

繰返し載荷時の粘土の排水および非排水挙動とその解析

名古屋工業大学大学院 学生会員 星川 拓哉
 名古屋工業大学 正会員 中井 照夫
 // 大学院 学生会員 E Q Chowdhury

これまでに、力学量 t_{ij} を用いた等方および移動硬化型の弾塑性構成モデル(t_{ij} -clay model¹⁾, kinematic t_{ij} -clay model²⁾)を提案し、各種試験結果を用いて、これらのモデルが3次元任意応力経路下における正規圧密粘土の応力～ひずみ挙動を統一的に説明できることを示している。また、この移動硬化モデルを等方圧縮による異方性の消失や繰返し載荷履歴による剛性の増加も考慮できるモデルへと拡張もしている³⁾。しかしこれらのモデルでも、繰返し載荷時などにみられる間隙比の減少が粘土の変形・強度特性におよぼす影響の評価が十分とはいえない。

そこで本研究では、まず従来のモデルをこうした間隙比減少にともなう粘土の変形・強度特性を定量的に評価できるモデルへと拡張する方法について述べる。次に、粘土の三軸試験および三主応力制御試験機を用いた繰返し載荷試験結果と提案モデルによる解析結果を比較して、その適用性を検討する。

1. 拡張した粘土の構成モデル(kinematic t_{ij} -clay model Ver.4)

同じ拘束圧を受けていても、間隙比が異なれば粘土の挙動も違ってくる。一般に、過圧密粘土や繰返しせん断履歴などによって密になった粘土では、正規圧密粘土に比べて剛性やピーク強度が増加し、また非常に密な場合には、砂の変形挙動にみられるような正のダイレイタンスー（体積膨張）を示すことが知られている。ここでは、こうした種々の応力履歴を受けて、より密になった粘土のひずみ硬化の程度を表現するために新たな指標を定義して、応力～ひずみ関係の具体的な定式化を示す。

提案モデルでは、粘土の全ひずみ増分を弾性成分と塑性成分の和として次式で与えている。

$$d\epsilon_{ij} = d\epsilon_{ij}^e + d\epsilon_{ij}^p \quad (1)$$

$$d\epsilon_{ij}^e = \frac{1+v_e}{E_e} d\left(\frac{\sigma_{ij}}{1+X^2}\right) - \frac{v_e}{E_e} d\left(\frac{\sigma_{kk}}{1+X^2}\right) \delta_{ij} \quad (2)$$

$$d\epsilon_{ij}^p = \Lambda \frac{\partial g}{\partial t_{ij}} \quad (3)$$

(2)式で弾性ひずみ増分が、従来の $d\sigma_{ij}$ の代わりに $d(\sigma_{ij}/(1+X^2))$ で与えているのは、 $t_N=p/(1+X^2)$ 一定条件下で弾性体積ひずみが発生しないという実験事実による。ここに、 t_N および X は t_{ij} の概念に基づく平均応力および応力比であり、表-1に通常の構成モデルで用いられる応力パラメータと t_{ij} モデルで用いている応力パラメータの比較を示している。

表-1 通常概念と t_{ij} 概念で用いられている

応力パラメータの比較

ordinary concept	t_{ij} -concept
σ_{ij} (1a)	$t_{ij} = \sigma_{ik} a_{kj}$ (1b)
δ_{ij} (unit tensor) (2a)	a_{ij} (2b)
$p = \sigma_{ij} \delta_{ij} / 3$ (3a)	$t_N = t_{ij} a_{ij}$ (3b)
$s_{ij} = \sigma_{ij} - p \delta_{ij}$ (4a)	$t_{ij}' = t_{ij} - t_N a_{ij}$ (4b)
$q = \sqrt{(3/2) s_{ij} s_{ij}}$ (5a)	$t_n = \sqrt{t_{ij}' t_{ij}'}$ (5b)
$\eta_{ij} = s_{ij} / p$ (6a)	$x_{ij} = t_{ij}' / t_n$ (6b)
$\eta = q / p = \sqrt{(3/2) \eta_{ij} \eta_{ij}}$ (7a)	$X = t_n / t_N = \sqrt{x_{ij} x_{ij}}$ (7b)
$\eta^* = \sqrt{(3/2) (\eta_{ij} - \eta_{i30}) (\eta_{ij} - \eta_{i30})}$ (8a)	$X^* = \sqrt{(x_{ij} - n_{ij}) (x_{ij} - n_{ij})}$ (8b)

また、弾性係数 E_e は圧縮指数 κ とポアソン比 ν_e を用いて次式で与えられる。

$$E_e = \frac{3(1-2\nu_e)(1+e_0)}{\kappa} t_N \quad (4)$$

降伏関数 f は従来のモデル²⁾同様次式で与える。

$$f = \ln t_N + \zeta(Z) + c = 0$$

ここに、

$$\zeta(Z) = \frac{-\alpha}{1-\alpha} \ln \left| 1 - (1-\alpha) \frac{Z}{M^*} \right| \quad (\alpha \neq 1) \quad (5)$$

$$Z = X^* + n, \quad X^* = \sqrt{(x_{ij} - n_{ij})(x_{ij} - n_{ij})}$$

図-1は、粘土の塑性体積ひずみ $\varepsilon_{v(1)}^p \sim$ 平均応力 t_N 関係を、図-2は対応する降伏曲面を $t_s \sim t_N$ 空間に示したものである。せん断履歴等がない単調載荷時には、応力状態が決まれば塑性体積ひずみ $\varepsilon_{v(1)}^p$ は一義的に求まり、A点(X)と降伏曲面の足となるB点($t_{N1}, X=0$)での塑性体積ひずみ $\varepsilon_{v(1)}^p$ は一致する。ここに、 t_{N1} は次式で与えられる。

$$t_{N1} = t_N \cdot \exp\{\zeta(X)\}, \quad X = \sqrt{x_{ij} x_{ij}} \quad (6)$$

