

ひずみ軟化型弾塑性構成式とBiotの圧密理論を用いたトンネル掘削における数値解析

京都大学工学部 正会員 足立紀尚 京都大学大学院 学生員 劉軍
 京都大学大学院 学生員 古池章紀 中央復建コンサルタンツ 正会員 張鋒

1. まえがき

飽和した軟岩地山にトンネルを掘削するとき生ずる時間依存性挙動は以下の2つの理由に基づくものと考えられる。ひとつは地山材料の本質的な時間依存性に基づくものであり、もうひとつは地山の掘削による間隙水圧の変化に伴う間隙水の流動に基づくものである。後者において掘削直後地盤内に発生した負の間隙水圧は時間経過とともに消散するため地盤内の有効応力が減少する。したがって見かけ上地盤のせん断強度が低下することになる。本研究では、このような間隙水の流動に基づく時間依存性について解析を行う。

一方、土は一般にダイレイタンシー特性を有し、さらに密な砂、過圧密粘土、軟岩をせん断すると、それらの応力-ひずみ関係にはFig.1に示すようにひずみ硬化のみならず、ひずみ軟化現象が観察される。

そこで、本研究では、ダイレイタンシー特性及びひずみ軟化現象を表現することのできる足立・岡のひずみ軟化型弾塑性構成式に基づいた構成モデルとBiotの圧密理論を用い、トンネル掘削に伴う軟岩地盤の力学挙動の検討を行った。

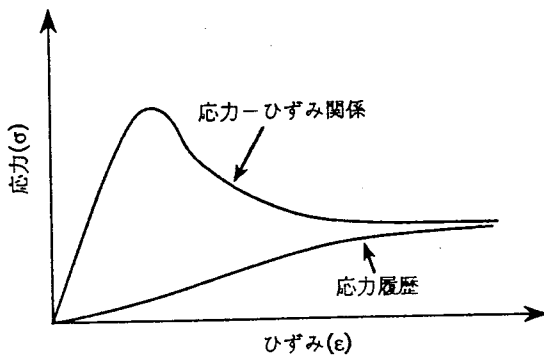


Fig.1 ひずみ軟化を呈する応力-ひずみ関係

2. ひずみ軟化型弾塑性構成式

本研究に用いた構成モデルは足立・岡のひずみ軟化型弾塑性構成式に基づき、それを平面ひずみ状態にお

いて適用できるよう改良を行ったものである。以下にこのモデルについて簡単に説明する。

まず、全ひずみ増分テンソル $d\epsilon_{ij}$ は弾性ひずみ増分テンソル $d\epsilon_{ij}^e$ と塑性ひずみ増分テンソル $d\epsilon_{ij}^p$ の和であると仮定する。

$$d\epsilon_{ij} = d\epsilon_{ij}^e + d\epsilon_{ij}^p \quad (1)$$

また、応力履歴テンソルの導入に必要な固有ひずみ測度 z の増分 dz として、以下のような偏差ひずみ e_{ij} の不変量を採用する。

$$dz = (de_{ij}de_{ij})^{1/2} \quad (2)$$

応力履歴テンソル σ_{ij}^* は次式で与えられる。

$$\sigma_{ij}^* = \frac{1}{\tau} \int_0^z \exp\left(-\frac{z-z'}{\tau}\right) \sigma_{ij}(z') dz' \quad (3)$$

本モデルにおいては足立・岡モデルと異なる塑性ポテンシャル関数 f_p を使用しており、それを次式で示す。

$$f_p = \eta_{eq} + \bar{M} \ln \left(\frac{\sigma_n + b_v}{\sigma_{mb} + b_v} \right) + b_z \sigma_z^2 = 0 \quad (4)$$

ここで、

$$\eta_{eq} = \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + \sigma_{xy}^2} / (\sigma_x + \sigma_y) \quad (5)$$

$$\sigma_n = \sigma_x + \sigma_y \quad (6)$$

$$\bar{M} = -\eta_{eq} / \ln \left(\frac{\sigma_n + b_v}{\sigma_{mb} + b_v} \right) \quad (7)$$

