、ここで行なっている3主応力制御試験結果が妥当であることを示している。

図-10(a)をみると三軸試験の場合と同様Path-1終了時($N=10$)において、体積ひずみがほとんど変化しない「定常状態」に達していようである。ところが、その後軸方向を変えて繰返し三軸試験(Path-2)を行なうと、図-11(a)に示すようにさらなる体積圧縮がみられる。しかし、この後さらにPath-3,4と繰返し载荷を続けても、わずかに体積圧縮するもののPath-1,2ほどの大きな変化はみられない(図-12(a),13(a)参照)こうした傾向は、三軸試験の場合と同様応力比~軸ひずみ関係においてもみられる(図-10(b)~13(b)参照)Path-1で一端ひずみの発生が安定しても、繰返し载荷の方向が変化すると再びひずみが発生し始める。またPath-3,4においても同様に、応力~ひずみ曲線はほとんど同じループをたどっているようである。

図-14はPath-5,6の実測値を、主応力比(R)~体積ひずみ(ϵ_v)関係で整理したものである。図-3に実験の応力経路を示したとおり、Path-5は三軸圧縮条件を両端とする繰返し応力経路であるが、繰返しの途中に r 方向の応力 σ_r を最大主応力とする三軸伸張条件が、Path-6では逆に三軸圧縮条件を両端とする繰返し応力経路となっており、完全な3主応力状態となっている。一般的には、繰返し载荷を受ける砂は体積圧縮するものと考えられるが、興味深いことにPath-5においては繰返すごとに正のダイレイタンスが大きく発生し、体積膨張していくようすが確認された。このことは、繰返し载荷でも経路のとり方によってはダイレイタンスの発生(体積変化)傾向が変わることを表している。応力比の高いレベルでの振幅の比較的小さな繰返し载荷では体積膨張が生じ、応力比の低いレベル(等方応力状態)を含む繰返し载荷では体積圧縮が著しい傾向を示している。同様の傾向は、3主応力制御試験に限らず三軸試験でも確認できる(図-8(a)参照)。一方Path-6は、Path-5と同様 $R=4$ を両端とする3次元応力下の繰返し载荷であるが、この場合は繰返し载荷によって体積圧縮が生じる。

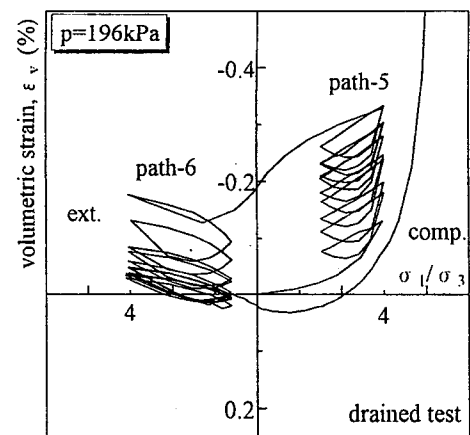


図-14 Path-5,6の主応力比(σ_1/σ_3)
~体積ひずみ(ϵ_v)関係

3. 繰返し载荷時の砂の弾塑性構成モデルと解析

3-1. 提案しているの砂の弾塑性構成モデル(kinematic t_{ij} -sand model¹⁾)

これまでに、広範囲の密度および拘束応力下にある砂の応力~ひずみ挙動を説明できるモデルとして、修正応力 t_{ij} を用いた移動硬化型の弾塑性構成モデル(kinematic t_{ij} -sand model)を提案している。このモデルは、①力学量 t_{ij} を用いることにより変形・強度特性におよぼす中間主応力の影響を、②塑性ひずみ増分を t_{ij} 空間で流れ則を満足する成分と等方的な圧縮成分の和で与えることにより塑性流動方向の応力経路依存性を、③応力比 x_{ij} 空間で移動硬化則を考えることにより繰返し载荷時や主応力軸の回転時の砂の応力誘導異方性を、④構造異方性テンソル b_{ij} を応力比テンソル x_{ij} に導入することにより、固有異方性が砂の応力~ひずみ挙動に与える影響を、⑤橋口²⁾の方法を参考に、塑性ひずみの大きさを決める係数 Λ の中で密度、拘束応力の大きさを考慮することで、拘束応力や間隙比が砂の変形・強度特性に与える影響を(硬化・軟化特性や強度の密度、拘束応力依存性)を同じ土質パラメータを用いて評価できる構成モデルとなっている。