一方、繰返し載荷など種々の応力履歴を受けた粘土(A'点)では、A点と同じ応力状態であっても、その時の塑性体積ひずみ $\varepsilon_{v(2)}^p$ は $\varepsilon_{v(1)}^p$ よりも大きくなる。この時、 $\varepsilon_{v(2)}^p$ は図-1に示すように、正規圧密線(NCL)上の $\varepsilon_{v(2)}^p$ に対応する等価平均応力 t_{N1e} を用いて次式で表される。

$$\varepsilon_{v(2)}^p = \frac{\lambda - \kappa}{1 + e_0} \ln \frac{t_{N1e}}{t_{N0}} \quad (7)$$

ここに、 t_{N0} は正規圧密状態($X=0$)で $\varepsilon_{v(2)}^p=0$ となる基準点における平均応力 t_N を表している。また、 $\varepsilon_{v(2)}^p$ は過去の応力履歴により発生した塑性体積ひずみとして与えられるので、A'点を特徴づける等価平均応力 t_{N1e} は(7)式より次のように与えられる。

$$t_{N1e} = t_{N0} \cdot \exp \left\{ \frac{1+e_0}{\lambda - \kappa} \varepsilon_{v(2)}^p \right\} \quad (8)$$

このことから、ここでは種々の応力履歴を受けて密になった粘土のひずみ硬化の程度を表すための指標として t_{N1} と t_{N1e} の比を考え、次のように定義する。

$$G = \frac{t_{N1}}{t_{N1e}} \quad (0 < G \leq 1) \quad (9)$$

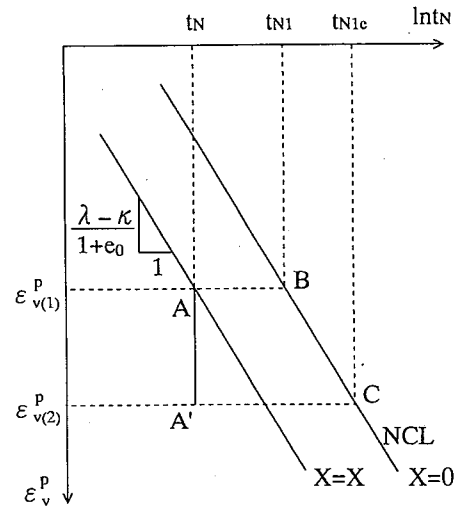


図-1 $\varepsilon_{v(1)}^p \sim \ln(t_N)$ 関係で表した t_{N1} および t_{N1e}

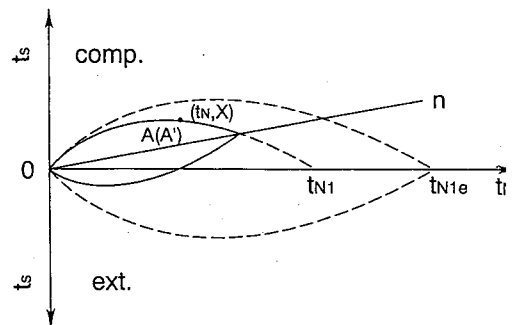


図-2 $t_s \sim t_N$ 関係で表した t_{N1} および t_{N1e}

ここで定義した指標 G は、等方応力状態における過圧密比(OCR)の逆数に対応するものといえる。すなわち、正規圧密粘土の単調載荷時(図-1のA点に対応)には $t_{N1}=t_{N1e}$ となるため、 G の値はせん断中常に1となる。これに対し正規状態に対してより密な状態からせん断した場合(A'点に対応)には $t_{N1} < t_{N1e}$ となるため、応力状態は同じであってもより密であるほど G は小さな値をとることになる。

一方、塑性ポテンシャル g は粘土のストレス～ダイレイタンスーが過去の応力履歴の影響を受けることから、指標 G を用いて次のように与える。

$$g = \ln t_N + \left(\frac{1}{G}\right)^t \cdot \zeta(Z) \quad (10)$$

繰返し载荷や過圧密などの応力履歴を受けていない正規状態 ($G=1$) では、塑性ポテンシャル g は(5)式で与える降伏関数 f と一致するため、このとき提案モデルは従来のモデルに帰着する。

さて、(3)式中で比例係数 Λ は従来のモデルでは次のように与えられている。

$$\Lambda = \frac{\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij}}{h} = \frac{\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij}}{\frac{1+e_0}{\lambda-\kappa} \frac{\partial g}{\partial t_{kk}}} \quad (11)$$

