

## 地盤・構造物システムの全体安全率の評価とその掘削安定問題への応用

中部復建株式会社 正会員 長縄 秀昭  
名古屋大学大学院 学生会員 山田 英司  
名古屋大学工学部 正会員 大塚 悟  
名古屋大学工学部 正会員 松尾 稔

### 1 はじめに

地盤構造物は通常何らかの構造物と共に社会基盤施設を構成する。このような地盤・構造物システムの全体安定性の評価においては従来、問題を単純化するために、地盤と構造物間の相互作用にある種の仮定を設けて地盤のみを対象としてその挙動の予測や評価を行ってきた。しかし、基礎の支持力問題に代表されるように地盤と構造物(基礎)の間では載荷重に応じた変形によって相互作用力が再配分されたために、地盤と構造物間の相互作用力の適切な考慮が全体の变形や安定性の評価には欠かすことができない。

本論文では地盤と構造物間の相互作用力の変化を考慮して地盤・構造物システム全体の安定性を下界定理(Melanの定理)に基づいて評価する方法を提示する。この安定解析手法の応用として有限な基礎の剛性を考慮した直接基礎の支持力問題と、矢板打設地盤の掘削安定問題を取り上げる。直接基礎の支持力問題では直接基礎を梁要素として考え、基礎の降伏条件及び曲げ剛性が支持力にどのような影響を与えるかを検討・考察すると共に、矢板打設地盤の掘削安定問題では掘削荷重に対する安全率を用いて地盤の掘削安定性を評価する。矢板打設地盤の掘削安定性に影響を及ぼす諸要因についてパラメトリック・スタディを行い、実際の鋼矢板の断面性能を用いて矢板打設の効果について検討する。

### 2 地盤・構造物システムの安定解析手法

本研究では地盤と構造物の相互作用を考慮した地盤・構造物システムの安定性評価にシェイクダウン解析を適用する。この方法は基本的に極限解析と同様の枠組みを持ち、支持力問題のように単調に荷重を増加する問題においては極限解析に一致する。以下にシェイクダウン解析の基本定理について述べ、線形計画法による安定解析手法の定式化を示す。

#### 2.1 シェイクダウン解析の基本定理

シェイクダウン解析の基本定理に Melan の定理(下界定理)がある。Melan の定理は、ある荷重に対して物体の至る所で降伏関数  $f(\sigma)$  を満足する任意の時間に無関係な残留応力分布  $\sigma_{ij}^R$  が見出される場合に、

$$\sigma_{ij}^E(t) + \bar{\sigma}_{ij}^R = \sigma_{ij}^s(t), \quad f(\sigma_{ij}^s(t)) < 0 \quad (1)$$

物体はこの荷重に対して弾性応答に落ち着くことを保証する。この状態はシェイクダウンといわれ、物体は安定である。ここに、 $\sigma_{ij}^s(t)$ : 荷重とつり合う可容な応力、 $\sigma_{ij}^E(t)$ : 荷重に対する弾性応力、 $\bar{\sigma}_{ij}^R$ : 塑性ひずみに対応して発生し、外荷重=0 とつり合う残留応力である。単調増加荷重を対象とする場合に Melan の定理は極限解析における下界定理に相当する。

#### 2.2 線形計画法による定式化

地盤・構造物システムにおいて地盤内応力を  $\sigma$ 、構造物の断面力(梁の場合はモーメント)を  $S$  のようにべ

クトル表示する。シェイクダウン解析では構成式には弾完全塑性仮定を用い、次式のような線形な降伏関数  $f$  を用いる。

$$f = N^T \begin{Bmatrix} \sigma \\ S \end{Bmatrix} - K = N^T \begin{Bmatrix} \sigma^E \\ S^E \end{Bmatrix} + N^T \begin{Bmatrix} \bar{\sigma}^R \\ \bar{S}^R \end{Bmatrix} - K \leq 0 \quad (2)$$

