

超過圧密粘土供試体のせん断挙動の水～土骨格連成計算

名古屋大学工学部 正会員 浅岡 顕 中野 正樹 野田 利弘
東京電力(株) 正会員 外岡ちづる

1. はじめに

降伏曲面内部を弾性体として仮定する Conventional¹⁾な Cam-Clay モデル^{2),4)}に、降伏曲面内部でも弾塑性状態を許容した橋口³⁾による Unconventional な下負荷面モデルを新たに導入することにより、水～土骨格連成場での過圧密比 18 の超過圧密粘土のせん断挙動を計算した。はじめにこのモデルの概要を説明した後、(1) 非排水、部分吸排水 3 軸試験と (2) 非排水平面ひずみ試験をシミュレートした結果を示す。具体的には (1) では試験を境界条件が整備された境界値問題とみなして下負荷面 Cam-Clay モデルを力のつり合い式の下で働かせると、実際の超過圧密粘土供試体が示す、特に載荷速度に応じたダイレイタンスー特性がうまく表現されること、および有限変形計算の必要性を示す。(2) では両側面に幾何的な初期不整(コサインカーブ)が非対称に設けられた粘土矩形供試体が示す、載荷速度に応じた分岐・分岐後の水～土骨格連成挙動の様子を正規圧密粘土⁷⁾の場合と比較しながら述べる。

2. 下負荷面 Cam-Clay モデルと負荷基準

構成式 以下、Conventional なモデルにおいて定義された降伏曲面(あるいは降伏関数)のことを、正規降伏曲面(あるいは正規降伏関数)と呼ぶ。正規降伏面の内部にある過圧密状態の応力点 (p', q) (T' : 有効応力, $p' = -\text{tr } T'$, $q = \sqrt{3S \cdot S/2}$, $S = T' + p'I$) を常に通じ、かつ原点に関して正規降伏面と相似な降伏面の存在を仮定し、これを下負荷面と呼ぶことにする。また、正規降伏面と下負荷面がそれぞれ p' 軸と交わる降伏応力を p'_y と p'_{yl} で表し、その比 $\bar{R} = p'_y/p'_{yl}$ ($0 < \bar{R} \leq 1$) を定義する(図 1 参照)。ここに \bar{R} はいわゆる過圧密比の逆数に相当する。従って、下負荷面上の現応力点 (p', q) を原点から正規降伏面上へ投影した点を (p^*, q^*) で表すと、この点は $(p'/\bar{R}, q/\bar{R})$ に等しく、降伏面は Conventional な Cam-Clay モデルと同型なので、正規降伏面および下負荷面はそれぞれ次式で表すことができる。

$$\text{MD} \ln \frac{p'^*}{p'_y} + D \frac{q^*}{p'^*} = 0, \quad \text{MD} \ln \frac{p'}{p'_{yl}} + D \frac{q}{p'} = 0 \quad (1)$$

ここに、 $D = \frac{\bar{\lambda} - \bar{\kappa}}{M(1+e_0)}$ は、Conventional な Cam-Clay モデルと同じダイレイタンスー係数、 $M, \bar{\lambda}, \bar{\kappa}$, および e_0 は限界状態定数、圧縮指数、膨潤指数および計算開始時刻 ($t = 0$) の間隙比である。

また弾塑性構成式の誘導のために、 \bar{R} の関係 ((p', q) と (p^*, q^*) の関係) と塑性体積変化の計算開始時刻における降伏応力 p'_0 (先行圧密圧力) を式 (1) に用いて、下負荷面に対する降伏関数(下負荷降伏関数) F を次式で表す。

$$F = f(q, p', p'_0) + \int_0^t J \text{tr } D^p d\tau - \text{MD} \ln \bar{R} = \text{MD} \ln \frac{p'}{p'_0} + D \frac{q}{p'} - \left(- \int_0^t J \text{tr } D^p d\tau + \text{MD} \ln \bar{R} \right) = 0 \quad (2)$$

ここに、 D を速度勾配の対称部分(ストレッチング)とすると、 D^p は D の塑性部分 ($D = D^e + D^p$, D^e : D の弾性成分)、 $J = (1+e)/(1+e_0)$ (e : 時刻 $t = t$ での間隙比) である。 $-\int_0^t J \text{tr } D^p d\tau$ を近似的に塑性的な体積変化とし、 $\text{MD} \ln \bar{R}$ も含めて塑性履歴を表すパラメータとみなすことができる。

有効応力速度として Green-Naghdi の速度 $T' (= \dot{T}' + T'\Omega - \Omega T', \Omega = \dot{R}R^T, R$: 変形勾配の極分解時の回転) を用い、 $T' \sim D^e$ 関係には等方弾性フック則、 D^p には関連流れ則を仮定し、それぞれ次式で表す。

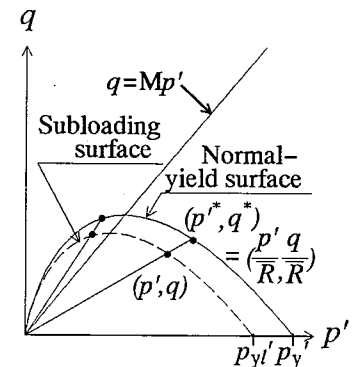


図 1 下負荷面 Cam-Clay モデル

$$\overset{\circ}{T}' = ED^e, \quad D^p = \lambda \frac{\partial f}{\partial T'} \quad (\lambda > 0) \quad (3)$$

ここに、 E は弾性係数テンソル、 λ は塑性乗数である。乗数 λ については式(2)の物質時間微分をとること(適応条件)により与えられる。このとき \bar{R} も塑性履歴パラメータとしているので、 \bar{R} の発展則³⁾として橋口に従い、1例として最も簡単な(パラメータを一つしか用いない)次式を採用する。

$$\dot{\bar{R}} = U \|D^p\|, \quad U = -\nu_2 \ln \bar{R} \quad (> 0) \quad (4)$$