しかし、ひずみ硬化パラメータとして塑性体積ひずみ ε_v^p を用いる時、(11)式の表現では過圧密粘土等にみられるひずみ硬化中の正のダイレイタンスー(体積圧縮)を表現できない。ところで、橋口⁴⁾はその下負荷曲面モデルの中で、硬化パラメータとして ε_v^p を採用しながら、正のダイレイタンスーを表現する方法を提案している。そこで、この橋口の方法を参考として、指標 G を導入して塑性係数 h を次式で与える。

$$h = \frac{1+e_0}{\lambda-\kappa} \left\{ \frac{\partial g}{\partial t_{kk}} - a \frac{1}{t_N} \ln(G) \right\} \quad (12)$$

このようにすれば、正規状態 ($G=1$) では従来のモデルとの一致を保ちながらも、より密な粘土 ($G<1$) にみられる強度増加や一連のひずみ硬化・軟化現象および正負の両ダイレイタンスー特性までをスムーズに表現することが可能になる。

さらに、ひずみの大きさを規定する比例係数 Λ については、種々の応力履歴による間隙比減少にともなう剛性の増加を評価するために、ここでも指標 G を導入して、最終的に次のように与える。

$$\Lambda = \frac{\left(\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} \right) \cdot G^t}{\frac{1+e_0}{\lambda-\kappa} \left\{ \frac{\partial g}{\partial t_{kk}} - a \frac{1}{t_N} \ln(G) \right\}} \quad (13)$$

以上が今回提案した構成モデルの具体的な式示であるが、本モデルはひずみ硬化・軟化モデルであるので次に示す負荷基準^{4),5)}に従う。

$$\begin{aligned} f = 0 \quad \text{and} \quad \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij}^e > 0 & : \text{loading} \quad (d\varepsilon_{ij}^p \neq 0) \\ f < 0 \quad \text{or} \quad \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij}^e \leq 0 & : \text{unloading/reloading} \quad (d\varepsilon_{ij}^p = 0) \end{aligned} \quad (14)$$

ここに、 $d\sigma_{ij}^e$ は(2)式から求まる弾性剛性マトリックス D_{ijkl}^e と全ひずみ増分 $d\varepsilon_{kl}$ を用いて次のように与えられる。

$$d\sigma_{ij}^e = D_{ijkl}^e \cdot d\varepsilon_{kl} \quad (15)$$

2. 解析結果と実測値の比較

実験は繰返し再圧密した藤の森粘土($W_L=41\%$, $W_p=23\%$, $G_s=2.67$)を用いて行なっている。表-2に今回の解析で用いた土質パラメータを示す。このうち、 a , ℓ が今回の拡張で新たに増えたパラメータである。その他のパラメータは従来のモデル^{1),2)}と共通である。

表-2 藤の森粘土の土質パラメータ

$\lambda / (1+e_0)$	5.08×10^{-2}
$\kappa / (1+e_0)$	1.12×10^{-2}
$\phi'_{(comp.)}$	33.7°
α	0.7
ν_e	0.0
ξ	0.2
a	5
ℓ	0.5

2-1. 繰返し載荷三軸試験の解析結果

はじめに、三軸試験機を用いた排水繰返しせん断試験について解析を行なった。図-3は実験の応力経路を主応力比(σ_1/σ_3)～平均主応力(p)関係で示したものである。test 1,2は $p=const.$ の単純な逆振り三軸試験で、ともにまず主応力比 $R=3$ まで三軸圧縮あるいは伸張せん断したのち、今度は破壊にいたまで逆振りせん断している。test 3は、同じく $p=const.$ として $R=3$ で4回の三軸圧縮・伸張せん断を繰返したのち、破壊にいたるまで三軸圧縮せん断を行なった。

図-4は応力比(q/p)～軸ひずみ(ε_x)関係で示した実測値(プロット)および提案モデル(kinematic t_j -clay model Ver.4)による解析曲線の比較である。test 1,2の実測プロットをみると、たとえ1回の逆振りせん断であっても強度が増加することを示しているが、提案モデルはこうした実測結果をよく説明している。またtest 3では、従来のモデルでは過大評価していた2サイクル目以降のひずみ発生量の減少も併せて説明できており、実測値ともよい対応を示している。

図-5は応力比(q/p)～体積ひずみ(ε_v)関係で示した実測プロットおよび解析曲線である。ここでも、本モデルは逆振り時以降にみられる、塑性体積ひずみの発生量が減少し収束するという実測値の傾向を定量的に説明している。

図-6はtest 1,2の応力比(t_s/t_n)～塑性ひずみ増分比($-d\varepsilon_{SMP}^p/d\varepsilon_{SMP}^p$)関係で示した実測プロット(○単調載荷時, ●逆振りせん断時)および解析曲線(実線:提案モデル, 破線:従来のモデル($g=f$ として得られる応力比～ひずみ増分比関係))である。この図から、従来のモデルでは説明できなかった、逆振りせん断時にみられるストレス～ダイレイタンスー関係の変化を、本モデルはよく評価していることがわかる。また、本モデルは $G=1$ となる正規状態(単調載荷時)においては、 $g=f$ となって関連流動則を満足し、従来のモデルと一致することがわかる。