ここに、 $N$ ：線形降伏関数の外向き法線ベクトルの集合マトリックス、 $K$ ：せん断力の大きさを表すベクトルである。先に示した定義より、 $\sigma^E, S^E$ ：荷重とつり合う弾性応力・断面力ベクトル、 $\bar{\sigma}^R, \bar{S}^R$ ：残留応力・断面力ベクトルは荷重  $F$  に対して次のつり合い式を満足する。

$$B^T \begin{Bmatrix} \sigma^E \\ S^E \end{Bmatrix} = F, \quad B^T \begin{Bmatrix} \bar{\sigma}^R \\ \bar{S}^R \end{Bmatrix} = 0 \quad (3)$$

上式で残留応力並びに残留断面力  $\bar{\sigma}^R, \bar{S}^R$  は外力 = 0 とつり合うことに注意する。線形降伏関数を用いると、シェイクダウン解析は簡単な線形計画問題に定式化されて、線形計画法によって容易に境界値問題を解くことができる。

地盤・構造物システムでは地盤と構造物の間に載荷重に応じた変形により相互作用力が次々と再配分される。剛性の異なる材料が混在する場合には接触面において応力の集中が生じやすく、容易に降伏状態に達する場合が多い。本解析では外荷重につり合う弾性応力の他に塑性変形に対応する残留応力を考慮していて、地盤・構造物システム内に降伏関数を破る弾性応力・断面力  $\sigma^E, S^E$  が発生する場合に、残留応力・断面力  $\bar{\sigma}^R, \bar{S}^R$  が発生し、降伏関数を満たすように応力が再配分される構造を有している。Melan の定理 (下界定理) に基づく地盤・構造物システムの安定性評価は式 (4) を満たす荷重係数  $\alpha$  の最大値をを求める線形計画問題に帰着する。

$$s = \max \left\{ \alpha \mid \alpha N^T \begin{Bmatrix} \sigma^E \\ S^E \end{Bmatrix} + N^T \begin{Bmatrix} \bar{\sigma}^R \\ \bar{S}^R \end{Bmatrix} \leq K, B^T \begin{Bmatrix} \sigma^E \\ S^E \end{Bmatrix} = F, B^T \begin{Bmatrix} \bar{\sigma}^R \\ \bar{S}^R \end{Bmatrix} = 0 \right\} \quad (4)$$

### 3 曲げ剛性を考慮した直接基礎の支持力解析

地盤・構造物システムの全体安全率の評価の一例として、直接基礎の支持力解析を取り上げる。直接基礎を梁要素と考え、梁要素に生じる断面力として曲げモーメント  $M$  を用いる。基礎の曲げ剛性  $EI$  と全塑性モーメント  $M_p$  が支持力に与える影響を調べるためにパラメトリック・スタディを行った。図.1 に解析に用いた有限要素メッシュと荷重条件、表.1 に地盤定数及び梁要素を考慮していない場合 (たわみ性基礎) の支持力  $q_{u0}$  を示す。ここでは地盤を Mises 材 (粘土地盤) または Drucker-Prager 材 (砂地盤) にモデル化して平面ひずみ条件で解析を行った。

#### 3.1 直接基礎の降伏条件が支持力に及ぼす影響

本解析手法では梁要素も弾完全塑性体と考えている。梁要素の全断面が降伏する時の曲げモーメントである全塑性モーメント  $M_p$  を用いると、梁要素の降伏関数は  $-M_p \leq M \leq M_p$  と表すことができる。この全塑性モーメント  $M_p$  (梁要素の降伏条件) が地盤・

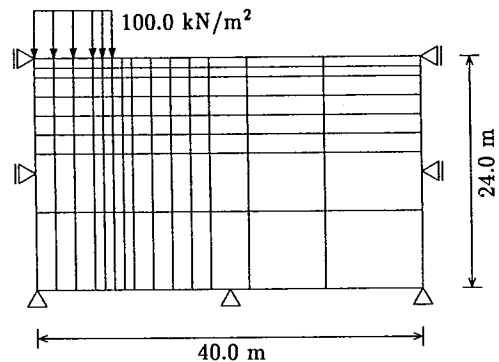


図.1 有限要素メッシュと荷重条件

表.1 地盤定数とたわみ性基礎の支持力

$E = 1000.0 \text{ kN/m}^2, \nu = 0.3, \gamma = 16.96 \text{ kN/m}^3$	
Mises 材 (粘土地盤)	$(c_u)_{ps} = 19.6 \text{ kN/m}^2$ $q_{u0} = 103.7 \text{ kN/m}^2$
Drucker-Prager 材 (砂地盤)	$c = 19.6 \text{ kN/m}^2, \phi = 40.0^\circ$ $q_{u0} = 4086.7 \text{ kN/m}^2$