これらをまとめることにより、塑性ひずみ増分 $d\epsilon_{ij}^p$ が求められる。さらに、等方弾性体を仮定することによ

り弾性ひずみ増分 de_{ij} が求まり、式(1)より全ひずみ増分テンソル de_{ij} が与えられる。この構成式に含まれる材料定数は G (せん断係数)、 K (体積弾性係数)、 τ (応力履歴パラメター)、 b_v 、 b_s および σ_{mb} (塑性ポテンシャルパラメター)、 M_f および G (ひずみ硬化-軟化関数パラメター)の8個である。

3. Biotの圧密方程式の有限要素化

Biotの圧密方程式は次式で与えられる。

$$\frac{\partial \sigma'_{ij}}{\partial x_j} + \frac{\partial u_e}{\partial x_i} = 0 \quad (8)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -\frac{k}{\gamma_w} \nabla^2 u_e \quad (9)$$

ここに、 u_e 、 θ 、 k および γ_w はそれぞれ過剰間隙水圧、体積ひずみ、透水係数および間隙水の単位体積重量である。式(8)は微小な土要素のつりあい条件を意味し、式(9)は要素の体積変化と排水量の関係を示す連続条件である。式(8)において物体力を考慮に入れ、一般的であるが、解析では自重による圧密が終了した時点の変形を基準としていること、過剰間隙水圧を未知数としていることより、物体力は現れてこない。

体積ひずみの時間的推移を表現する連続条件式の差分近似については、本解析では安定な差分として最も簡単な方法である、時間に関する後退差分を用いた。差分の方程式は次式で与えられる。

$$\frac{\theta|_{t+\Delta t} - \theta|_t}{\Delta t} = -\frac{k}{\gamma_w} \nabla^2 u_e|_{t+\Delta t} \quad (10)$$

一方、Biotの方程式のもつ意味を考えると、過剰間隙水圧が体積ひずみの拘束力として定義されることから、解析ではこれを要素全体に対応させることにした。また、要素の全ポテンシャルエネルギーが、節点変位 \bar{u} と要素内過剰間隙水圧 \bar{u}_e に対する停留条件を満たすことより、

$$\begin{bmatrix} F \\ V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K & L \\ L^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{u} \\ \bar{u}_e \end{bmatrix} \quad (11)$$

が導かれる。ここに F は等価節点力ベクトル、 K は通常の要素剛性マトリックス、 L^T は節点変位を要素の体積変化 V に変換するベクトルであって、それぞれ適当な形状関数およびその微分で表わされる。

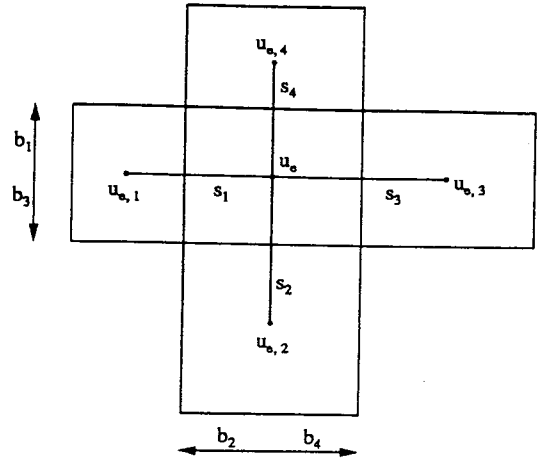


Fig.2 間隙水の消散モデル

Fig.2を参照しながら、連続条件式(9)を考えると、

$$V|_{t+\Delta t} = V|_t - \left\{ \alpha \bar{u}_e - \sum \alpha_i \bar{u}_{ei} \right\} \quad (12)$$

が得られる。ここに、 s_i を要素 i までの中心間の距離、 b_i を排水面の幅として、係数 α 、 α_i はそれぞれ次のとおり定義される。

$$\alpha = \frac{k \Delta t}{\gamma_w} \sum \frac{b_i}{s_i} \quad (13)$$

$$\alpha_i = \frac{k \Delta t b_i}{\gamma_w s_i} \quad (14)$$

したがって、式(11)を変形して

$$\begin{bmatrix} F|_{t+\Delta t} \\ V|_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K & L \\ L^T & \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{u} \\ \bar{u}_e \end{bmatrix}_{t+\Delta t} - \sum \alpha_i \bar{u}_{ei}|_{t+\Delta t} \quad (15)$$