これは、 \bar{R} の増加と塑性変形の発生とが1対1に対応し、しかも相似中心である原点($\bar{R} = 0$)近傍では弾性的応答のみで、下負荷面と正規降伏面が一致する場合($\bar{R} = 1$)では \bar{R} が塑性履歴パラメータとならない条件を満足している。なお、 $\|A\| = (A \cdot A)^{\frac{1}{2}}$ (A :任意のテンソル)、 ν_2 はここでは下負荷係数と呼ぶ。すると、乗数 λ は $\overset{\circ}{T}'$ と D により次のように表現される。

$$\lambda = \frac{\frac{\partial f}{\partial T'} \cdot \overset{\circ}{T}'}{-J \text{tr} \frac{\partial f}{\partial T'} + MD \frac{U \| \frac{\partial f}{\partial T'} \|}{R}}, \quad \Lambda (= \lambda) = \frac{\frac{\partial f}{\partial T'} \cdot ED}{-J \text{tr} \frac{\partial f}{\partial T'} + \frac{\partial f}{\partial T'} \cdot E \frac{\partial f}{\partial T'} + MD \frac{U \| \frac{\partial f}{\partial T'} \|}{R}} \quad (5)$$

したがって式(3)等を用い、下負荷面カムクレイモデルの構成式は $\overset{\circ}{T}' = ED - \Lambda E \frac{\partial f}{\partial T'}$ で計算される。

負荷基準 $\Lambda > 0 \dots$ 負荷(硬化ないし軟化)状態、 $\Lambda < 0 \dots$ 除荷(弾性)状態。

ところが、式(5)₂の Λ の分母の最初の2項は恒等的に正⁴⁾で最後の項が非負なので、負荷基準の物理的意味は Λ の分子 $\frac{\partial f}{\partial T'} \cdot ED > 0$ から与えられる。これは、 $\dot{\bar{R}} = \Lambda U \| \frac{\partial f}{\partial T'} \|$ より、 $\dot{\bar{R}}$ の符号とも一致する。この負荷状態を詳しく調べるために式(5)₁に戻り、 λ と塑性的な体積変化 $-\text{tr} D^p$ を次式で書き直す。

$$\lambda = \frac{\frac{\partial f}{\partial T'} \cdot \overset{\circ}{T}'}{-J \frac{D}{p'^2} (q - M p') + MD \frac{U \| \frac{\partial f}{\partial T'} \|}{R}} \quad (\lambda > 0), \quad -\text{tr} D^p = -\lambda \text{tr} \frac{\partial f}{\partial T'} = -\lambda \frac{D}{p'^2} (q - M p') \quad (6)$$

負荷状態にある時、 λ の分母と分子の値が同一の符号をとる。粘土が正規降伏面にある場合($\bar{R} = 1, U = 0$)、ConventionalなCam-Clayモデルと同一の挙動を示すが、最初にこの状態について考察する。 $p' \sim q$ 応力空間における限界状態線 $q = M p'$ を境にして負荷状態にはつぎのような3つの状態が可能である。

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial T'} \cdot \overset{\circ}{T}' > 0 \dots q < M p' \text{ のとき硬化かつ塑性圧縮} \\ \frac{\partial f}{\partial T'} \cdot \overset{\circ}{T}' = 0 \dots q = M p' \text{ のとき完全塑性かつ塑性体積変化なし} \\ \frac{\partial f}{\partial T'} \cdot \overset{\circ}{T}' < 0 \dots q > M p' \text{ のとき軟化かつ塑性膨潤} \end{aligned} \quad (7)$$

しかし、 \bar{R} が0から1の間にある過圧密粘土では、 λ の分母の U を含む項が正であるため $q = M p'$ より上側で塑性膨潤を起こしても、 λ の分母はゼロとならない。すなわち、下負荷面モデルは限界状態線 $q = M p'$ の上側でも塑性膨張を伴う硬化が可能で、その後ももちろん完全塑性、軟化が可能となるモデルと言えよう。ただし、正規降伏面の大きさを規定する塑性体積変化 $-\text{tr} D^p$ は $q = M p'$ の上下で変化するので、正規降伏面はこの符号に応じて小さくなったり($q > M p'$)大きくなったり($q < M p'$)する。なお、下負荷係数 ν_2 が大きい値をとると式(6)において、 Λ の分母の値が大きくなるので弾性変形が相対的に卓越するようになる(ConventionalなCam-Clayモデルによる過圧密粘土の応答に近づく)。

3. 境界非排水試験の水～土骨格連成有限変形計算⁴⁾

過圧密川崎粘土3軸試験⁵⁾を参考に、図2と表1にはそれぞれ計算に用いた供試体(軸・上下対称性を仮定した1/4断面)の境界条件と材料定数等を示す。軸ひずみ速度は、2.65, 7.0×10^{-2} および 7.0×10^{-3} (%/min)

の3種類を選んで軸ひずみ30%まで与えた。(1) 軸ひずみ速度が 2.65 と 7.0×10^{-3} の場合の供試体内部の土要素の挙動をそれぞれ図3と図4に示す。どちらの要素A, 要素Bもそれぞれ硬化, 軟化を示しているが、载荷の遅い場合(図4)は供試体内で間隙水が大きく移動し、供試体の形状やひずみの発生の方が大きく異なっている。特に、遅い場合(図4(a))では $q > Mp'$ で吸水硬化後 $q > Mp'$ で排水硬化し、Conventionalなモデルでは十分に表現し得ない挙動を示している。

表1 材料定数

圧縮指数 λ	0.131
膨潤指数 κ	0.016
ポアソン比 ν	0.3
限界状態定数 M	1.53
先行圧密圧力 p'_0 (kPa)	1764
過圧密比	18
初期比体積 $1+e_0$	1.59
透水係数 k (cm/sec)	3.7×10^{-8}
下負荷係数 ν_2	10