2-2. 三主応力制御試験の解析結果

図-7は実験の応力経路を正八面体面(OCT面)と平均主応力(p)～偏差応力(q)平面で示したものである。test 4は平均主応力 $p=3\text{kgf/cm}^2$ の等方応力状態 O_3 から、 p 一定として $O_3A_3B_3O_3$ のせん断を2周行ない、さらに A_3C_3 とせん断して最後に三軸圧縮($C_3C'_3$ で破壊に至るまでせん断している。test 5は、 $p=2\text{kgf/cm}^2$ の等方応力状態 O_2 から p を変化させながら $O_2A_2B_2O_2D_2E_2O_2$ とせん断したのち、最後は $p=2\text{kgf/cm}^2=const.$ で三軸圧縮せん断している。test 4,5とも最後の三軸圧縮せん断のみひずみ制御で行なっている。

test 6は $p=1\text{kgf/cm}^2$ の等方応力状態 O_1 から $p=const.$ のままOCT面上を y 軸方向に主応力比 $R=3$ の点 A_1 まで三軸圧縮したあとモール・クーロン基準に沿って三軸伸張条件の点 B_1 までせん断しその後等方応力状態に戻してから、今度は x 軸方向に点 C_1 ($R=3$)まで三軸圧縮して再びモール・クーロン基準に沿って点 D_1 までせん断したのち等方応力状態に戻り、最後に z 軸方向に破壊にいたるまで三軸圧縮せん断している。test 7はOCT面上ではtest 6と同じ経路となるが、 $O_1A_{1.67}B_{2.33}O_3C_{1.67}D_{2.33}O_1$ とせん断中 p が変化する経路である。

図-8は、test 4～7での主応力比(σ_1/σ_3)～体積ひずみ(ε_v)関係の実測プロットと解析曲線を表している。従来のモデルでは十分に説明できなかった、繰返し載荷時にみられる粘土の剛性の増加(体積圧縮量の減少)傾向を表現しているのがわかる。特にtest 5,6ではせん断の最終段階における正のダイレイタンスーの発生まで含めて、本モデルは実測値とよく対応している。

図-9,10,11はtest 4～7のそれぞれ、主応力比(σ_1/σ_3)～各主ひずみ($\varepsilon_y, \varepsilon_x, \varepsilon_z$)関係の実測プロットと解析曲線を表