構造物システムの全体安定性に及ぼす影響について調べる。

図.2 に基礎の支持力と全塑性モーメント  $M_p$  の関係を示す。基礎の曲げ剛性  $EI$  が十分小さいとき (柔らかい基礎) の支持力は、梁要素を考慮していない場合の支持力  $q_{u0}$  と一致するが、 $EI$  が大きくなると  $M_p$  によって支持力が決まる。これは地盤が塑性崩壊する前に基礎の部分で崩壊が生じることを示している。この時点で全体系の破壊と判断されるために支持力は小さくなる。 $M_p$  が大きくなると支持力は上昇するが、 $M_p$  がある値より大きくなると支持力は一定値になる。これは基礎でなく地盤が崩壊するために全体システムが崩壊と判断される支持力を指す。この時の支持力は  $EI$  が十分小さいたわみ性基礎の支持力よりも小さい。これは基礎端部に地盤・構造物間の相互作用力が集中することと基礎端部の地盤が塑性崩壊しやすい条件を保有することによる。

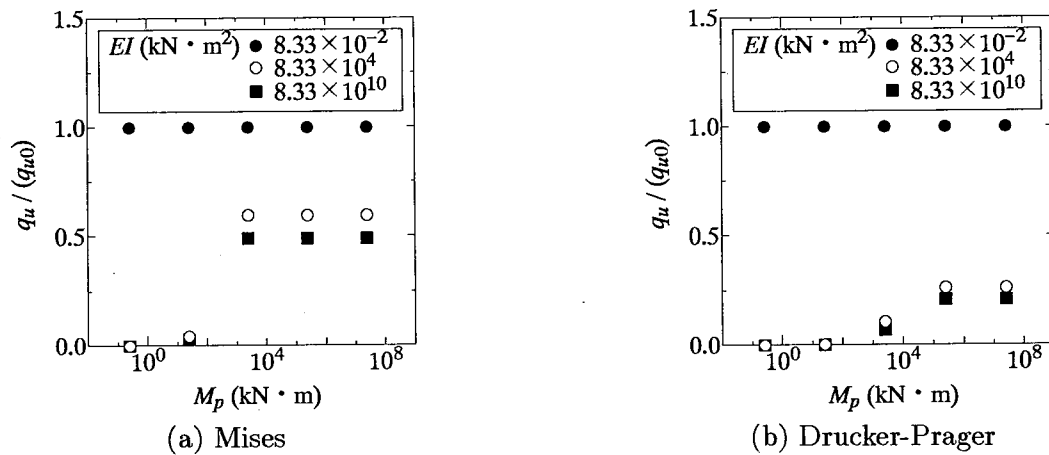


図.2 支持力～全塑性モーメント関係

### 3.2 直接基礎の曲げ剛性が支持力に及ぼす影響

次に梁要素が先に降伏して全体系の塑性崩壊として判断されることのない場合 ( $M_p = 2.5 \times 10^5 \text{ kN}\cdot\text{m}$ ) に、梁要素の曲げ剛性が地盤・構造物システムの全体安全性に及ぼす影響について調べた。図.3 に基礎の支持力と曲げ剛性  $EI$  の関係を示す。また図.4 に図.3 の縦軸を  $q_u / (c_u)_{ps}$  として粘土地盤及び砂地盤の支持力の比較を示す。図.3 では粘土地盤、砂地盤とも同じように  $EI$  が大きくなるにつれて支持力が低下していき、ある値に漸近していく傾向を示している。図.4 で支持力値として比較すると砂地盤の方が極端に支持力が低下しているが、それでも粘土地盤の支持力と比較するとずいぶん大きい。従来砂地盤上に硬い (剛性が大きい) 基礎を載せると支持力は上がると言われているが、本解析手法では粘土地盤と同様に砂地盤でも支持力は低下する結果となった。