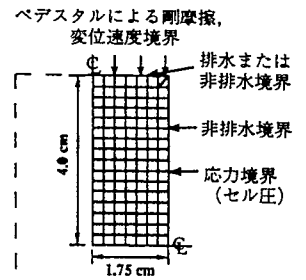
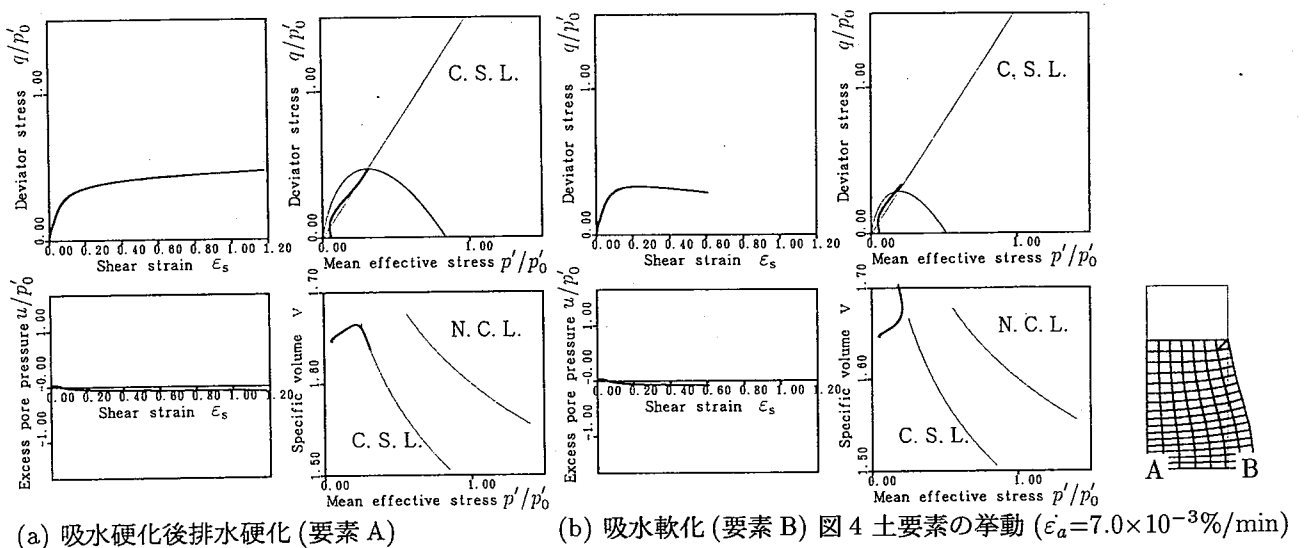
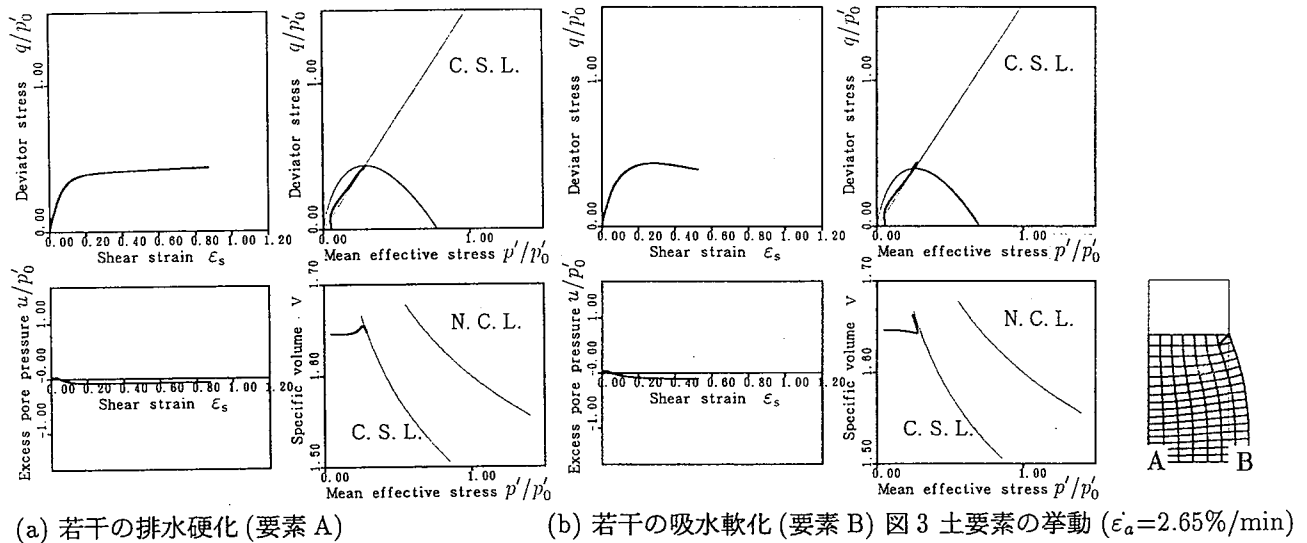


図2 境界条件



(2) 供試体全体の挙動を要素試験とみなす土質力学の伝統的な立場から供試体挙動を1要素と見たてて計算結果を整理しなおしたもの(見かけの挙動)を図5に示す。(a)の関係においてせん断初期に「下に凸から上に凸になる様子」、(b)の関係において「限界状態線に沿って上昇する様子」あるいは(c)の関係において「過剰水圧が正から負に転じる様子(値も実験とほぼ等しい)」など、実験^{5),6)}と類似している。またせん断が進むと負の過剰水圧が一定値となり、軸差応力も一定の増加傾向を示す(geometry changeの効果)。この辺りで実験ではせん断帯が発生してしまう。また、载荷速度の影響を見てみると、同図(a)において最も载荷の速い場合が最も強い。この様子は、正規圧密粘土をConventionalなCam-Clayモデルで軸・上下対称性を仮定して計算した場合³⁾と比べるとより顕著であった。速いほど「より正側の過