提案モデルは、砂におけるCSLの概念³⁾を参考にして、CSLが塑性体積ひずみ(ϵ_v^p)と拘束応力($\ln(t_N+m)$, m :パラメータ)との間に直線関係が成り立ち、またこれが砂の正規圧密状態線(NCL)と平行であると仮定している(図-15参照)。このことから降伏関数 f は次式で与える。

$$f = \ln t_N + \zeta(Z) + c = 0$$

ここに、

$$\zeta(Z) = \frac{-\alpha}{1-\alpha} \ln \left| 1 - (1-\alpha) \frac{Z}{M^*} \right| \quad (\alpha \neq 1) \quad (1)$$

$$Z = X^* + n, \quad X^* = \sqrt{(x_{ij} - n_{ij})(x_{ij} - n_{ij})}$$

せん断履歴等がない単調荷時には、応力状態が決まれば塑性体積ひずみ ε_v^p は一義的に求まり、この時降伏曲面の足に対応する t_{N1+m} は(1)式より次式で表される。

$$t_{N1+m} = (t_N + m) \cdot \exp\{\zeta(Z)\} \quad (2)$$

逆に、塑性体積ひずみ ε_v^p が与えられたとき、その塑性体積ひずみに対応するNCL上の等価な平均応力 t_{N1e+m} は次式で表される。

$$t_{N1e+m} = (t_{N0} + m) \cdot \exp\left\{ \frac{1+e_0}{\lambda-\kappa} \varepsilon_v^p \right\} \quad (3)$$

ここに、 $(t_{N0} + m)$ は正規状態の基準時での t_N 値である。これらのことから、砂の密度や拘束応力の程度を表すための指標として t_{N1+m} と t_{N1e+m} の比を考え、次のように定義する。

$$G = \frac{t_{N1+m}}{t_{N1e+m}} \quad (0 < G \leq 1) \quad (4)$$

ここで定義した指標 G は、粘土でいうところの過圧密比(OCR)の逆数に対応するものといえる。すなわち、図-15に示すO点(正規状態)から単調にせん断した場合には $t_{N1} = t_{N1e}$ となるため、 G の値はせん断中常に1となる。これに対して、O'点のように正規状態に対してより密な状態からせん断した場合には $t_{N1} < t_{N1e}$ となるため、応力状態は同じであってもより密である(空隙比が小さくなる)ほど G は小さな値をとることになる。

一方塑性ポテンシャル g は、砂には密度、拘束応力によらず応力比 ($X = t_s/t_N$) と塑性ひずみ増分比 ($-d\varepsilon_{SMP}^p/d\varepsilon_{SMP}^p$) の間にユニークな関係があることから、従来のモデル⁴⁾と同様に次式で与える。

$$g = \ln t_N + \zeta(Z) \quad (5)$$

また、橋口⁴⁾が下負荷曲面モデルの中で、硬化パラメータとして ε_v^p を採用しながら、正・負の両ダイレイタンシー特性およびひずみ硬化、ひずみ軟化、完全塑性(限界状態)と変化する挙動を連続的に表現している方法を参考として、指標 G を導入して塑性係数 h を次式で与える。

$$h = \frac{1+e_0}{\lambda-\kappa} \left\{ \frac{\partial g}{\partial t_{kt}} - a \frac{1}{t_N} \ln(G) \right\} \quad (6)$$

さらに、塑性ひずみの大きさを規定する比例係数 Λ については、密度や拘束応力の大きさによる剛性の違いを評価するために、ここでも指標 G を導入して次のように与える。

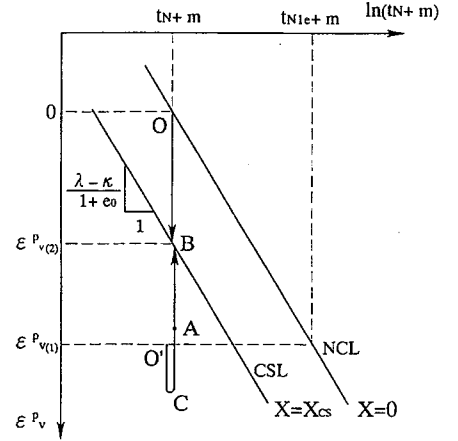


図-15 $\varepsilon_v^p \sim \ln(t_{N+m})$ 関係で表した NCL, CSL および t_{N1e}

$$\Lambda = \frac{\left(\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} - K \langle dt_N \rangle \right) \cdot G^l}{\frac{1+e_0}{\lambda-\kappa} \left\{ \frac{\partial g}{\partial t_{kk}} - a \frac{1}{t_N} \ln(G) \right\}} \quad (7)$$