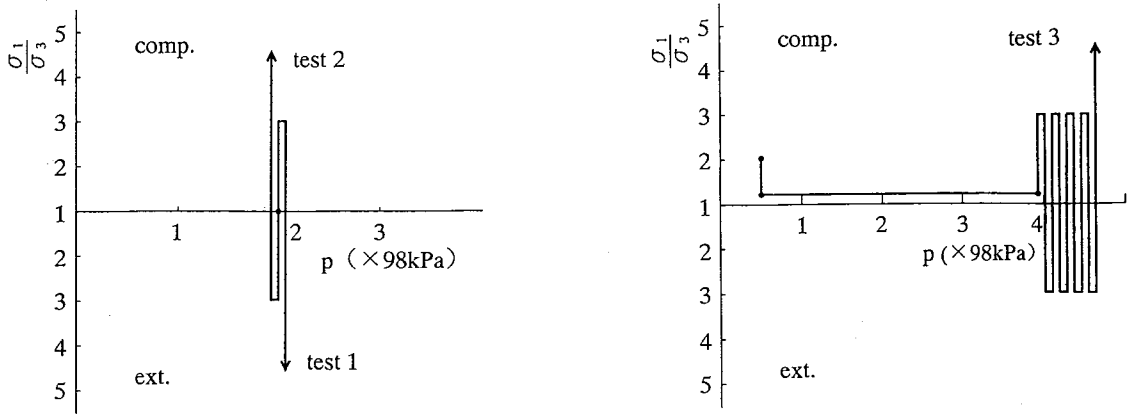


図-3 実験の応力経路

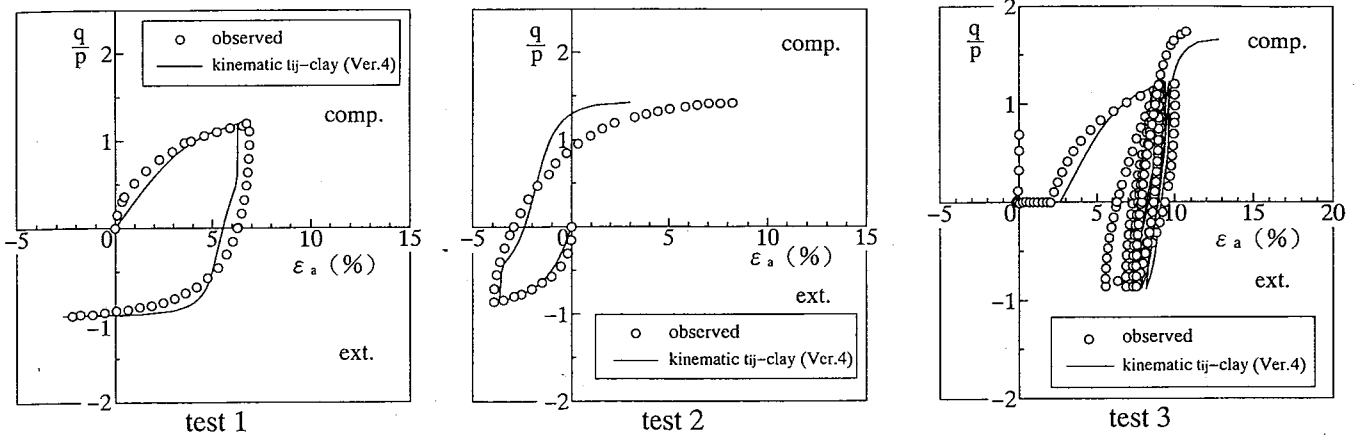


図-4 応力比(q/p)～軸ひずみ(\$\epsilon_a\$)関係

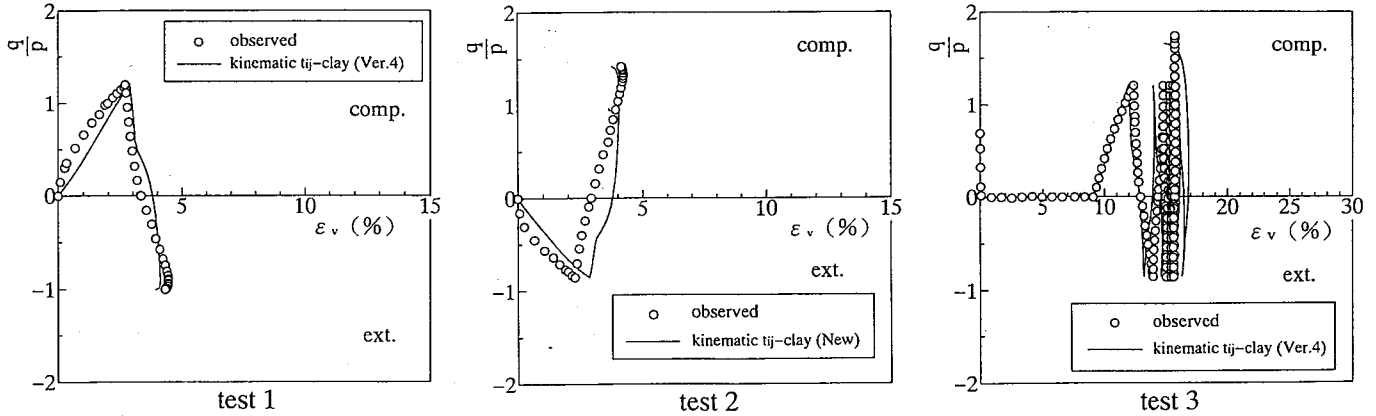


図-5 応力比(q/p)～体積ひずみ(\$\epsilon_v\$)関係

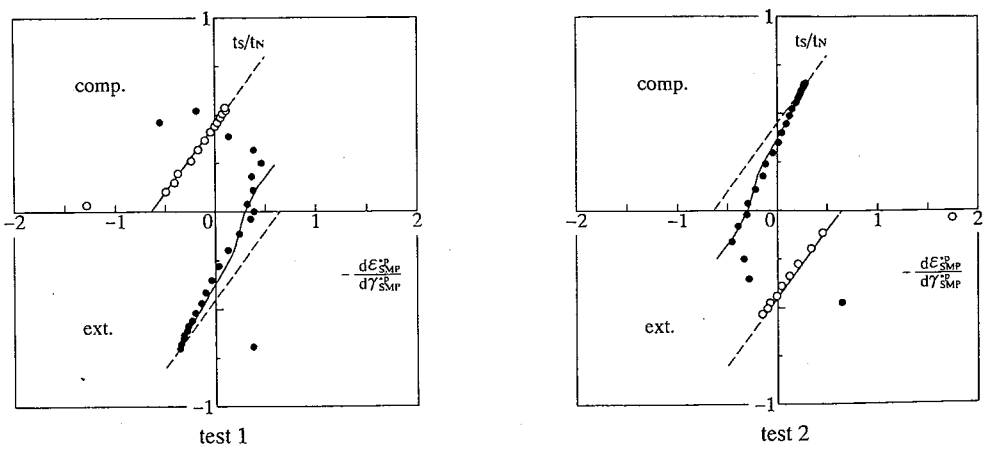