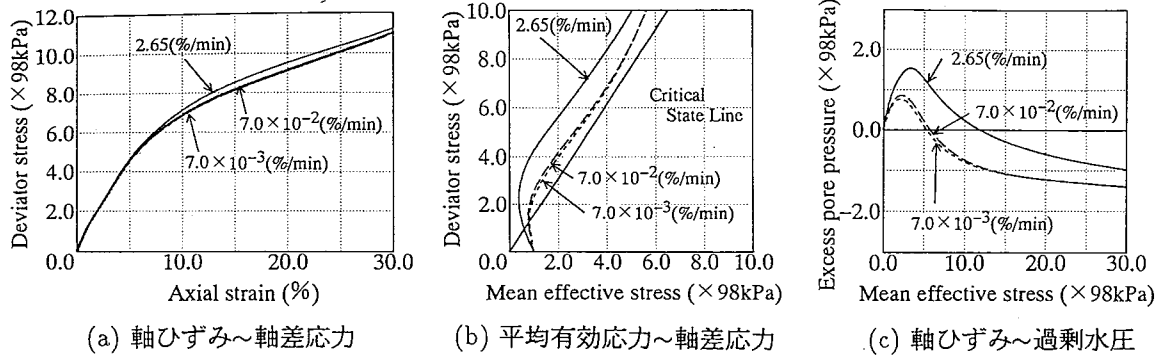
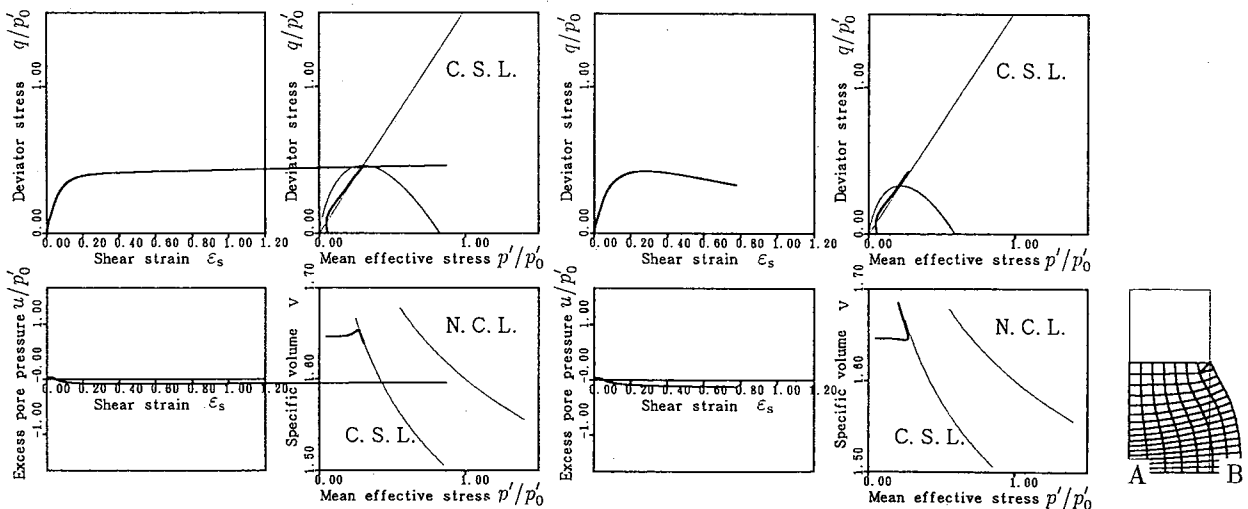


図5 境界非排水試験の計算結果

剰水圧が発生」(図(c)) して、「左側に応力パスが現れる」(図(b)) など、この様子も実験⁵⁾と類似している。なお、過剰水圧は供試体上端部の要素の過剰水圧を平均して求めているが、最速の場合でも軸ひずみ15%時では上端部過剰水圧はほぼ一様であった。

4. 部分吸排水試験 (供試体上下端過剰水圧ゼロ) の水~土骨格連成有限変形計算

非排水試験と同じく実験⁵⁾を参考にして軸ひずみ速度を選び、軸ひずみ40%まで与えた。(1) 軸ひずみ速度が2.65と 3.5×10^{-3} の場合の内部の土要素の挙動をそれぞれ図6と図7に示す。載荷速度の違いに応じて挙動が大きく異なる。遅い場合図7で示す要素A,Bでは、下負荷面が正規降伏面と一緒に $q > Mp'$ で吸水軟化するが、せん断が進むと要素Aでは限界状態線上で完全塑性状態になっている。(2) 図8には見かけの挙動を示す。載荷が十分遅い2つの試験では軸差応力にピークが見られるが、ConventionalなCam-Clayモデルの場合と異なり軸差応力のピークよりもかなり手前で体積ひずみがピークを示し、ともに過剰水圧がほとんど発生していないため、図(b)の応力パスはほぼ1:3のまま推移する。しかし、より遅い載荷の場合は、よりせん断初期において図(a)の軸差応力に、(b)の体積変化にそれぞれ明確なピークが見られる。これらの吸排水試験の様子も実際の実験結果⁵⁾をよくシミュレートしている。また、軸ひずみが大きくなると載荷が遅い場合でも軸差応力が再度増加に転じる。これは計算に用いた供試体には上下・軸対称条件が強制的に課されていて断面が大きくなるだけの変形である(geometry changeの効果)。本当は、「強度」について議論する時には供試体がどんな形で壊れるかということも含めて議論しないといけない(本論文、6章を参照のこと)。



(a) 若干の排水硬化(要素A) (b) 吸水軟化(要素B) 図6 土要素の挙動 ($\epsilon_a=2.65\%/min$)