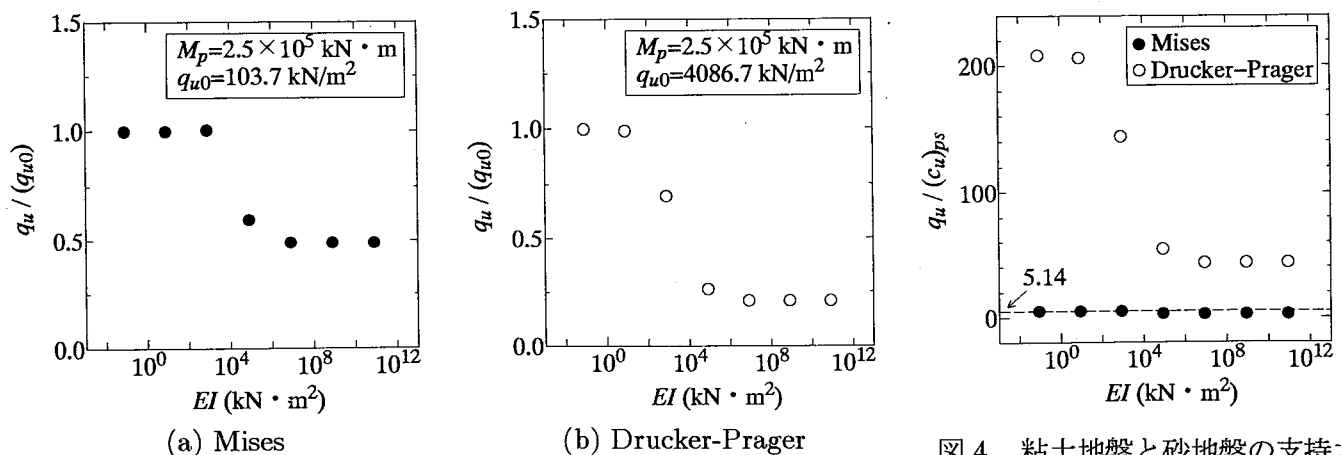


図.3 支持力～曲げ剛性関係

図.4 粘土地盤と砂地盤の支持力の比較

#### 4 矢板打設地盤の掘削安定問題への応用

ここでは地盤・構造物システムの全体安定性評価の応用として矢板打設地盤の掘削安定性を評価する。本論文では地盤の掘削安定性を掘削荷重に対する安全率で評価する。掘削荷重は以下の手順に従って求める。まずある境界値問題に対して初期応力状態を求める。その初期応力状態から掘削部分の荷重を等価節点力として求める。この等価節点力に対して直接基礎の支持力解析の場合と同様に荷重系数(安全率)を算出することによって、矢板打設地盤の掘削安定性を評価する。

##### 4.1 矢板打設地盤の掘削安定性に影響を及ぼす要因

矢板打設地盤の掘削安定性に影響を及ぼす要因としては、① 地盤強度、② 掘削深さ、③ 矢板の曲げ剛性、強度、④ 矢板の根入れ長、⑤ 隣接構造物の有無、などが考えられる。ここでは鋼矢板を梁要素と考え、鋼矢板(梁要素)の降伏条件(全塑性モーメント  $M_p$ )、曲げ剛性  $EI$  及び根入れ長  $H$  を変化させて矢板打設地盤の掘削安定性にどのように影響を与えるかを調べる。図.5 に解析に用いた有限要素メッシュ図(平面ひずみ条件)、表.2 に解析定数を示す。