図-6 応力比(\$t_s/t_N\$)～塑性ひずみ増分比(\$-d\epsilon_{SMP}^p/d\gamma_{SMP}^p\$)関係

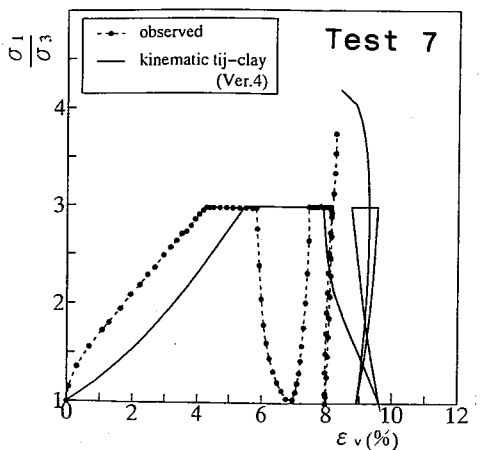
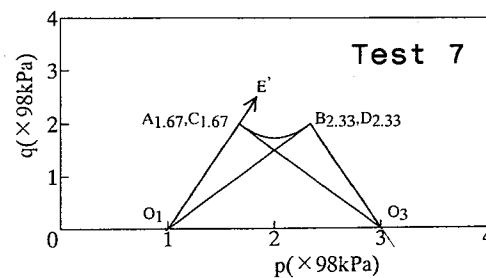
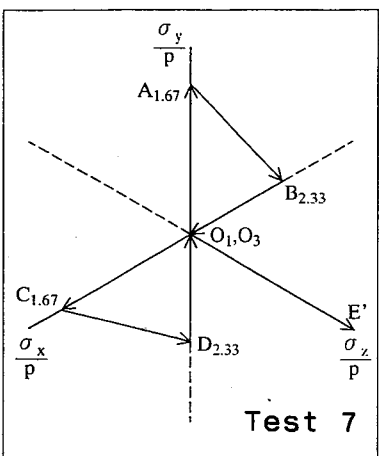
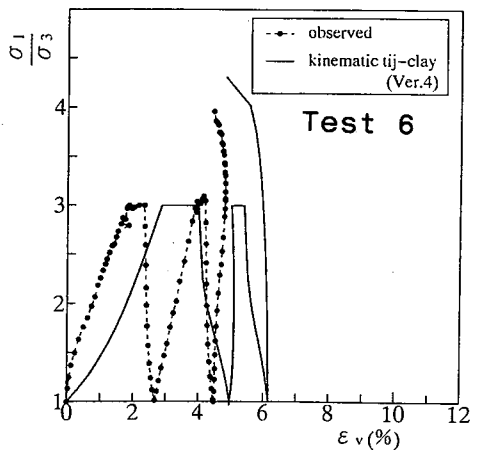
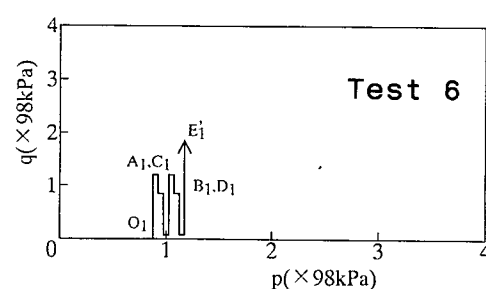