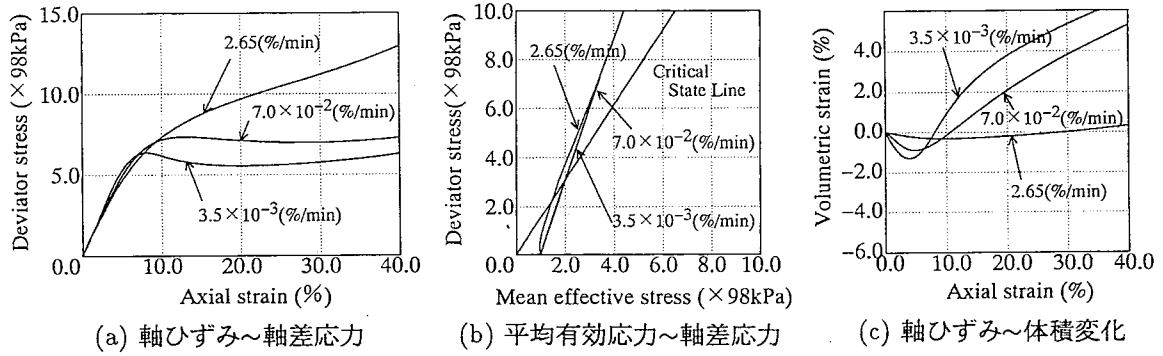
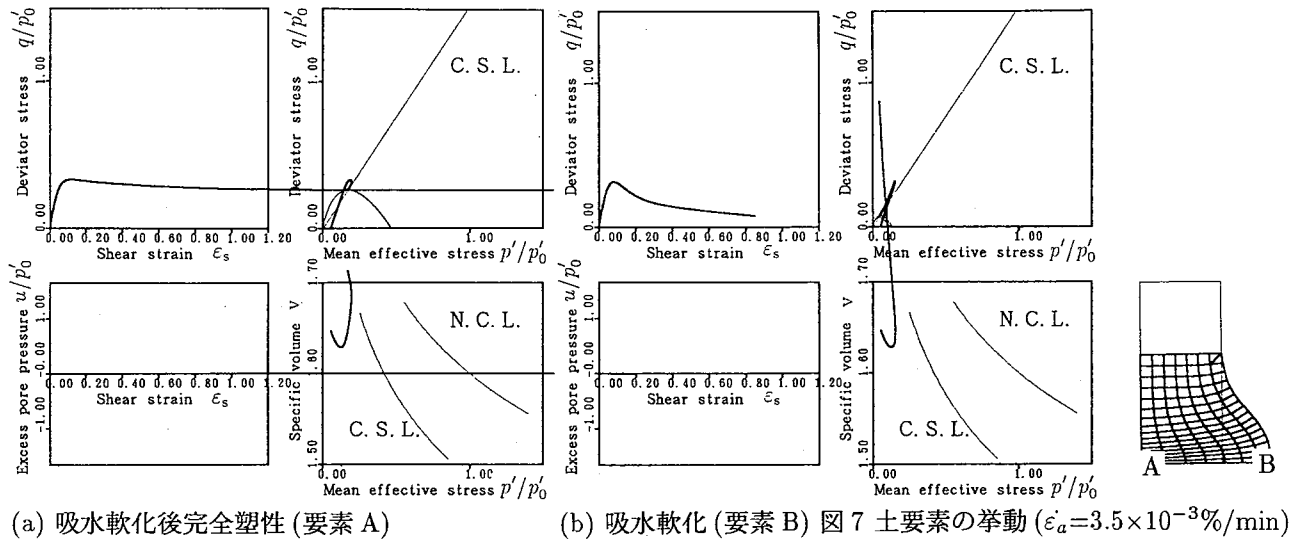


図8 吸排水試験の計算結果

5. 微小変形計算との比較

図9と図10に示す。 $q > Mp'$ で体積変化が表現できなくなっていることがわかる。

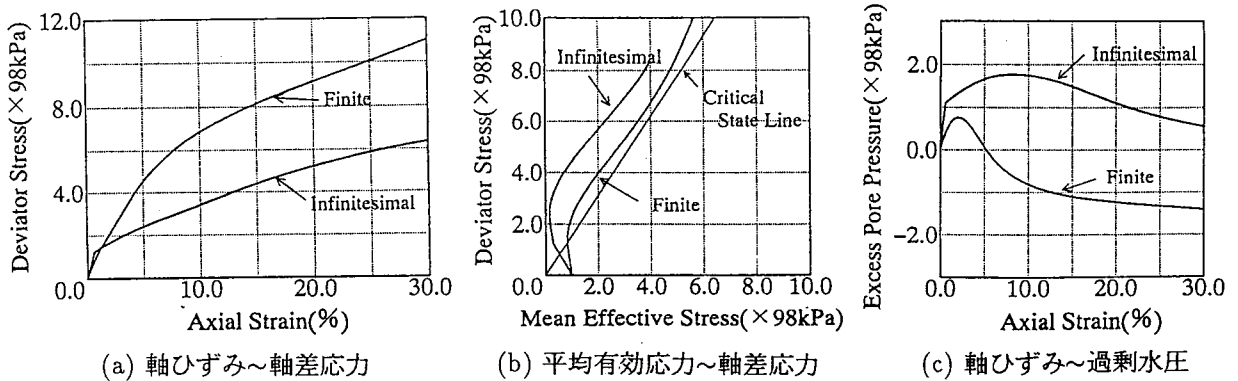
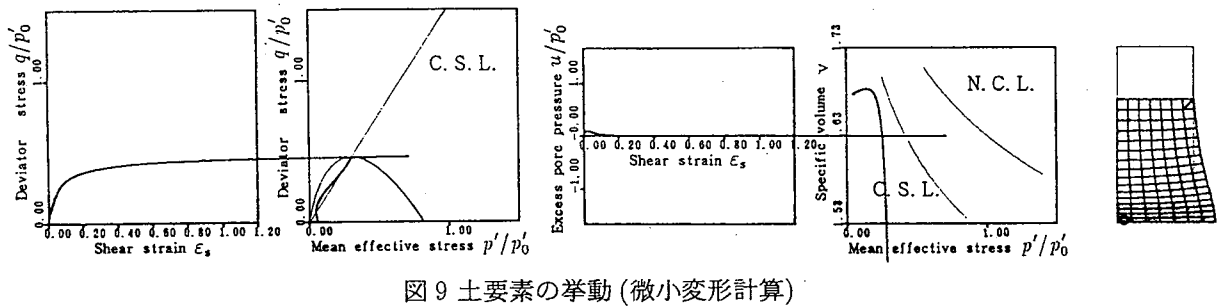