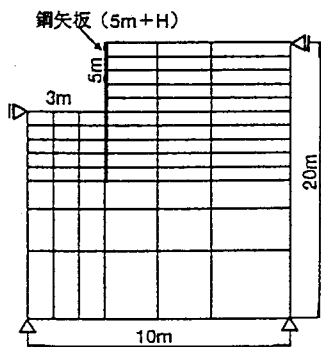


図 5 有限要素メッシュ図

表.2 地盤の解析定数

$E=1000.0 \text{ kN/m}^2$ , $\nu = 0.3$ , $\gamma=16.96 \text{ kN/m}^3$
地盤 : Mises 材 $(c_u)_{ps}=100.0 \text{ kN/m}^2$

##### 4.1.1 矢板の降伏条件の影響

ここでは鋼矢板の全塑性モーメント  $M_p$  (鋼矢板の降伏条件) が矢板打設地盤の掘削安定性にどのように影響を与えるかを調べた。図.6 に鋼矢板の曲げ剛性  $EI$  および根入れ深さ  $H$  を変化させた場合の掘削安定性と全塑性モーメントの関係を示す。矢板を打設していない場合の掘削荷重に対する安全率は 2.0 である。直接基礎の場合と同様に矢板の全塑性モーメント  $M_p$  が小さいときは地盤が塑性崩壊する前に矢板が降伏関数を破りやすくなり、この時点でシステム全体の安定性が失われると判定される。すなわち、矢板の降伏条件がシステム全体の安定性に対して支配的となり、掘削荷重に対する安全率は大幅に低下する。しかし、 $M_p$  が大きくなると安全率も上昇し、 $M_p \geq 10^4 \text{ kN}\cdot\text{m}$  になると安全率は一定値を示すようになる。矢板の曲げ剛性  $EI$  が小

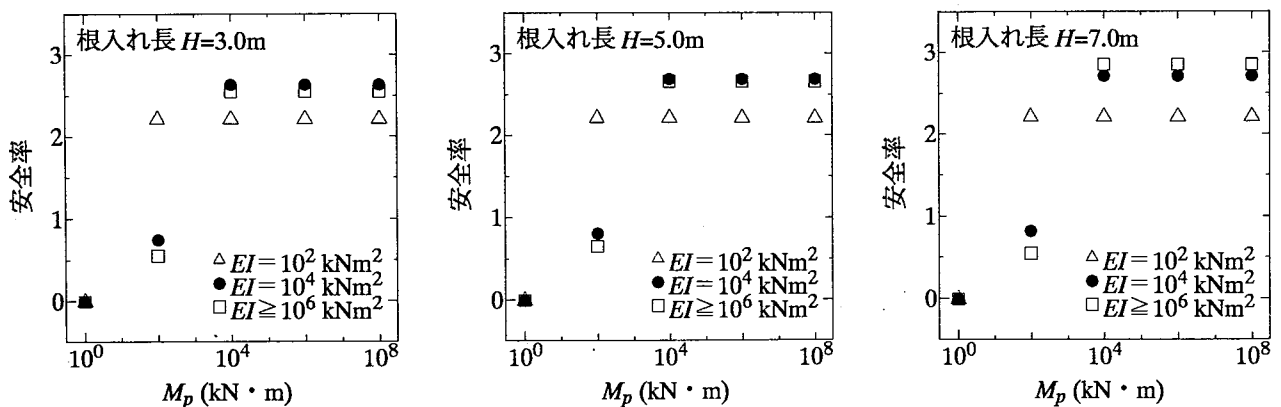


図.6 掘削安定性～全塑性モーメント関係(曲げ剛性  $EI$  の影響)