が時刻 $t+\Delta t$ で成立する。これが圧密計算のための拡大された要素剛性マトリックスである。特に非線形問題を増分的に解くには、式(15)をさらに修正して、次の関係を用いる。

$$\begin{bmatrix} \Delta F|_{t+\Delta t} + L \bar{u}_e|_t \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K & L \\ L^T & \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \bar{u} \\ \bar{u}_e|_{t+\Delta t} \end{bmatrix} - \sum \alpha_i \bar{u}_{ei}|_{t+\Delta t} \quad (16)$$

ここに、 ΔF と $\Delta \bar{u}$ はそれぞれ Δt 時間内における節点力および節点変位の増分である。

4. 解析の境界条件と材料定数

本研究において用いた材料定数をTable 1に示す。

Fig.3に解析に用いた有限要素メッシュを示す。初期応力場としては、自重を考慮し、 $k_0=0.67$ で解析を行った。境界条件としては、領域の左右端、下端とも滑らかで剛であるものとし、間隙水の消散は地表面とトンネルの内境界でのみ行われるものとする。また、トンネルの掘削は瞬間的に行われるものとし、その直径は10mとする。解析については、周辺の初期応力の解放は下のおりに2ケースからなる。

(I) 1stepごとに2%ずつ100秒間隔で段階的に行われるものとする。(間隙水を考慮した場合および考慮していない場合のそれぞれについて解析を行った)。

(II) 1stepで瞬間的に解放するが、0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1.0のそれぞれの解放率において解析を行った。(間隙水を考慮した場合についてのみ解析を行った)。

Table 1 Material parameter

G'	454.0	τ	0.06
$\sigma_{ms}(\text{kgf/cm}^2)$	24.0	M_1'	0.84
$b_v(\text{kgf/cm}^2)$	1.91	ν	0.40
$b_z(\text{kgf/cm}^2)$	1.0×10^{-5}	$E(\text{kgf/cm}^2)$	100.0
$\gamma_s(\text{kgf/cm}^3)$	0.00232	$k(\text{cm/sec})$	1.0×10^{-6}

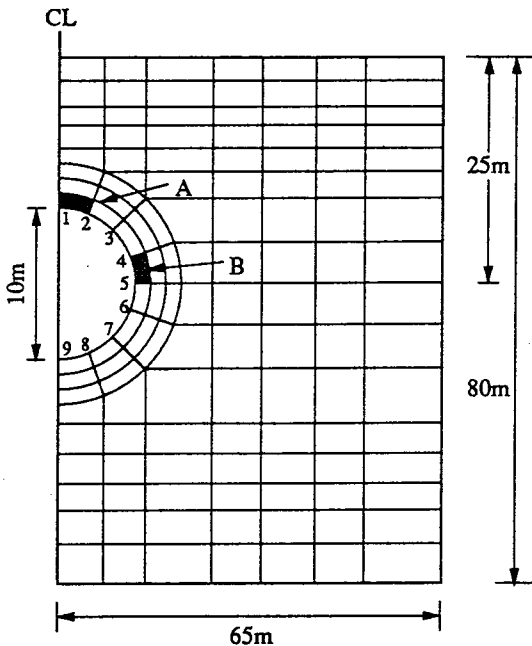


Fig.3 有限要素メッシュ

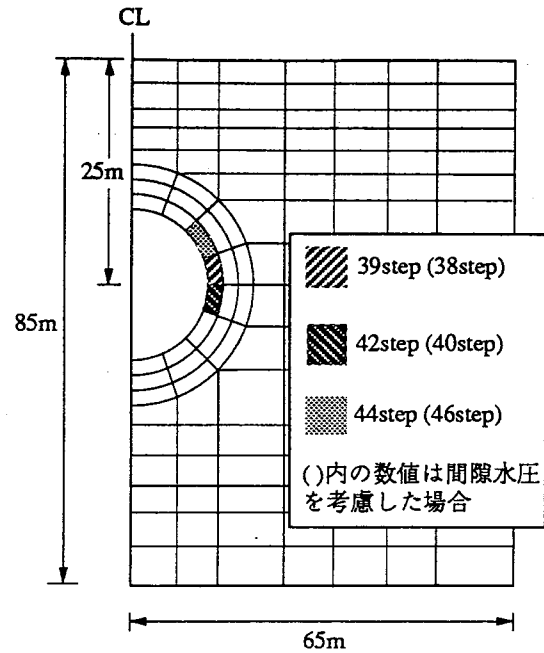


Fig.4 軟化領域の変化

5. 解析結果及び考察

5-1 解析ケース(I)における地盤の応力、ひずみおよび間隙水圧の変化

Fig.4は初期応力の解放に伴う軟化領域の変化を示すものである。軟化領域はトンネルの内壁の水平端付近に分布している。また、間隙水を考慮した場合と、考慮していない場合とでは各要素が軟化するステップ数に差が生じた。間隙水を考慮した場合と考慮していない場合のどちらが早く軟化するか、ということに関しては要素の位置によって違いがみられるため、一概にどちらが早いとは言えないが、要素の位置と密接な関係があると考えられる。