図10 微小変形計算結果との比較

6. 平面ひずみ境界非排水条件下にある供試体の分岐・分岐後の水～土骨格連成挙動

摩擦なし平面ひずみ境界非排水条件下の超過圧密粘土の载荷速度に応じた分岐・分岐後の局所化の様子等を正規粘土の場合と比較しながら調べる。なお本論文では、(1) 対称分岐モードでの局所化の様子や、(2) 排水境界条件下で行う試験のシミュレーションは議論からはずした。また、(3) ピーク荷重の大きさを操作的に変化させる非共軸モデルは使用していないことにも注意する。

表2に示す材料定数を有する図11の平面ひずみ矩形供試体の全断面を計算に用い、両側面に幾何的な初期不整(コサインカーブ)を設けて軸変位を与えた。この1軸圧縮試験の軸ひずみ速度は正規川崎粘土3軸非排水試験で「強度」の大きさに違いが見られた载荷速度⁴⁾で、 4.9 と $9.12 \times 10^{-3} \%$ /min(それぞれ単に速い、遅いと呼ぶ)を選んだ。

表2 材料定数

圧縮指数 λ	0.109
膨潤指数 $\bar{\kappa}$	0.025
ポアソン比 ν	0.3
限界状態定数 M	1.55
先行圧密圧力 p'_0 (kPa)	1764
過圧密比	18
初期比体積 $1+e_0$	1.64
透水係数 k (cm/sec)	3.7×10^{-8}
下負荷係数 ν_2	10

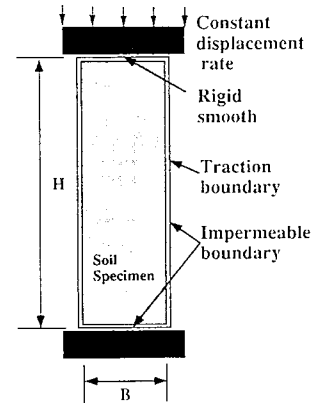


図11 境界条件

はじめに図12~図15に、横12cm×縦36cmのConventionalなCam-Clayモデルを用いて行った正規粘土(圧密圧力 3 kgf/cm^2)の計算結果⁷⁾を示す。遅い場合(図13)は、高次のコサインカーブ(振幅 $1/200 \text{ cm}$)の初期不整供試体も“mode-switching”を起こし、1次の分岐モードで変形した。

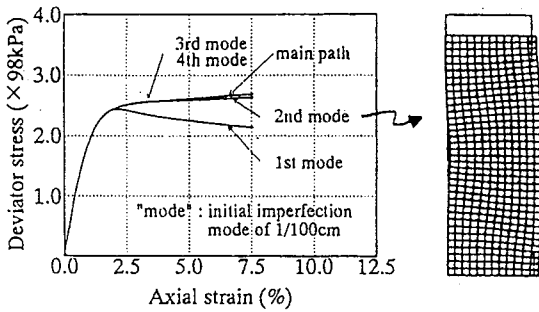


図12 初期不整正規圧密供試体の挙動(速い)

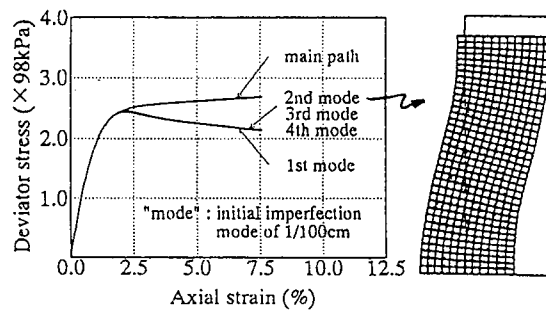


図13 初期不整正規圧密供試体の挙動(遅い)

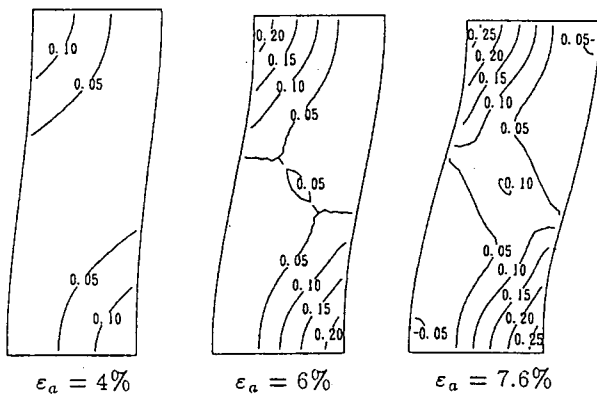


図14 せん断ひずみ分布の推移(正規・遅い)

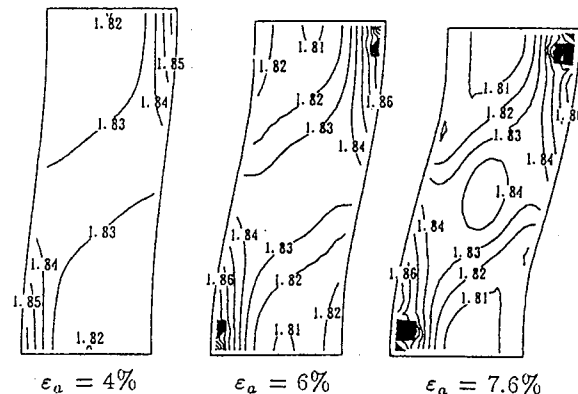


図15 比体積分布の推移(正規・遅い)