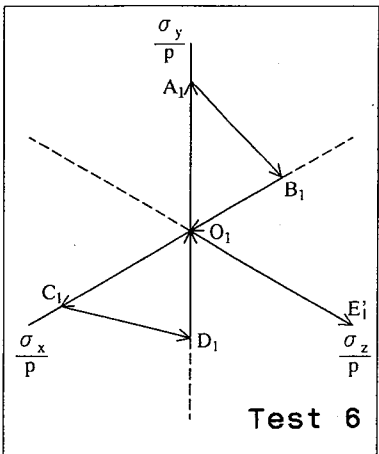
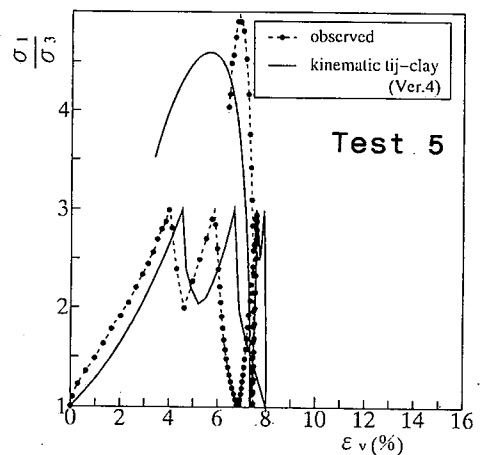
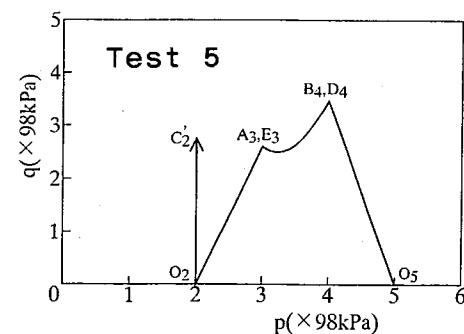
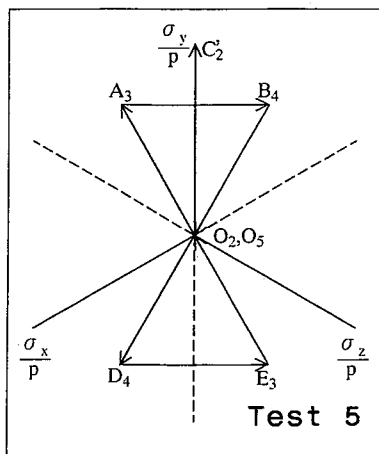
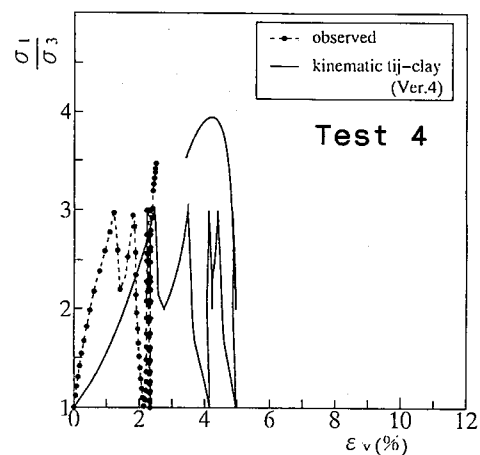
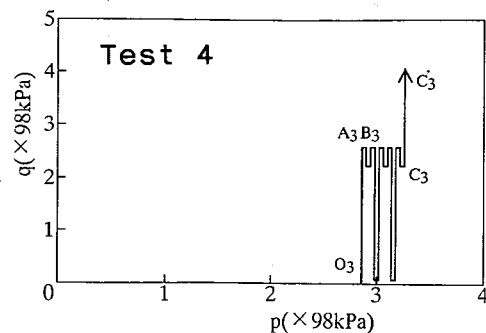
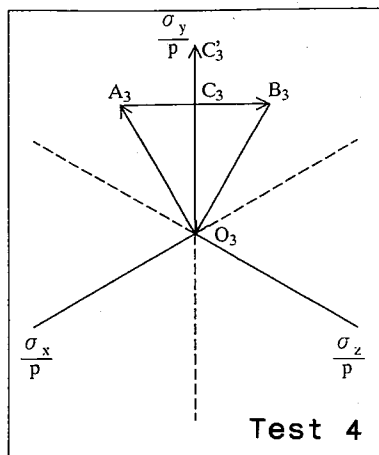