Fig.5に各要素における応力-初期応力解放率関係を示す。要素Bについては、応力が初期応力の解放に伴い増加し、その後軟化現象がみられる。したがって、要素Bは基本的に圧縮破壊状態にあるものと考えられる。一方、要素Aにおいては応力が初期応力の解放に伴いある程度まで減少し、その後増加に転じる。この要素Aにおいてみられる応力の減少はトンネルの内空変位の増加による体積膨張が影響しているものと考えられ、その後の応力の増加は地盤内の応力の再分配に伴うものであると考えられる。また、初期応力の解放に伴い間隙水圧が八面体応力 $(2J_2)^{1/2}$ に及ばず影響に対しては、要素Aでは間隙水を考慮していない場合と比較すると、応力がやや増加している。一方、要素Bについては初期

応力の解放がある程度に達すると、要素が軟化し、間隙水圧が減少し、マイナスになった。この負の間隙水圧により、間隙水を考慮していない場合と比較すると残留強度が増加している。要素Bの間隙水圧に影響を及ぼす要因としては、材料が軟化領域に達し有効応力が減少することによる間隙水圧の増加およびせん断膨張による間隙水圧の減少の2つが考えられるが、ここではそのうち后者の挙動が支配的であると考えられる。

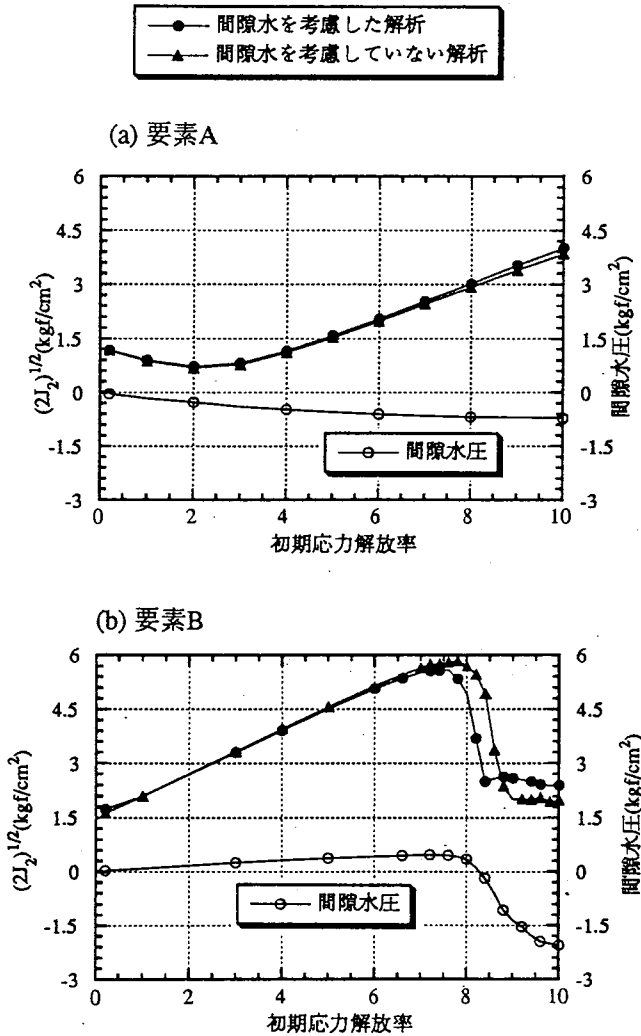


Fig.5 初期応力の解放率と各要素の応力関係

Fig.6に各要素の応力経路と間隙水圧の変化を示す。各要素の応力経路をみると、A、Bとも残留強度線を越えている。要素Aにおいては、応力は先に述べたようにある程度まで減少し、その後増加に転じる。平均応力に対しては、間隙水を考慮していない場合には常に減少しているが、間隙水を考慮した場合には初めは増加し、その後減少する。これは、要素Aが膨張破壊状態にあり、負の間隙水圧が発生するためと考えられる。一方、要素Bにおいては、間隙水を考慮していない