次に図16～図19に過圧密粘土の計算結果を示す。横12cm×縦36cmの供試体では速い場合でも“mode-switching”を起こし、1次の分岐モードで変形した。一方、供試体を横4cm×縦36cm(図17)に細くすると、2次の初期不整の場合、遅い場合でも“mode-switching”しなかった。また、速い場合は正規、過圧密粘土ともに分岐後供試体内の過剰水圧分布の勾配は形状変化に伴って著しく増大する(正規粘土の図は省略)。遅い場合も値そのものは速い場合よりも小さいが、分岐直後、過剰水圧の勾配が発生し、次第に供試体内の比体積分布に勾配が現れ、せん断ひずみの分布とあわせてみると正規粘土(図14、15)も過圧密粘土(図20、21)も、供試体をせん断ひずみが「袈裟掛け」状に局所化した中央部に間隙水が集まってくる結果となった。このせん断帯まわりの比体積の上昇は、川崎粘土を用いた実験結果と類似の傾向にあった⁵⁾。また、正規粘土と過圧密粘土の供試体中央部にある土要素の様子をそれぞれ図22と図23に示す。正規粘土(図22)が $p' \sim q$ 応力空間の限界状態線よりも下側で、過圧密粘土(図23)が上側で体積変化ほぼなしで硬化し、分岐後ともに上側で吸水軟化を示す様子が見て取れる。

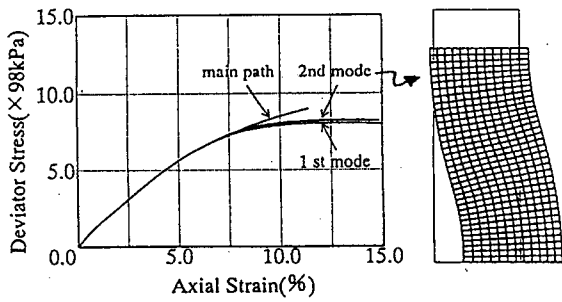


図16 過圧密供試体の“mode-switching”(遅い)

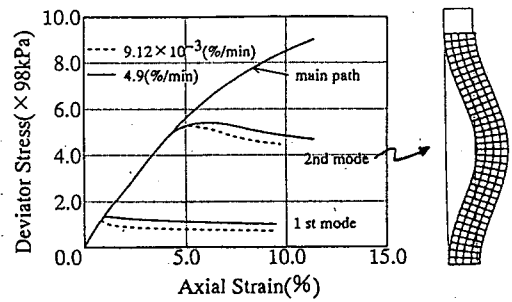


図17 細い過圧密供試体の場合

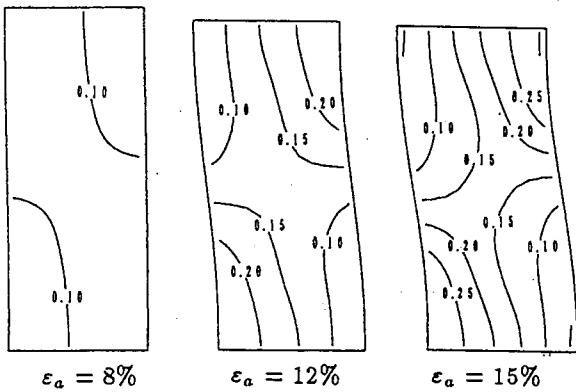


図18 せん断ひずみ分布の推移(過圧密・速い)

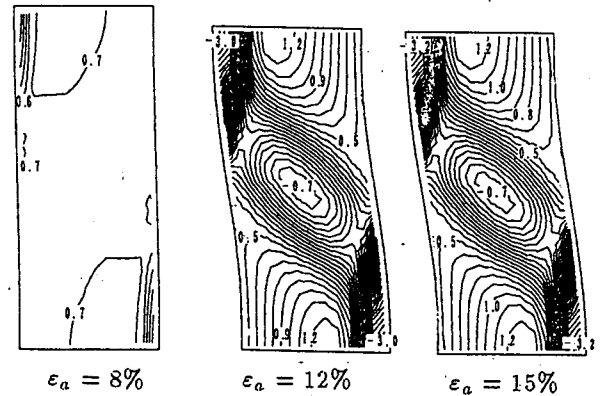


図19 過剰水圧分布の推移(x98kPa, 過圧密・速い)

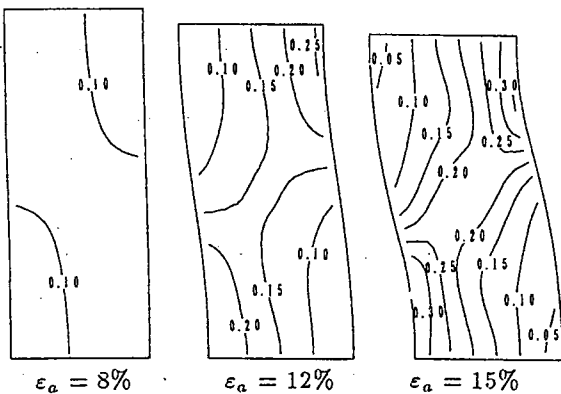


図20 せん断ひずみ分布の推移(過圧密・遅い)

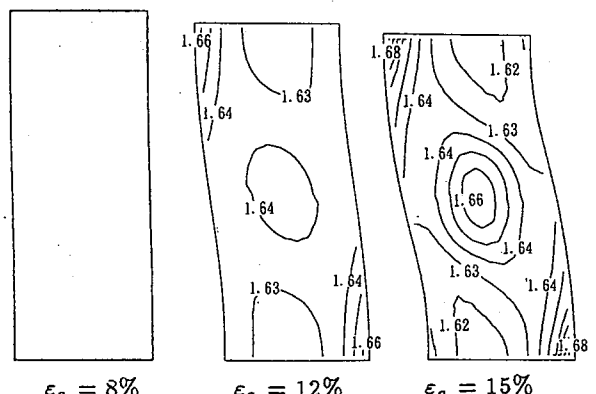


図21 比体積分布の推移(過圧密・遅い)