さいときは矢板を打設しない場合とほぼ同じような値が得られている。

#### 4.1.2 矢板の曲げ剛性の影響

鋼矢板の曲げ剛性が掘削安定性に及ぼす影響を調べ、図.7 に解析結果を示す。矢板の降伏条件がシステム全体の安定性に影響を及ぼす範囲 ( $M_p = 10^2 \text{ kN}\cdot\text{m}$ ) にある場合、直接基礎の支持力問題と同様に矢板の曲げ剛性  $EI$  が十分小さいときには矢板を打設していない地盤の掘削荷重に対する安全率と一致する。曲げ剛性が大きくなると先に矢板が降伏条件に達して崩壊すると判定されて、掘削荷重に対する安全率は逆に小さくなる。一方、全体安定性に影響を及ぼさない範囲 ( $M_p \geq 10^4 \text{ kN}\cdot\text{m}$ ) の場合、矢板の曲げ剛性の増加と共に掘削荷重に対する安全率は上昇し、 $EI = 10^4 \text{ kN}\cdot\text{m}^2$  でほぼ一定値になる傾向を示している。この時の安全率は矢板を打設しない場合に対して3割程度大きい。矢板打設地盤の掘削安定問題では、矢板の打設が効果的な矢板の全塑性モーメント  $M_p$  (降伏条件) 及び曲げ剛性  $EI$  の組合せの範囲が存在する。

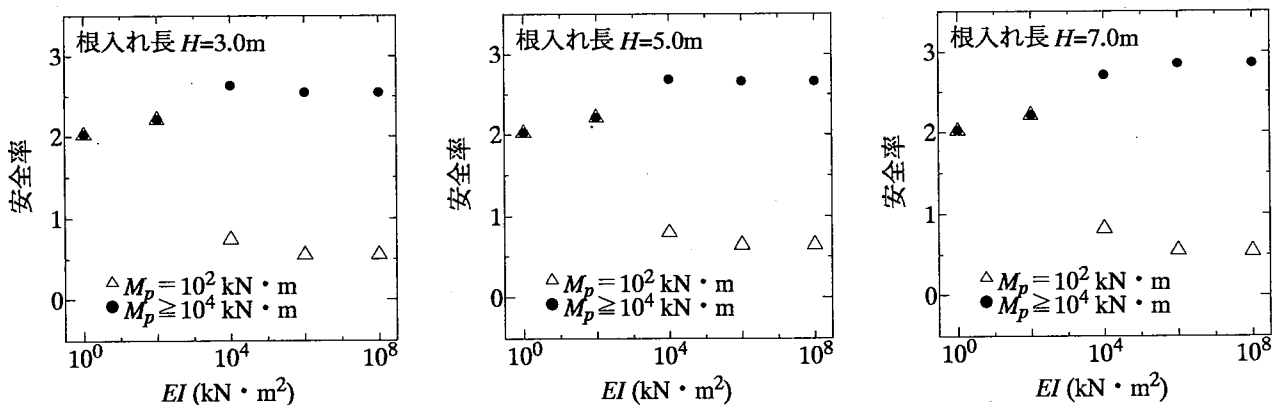


図.7 掘削安定性～曲げ剛性関係(全塑性モーメント  $M_p$  の影響)

#### 4.1.3 矢板の根入れ長の影響

矢板の降伏条件をシステム全体の安定性に影響を及ぼさない範囲 ( $M_p \geq 10^4 \text{ kN}\cdot\text{m}$ ) の値とした時に、矢板の曲げ剛性  $EI$  と根入れ長  $H$  が矢板打設地盤の掘削安定性にどのような影響を及ぼすかを調べた。図.8 に解析結果を示す。矢板の曲げ剛性が小さい ( $EI = 10^2 \text{ kN}\cdot\text{m}^2$ ) ときは根入れ長が掘削安定性に影響を及ぼさない。曲げ剛性が大きい ( $EI = 10^6 \text{ kN}\cdot\text{m}^2$ ) ときは根入れ長が大きくなると掘削荷重に対する安全率は1割程度上昇する。したがって、根入れ長による矢板の打設効果が発揮されるのは、矢板の降伏条件が地盤・構造物システム全体の安定性を支配しないような範囲にある(十分大きな降伏条件の)場合で、且つ矢板の曲げ剛性がある程度大きい場合である。