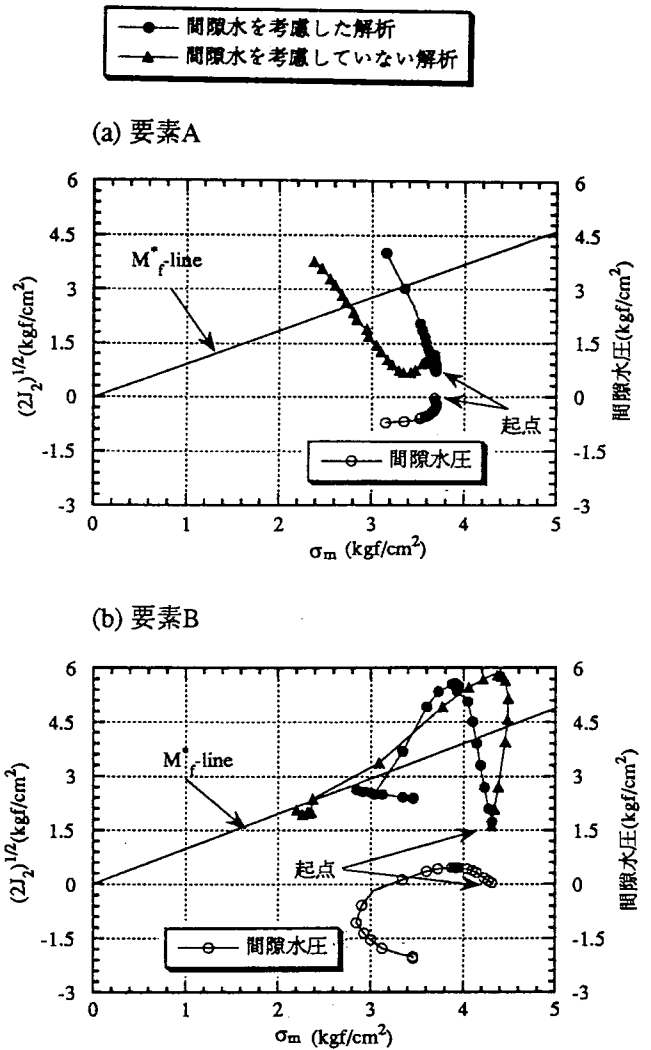


Fig.6 各要素の応力経路

場合には初期応力の解放に伴い応力と平均応力が初め増加し、その後減少する。しかし、間隙水を考慮した場合には、初期応力の解放に伴い応力は増加するが、平均応力は基本的に減少する。これは要素Bが圧縮状態にあり、正の間隙水圧が発生するためであると考えられる。さらに、要素Bが軟化すると、間隙水圧は減少しマイナスになる。この影響で平均応力が最後にやや増加している。

Fig.7に各要素の応力-ひずみおよび間隙水圧関係を示す。要素Aでは、応力はある程度のひずみまで減少し、その後はひずみの増加に伴い増加する。要素の膨張による負の間隙水圧の八面体応力への影響はほとんどみられない。一方、要素Bでは、最初、応力とひずみはほぼ正比例の関係にあり、その後ひずみの増加に伴い応力は減少している。軟化した後に間隙水圧が急激に減少することがせん断破壊と関係があると考えられる。

Fig.11には要素Aにおける、0.1~1.0のそれぞれの初期応力解放率で、初期応力が瞬間的に解放された直後と間隙水圧が全て消散した後での平均応力と八面体応力 $(2I_2)^{1/2}$ との関係を示す。初期応力の解放に伴い負の間隙水圧が発生し、見かけの有効応力が増加している。これは要素Aが最初膨張状態にあるためであると考えられる。一方、最終の場合には全て間隙水圧が消散され、平均応力が減少している。

Fig.12に初期応力が100%瞬間的に解放された直後と間隙水圧が全て消散した後での地表面の沈下図を示す。地表面中心から離れた地盤では間隙水圧の消散に伴い、初期の沈下の回復がみられる。これはFig.10からもわかるように地表面中心から離れた地盤では負の間隙水圧が発生しており、そのために膨張しているものである。