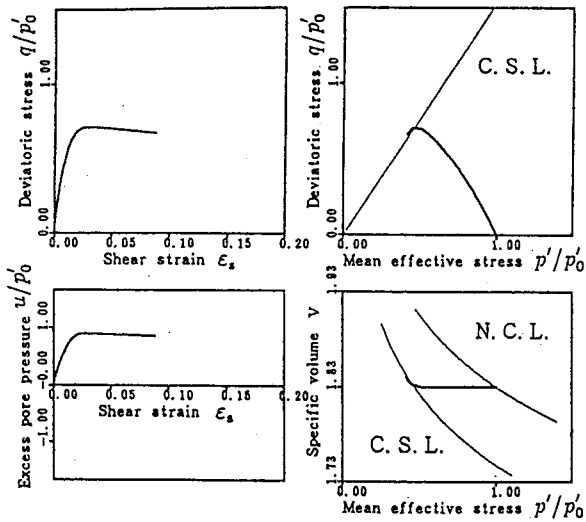


図 22 中央部の土要素の挙動 (正規・遅い)

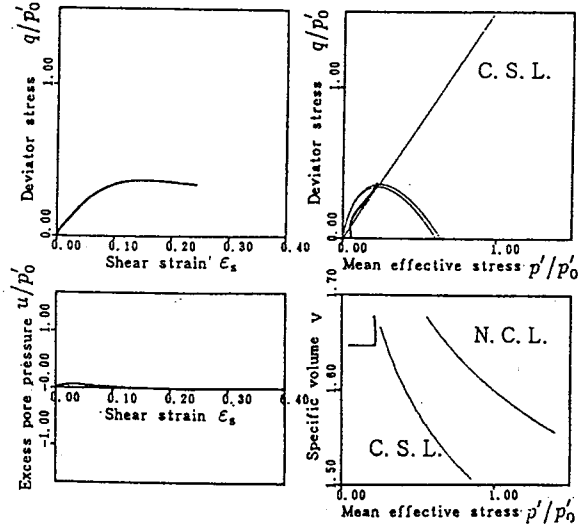


図 23 中央部の土要素の挙動 (過圧密・遅い)

7. おわりに

(1) 3軸試験: 図 24 の上下にそれぞれ 3 軸かつ完全非排水またはほぼ完全吸排水条件下で構成式がはじき出す、いわゆる「エレメント挙動」の 1 例を示す。これは 3,4 章で示した端面摩擦条件下で供試体内部で間隙水のマイグレーションが起きて土要素が様々な様子を示す場合の供試体全体の見かけの挙動とよく似る。また、正規圧密粘土の場合も同じである。すなわち、3 軸実験の観察から構成モデルを frame up してもあまり間違いでなかった 1 つの根拠となっている。

(2) 平面ひずみ試験: 摩擦なしのこの試験を見る限り、供試体が基本経路から離脱した (分岐) 後、その時に大きく発生する過剰水圧を消散させるように間隙水が流れ、間隙水が集まるところにせん断ひずみが局所化した。

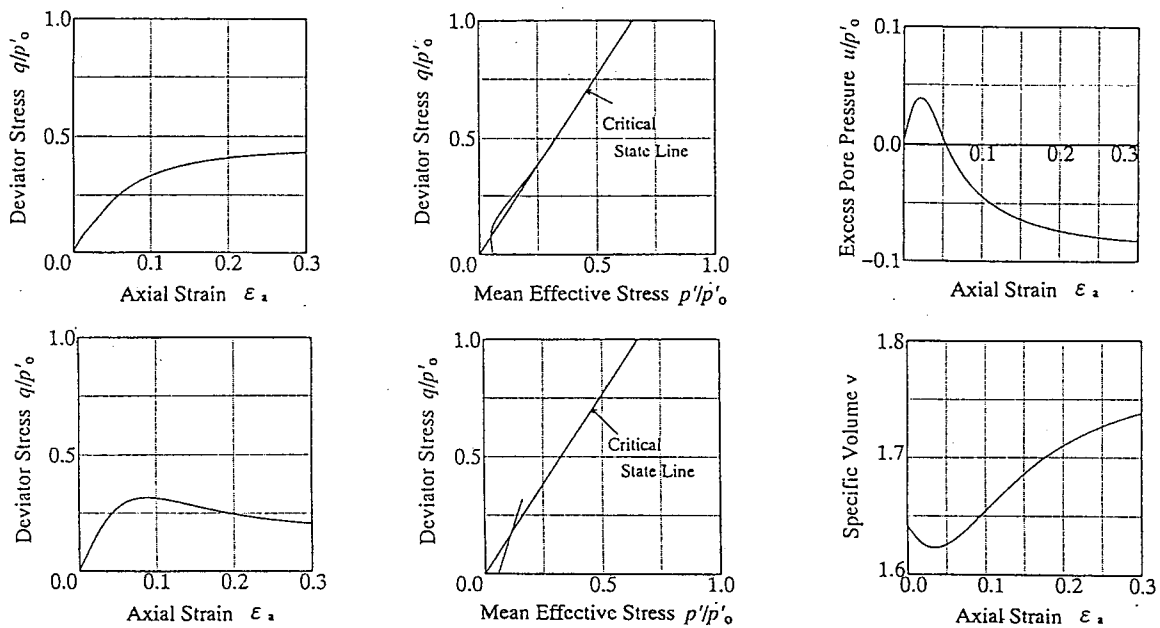


図 24 完全非排水 (上側)・吸排水 (下側) 下での構成式としての応答

参考文献

- 1) Drucker, D.C.(1988): Conventional and unconventional ..., Appl. Mech. Rev., Vol.41, No.4, pp.151-167.
- 2) Roscoe et al.(1963): Yielding of clays in state wetter than critical, Geotechnique, Vol.13, pp211-240.
- 3) Hashiguchi(1989): Subloading surface model ..., Int. J. Solids Structures, Vol.25, No.8, pp.917-945.
- 4) Asaoka et al.(1994): Soil-water coupled behaviour of saturated clay ..., S & F, Vol.34, No.1, pp.91-105.
- 5) 浅岡・中野・野田・井上 (1995): 超過圧密粘土 3 軸供試体の ..., 第 7 回地盤工学シンポジウム (本誌).
- 6) Bishop & Henkel(1962): The measurement of soil properties in the triaxial test, Edward Arnold, London.
- 7) Asaoka & Noda(1995): Imperfection-sensitive bifurcation ..., S & F, Vol.35, No.1, pp.83-100.