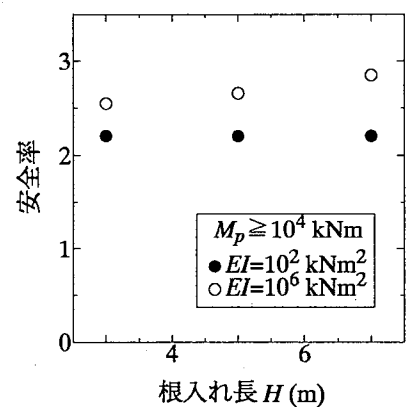


図.8 掘削安定性～根入れ長関係

#### 4.2 矢板打設の効果

図.5 に示す有限要素メッシュに対して、表.3 に示すような断面性能を持つ実際の鋼矢板(Ⅱ型、Ⅲ型、Ⅳ型、Ⅴ型)を用いて解析を行い、根入れ長 ( $H=3.0\text{m}, 5.0\text{m}, 7.0\text{m}$ ) による掘削荷重に対する安全率の変化について調べた。鋼矢板の解析定数は弾性係数  $E = 2.058 \times 10^8 \text{ kN/m}^2$ 、降伏応力  $\sigma_y = 2.95 \times 10^5 \text{ kN/m}^2$  を使用した。表.4 に解析結果を示す。表より上載荷重がない場合はⅡ型を除いて、矢板を打設していない場合よりも掘削荷重に対する安全率は上がり、根入れ長の変化でも矢板打設の効果を得られた。また図.5 の地表面上(矢板近傍

2mは無荷重)に上載荷重  $q = 100.0 \text{ kN/m}^2$  が載荷している場合についても解析を行い、表.5 に解析結果を示す。上載荷重がある場合はほとんどの形式の鋼矢板についてその打設効果が得られた。

表.3 矢板の断面性能

断面性能	Ⅱ型	Ⅲ型	Ⅳ型	V型	矢板無し
$I (\text{cm}^4/\text{m})$	8740	17400	41600	6300	
$Z (\text{cm}^3/\text{m})$	874	1340	2250	3150	

表.4 矢板打設地盤の掘削安定性(上載荷重無し)

根入れ長	掘削荷重に対する安全率				
	Ⅱ型	Ⅲ型	Ⅳ型	V型	矢板無し
$H = 3.0 \text{ m}$	1.70	2.57	2.56	2.55	2.00
$H = 5.0 \text{ m}$	1.90	2.67	2.67	2.67	
$H = 7.0 \text{ m}$	2.00	2.78	2.80	2.82	

表.5 矢板打設地盤の掘削安定性(上載荷重有り)

根入れ長	掘削荷重に対する安全率				
	Ⅱ型	Ⅲ型	Ⅳ型	V型	矢板無し
$H = 3.0 \text{ m}$	1.00	1.08	1.08	1.08	0.80
$H = 5.0 \text{ m}$	1.11	1.12	1.14	1.13	
$H = 7.0 \text{ m}$	1.04	1.17	1.18	1.19	

## 5 おわりに

本論文では下界定理(Melan の定理)に基づき地盤・構造物システムの相互作用を考慮した全体安全率の評価手法を提案した。以下に本論文で得られた結論を箇条書きにする。

- 1) 構造物の降伏条件並びに剛性が地盤・構造物システムの全体安定性に大きな影響を与えることを示した。
- 2) 直接基礎の支持力問題では剛性が大きくなると支持力の低下が見られる。
- 3) 矢板打設地盤の掘削安定問題では矢板の全塑性モーメント(降伏条件)が大きい場合に剛性が大きくなると安定性が向上する。
- 4) 矢板打設地盤の掘削安定問題において矢板の打設が効果的な鋼矢板の全塑性モーメントと曲げ剛性の組合せがあることを示した。

## 参考文献

- 1) W.T.Koiter(1960) : General theorems for elastic plastic solids, Progress of solid mechanics, Vol.2, North Holland Press.
- 2) G.Maier(1969) : Shakedown theory in perfect elastoplasticity with associated and nonassociated flow-laws:a finite element linear programming approach, Meccanica Vol.4, No.3, pp.1-11.
- 3) 大塚悟, 山田英司, 松尾稔(1995) : 三次元繰り返し荷重に対する構造物の安定性評価, 地盤破壊の三次元的評価に関するシンポジウム発表論文集,pp.247-254
- 4) 鋼矢板技術研究委員会(1991) : 鋼矢板, 設計から施工まで