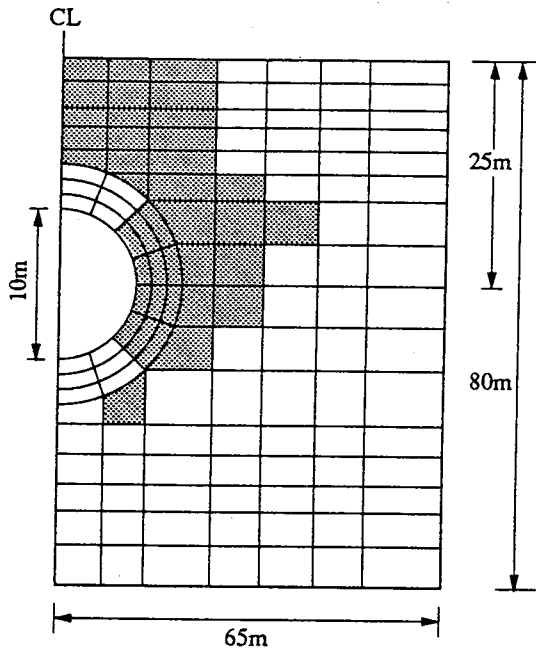


Fig.10 初期応力の解放直後の正間隙水圧の領域図

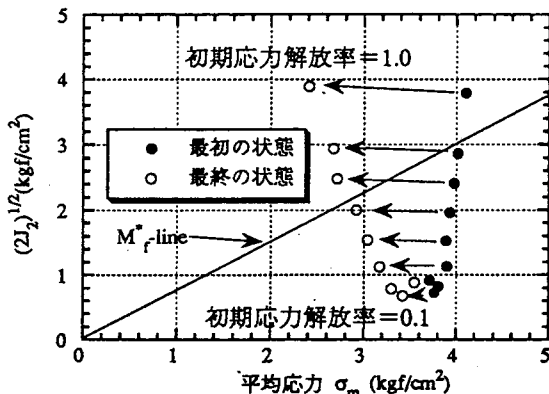


Fig.11 間隙水圧の消散前後の要素Aの応力と解放率の関係

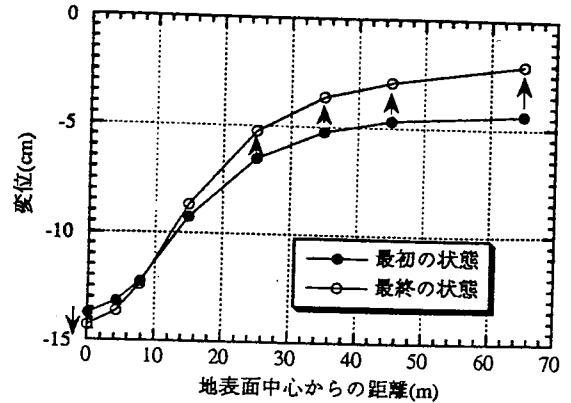


Fig.12 間隙水圧の消散前後の地表面の沈下値

6. まとめ

本研究では、ひずみ軟化型弾塑性構成式に基づきトンネル掘削における水の連成問題の数値解析を行った。以下に本研究において得られる主な知見を列挙する。

- 1) ひずみ軟化を考慮した弾塑性数値解析においては、材料が軟化領域に達した場合、間隙水圧が減少することがわかった。
- 2) 解析の領域によって、地盤の応力が初期応力の解放に伴いある程度まで減少し、その後増加に転じることを数値解析によって表現することができた。
- 3) トンネルの各内壁点の最終応力は、間隙水圧を考慮した場合、考慮していない場合と比較すると、基本的により大きな値となることがわかった。

7. 参考文献

1. 足立紀尚, 岡二三生: 軟岩のひずみ軟化型弾塑性構成式, 土木学会論文集NO.445/III-18, pp.9-16, 1992.3.
2. 赤井浩一, 田村武: 弾塑性構成式による多次元圧密の数値解析, 土木学会論文集第269号, pp.95-104, 1978.
3. 足立紀尚, 劉軍, 古池章紀, 張鋒: ひずみ軟化型弾塑性構成式に基づいた水の連成問題の数値解析, 第30回土質工学発表会, 1995 (投稿中).
4. 足立紀尚, 劉軍, 古池章紀, 張鋒: トンネル掘削に伴う軟岩地盤の力学挙動に関する研究, 土木学会第50回年次学術講演会, 1995 (投稿中).