3-2.提案モデルの適用性と課題

ここでは、一例として繰返し三軸試験test II-③について提案モデルによる解析結果を示す。なお、解析で用いた豊浦砂の土質パラメータは $\lambda=0.185, \kappa=0.055, N=1.01, m=3, \phi'_{cs}=28.3^\circ, \alpha=0.85, \ell=0.25, \xi=0.25$ であり、これらのパラメータは間隙比や拘束応力の大きさによらない土質パラメータである。ここに、 N は正規状態の基準時($p_0=196\text{kPa}$)での間隙比である。

図-16は、図-8(test II-③)に対応するもので応力比(R)～体積ひずみ(ε_v)関係で整理した提案モデルを用いた解析結果である。実測値によれば(図-8(test II-③)参照)三軸圧縮側/伸張側の両方で応力比の高いレベルでの繰返し载荷時において、正のダイレイタンスが蓄積しているのに対して、解析結果はこうした体積膨張現象が説明できず、圧縮の一途をたどっている。また、実験結果をみると、その後の両振り载荷によって体積圧縮しつつ $N=10$ 回あたりで定常状態に達しているのに対して、解析では定性的には実測結果を表現できていないものの、その減衰の程度が小さくどこまでも体積圧縮していくようにみえる。

そこで、一例として次のようなモデルの拡張を試みた。図-17は $t_s \sim t_N$ 空間で示した降伏曲面とひずみの発生メカニズムを示したものである。従来降伏曲面内はすべて弾性域と仮定していたが、今回の実験結果を説明するために降伏曲面内であっても再载荷過程においては、弾塑性的な挙動をするものとして拡張を試みた。この拡張によって得られた解析結果を図-18に示す。実測値(図-8(test II-③))と比較してみると、今回の拡張によってこのような応力経路にみられる、砂のダイレイタンス特性を表現できるようになったのがわかる。しかし、実際にこのような拡張を導入するには、一般性の有無や他の応力経路での適用性などを検討する必要がある。

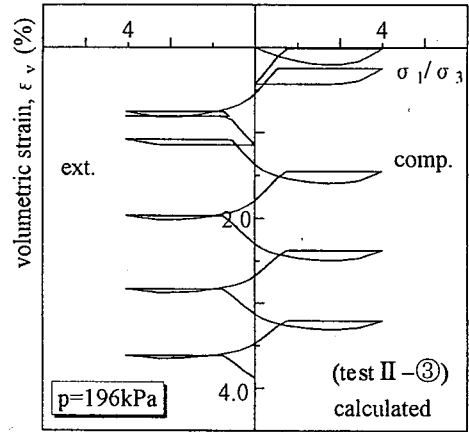


図-16 提案モデルによる解析結果

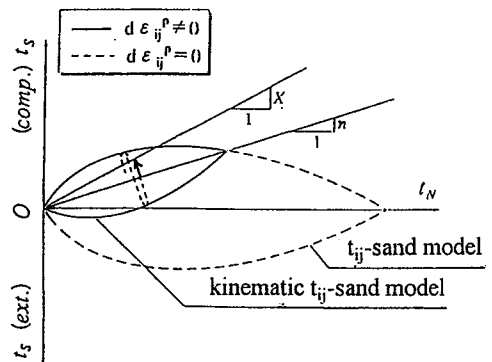


図-17 降伏曲面内のひずみ発生の説明図

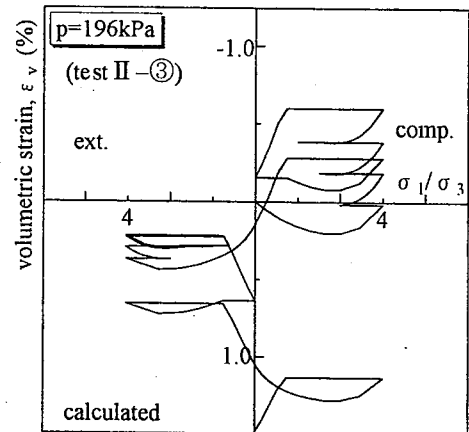


図-18 拡張したモデルによる解析結果

参考文献

- 1)武馬・中井・赤堀(1995):広範囲の密度および拘束応力下にある砂の構成モデル,第30回地盤工学研究発表会
- 2)Hashiguchi,K.(1980): Constitutive equations of elastoplastic materials with elastic-plastic transition, J. Appl. Mech, ASME, Vol.102, No.2, pp.266-272.
- 3)Ishihara,K.(1993): Liquefaction and flow failure during earthquakes, Geotechnique, 43(3), pp.351-415.
- 4)Nakai,T. and Fujii,J. and Taki,T.(1989): Kinematic extension of an isotropic hardening model for sand, Proc. NUMOG III, pp.36-45.