図-7 実験の応力経路

図-8 主応力比(σ_1/σ_3)~体積ひずみ(ϵ_v)関係

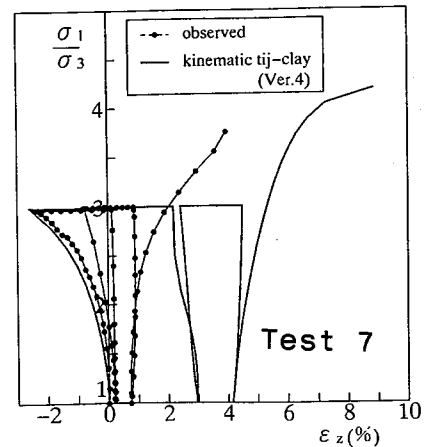
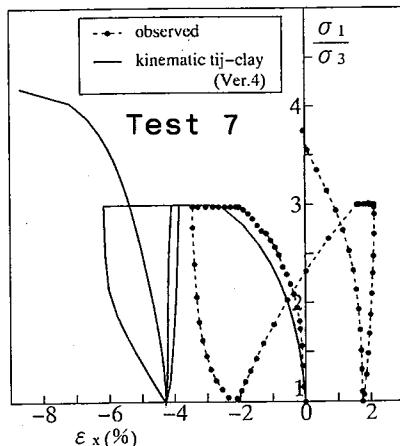
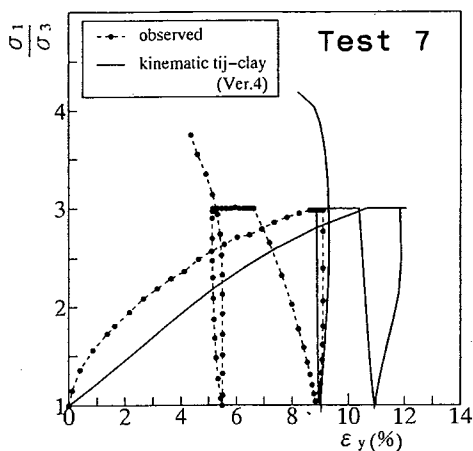
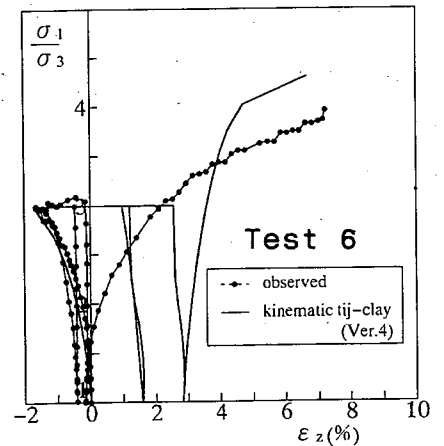
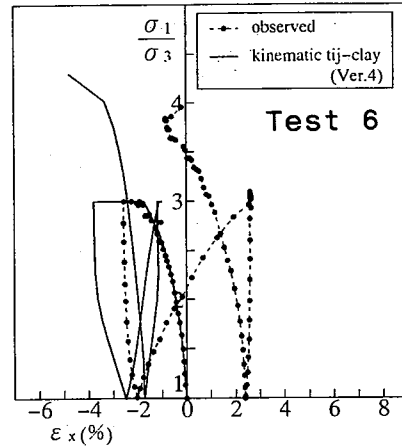
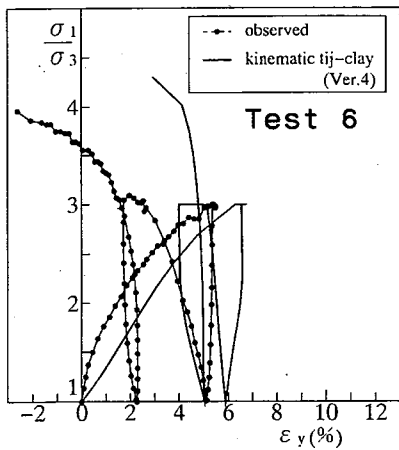
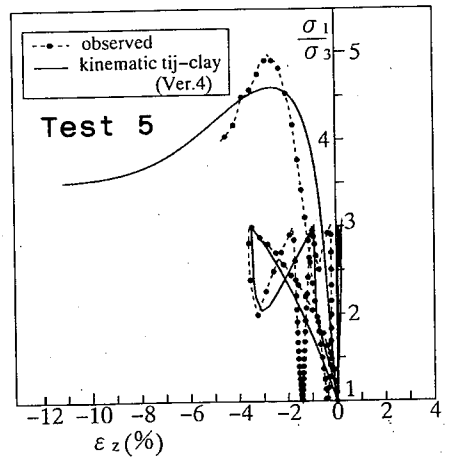
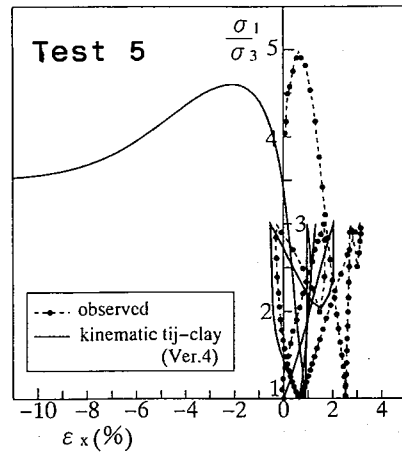
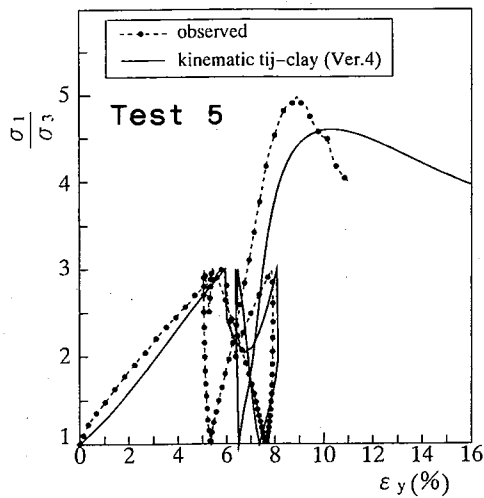
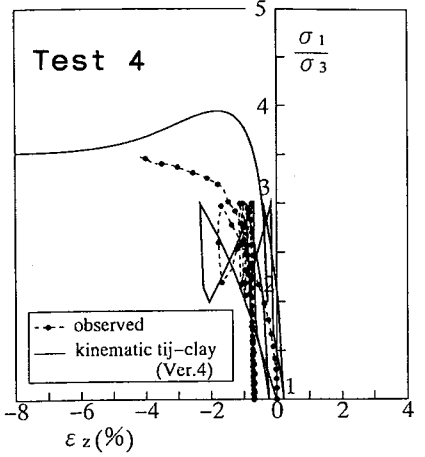
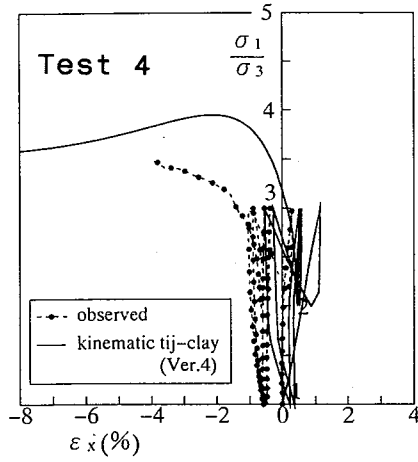
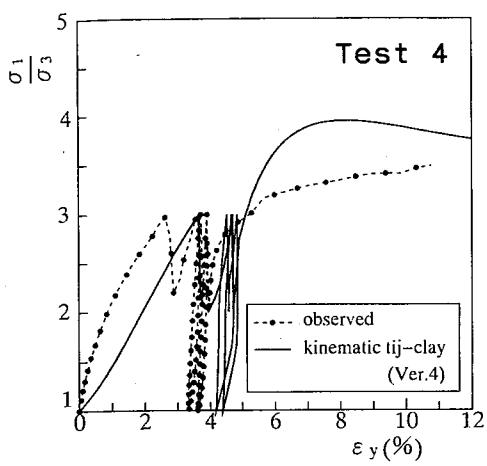


図-9 主応力比(σ_1/σ_3)
～主ひずみ(ε_y)関係

図-10 主応力比(σ_1/σ_3)
～主ひずみ(ε_x)関係

図-11 主応力比(σ_1/σ_3)
～主ひずみ(ε_z)関係

している。解析モデルはtest 4~7を通して全般に実測値の傾向をよく表現しているのがわかる。特にtest 5では、平均主応力 p が増減する応力履歴を与えているために、過圧密的になった粘土の強度増加やピーク強度到達後のひずみ軟化現象まで実測値の示す挙動を定量的にも妥当に説明しているのがわかる。このことは、新たに導入した指標 G を用いたモデル化が、こうした種々の応力履歴を受けた3次元応力状態での粘土の変形・強度特性を評価するうえで有効であることを示していると思われる。

なお、誌面の都合上ここでは非排水の解析は省略した。(非排水の解析については参考文献6)を参照のこと)

3. 結論

本研究により得た結論は以下の通りである。

1. 硬化パラメータは従来通り塑性体積ひずみ ϵ_p 1つとしながらも、密な粘土の程度を表す指標 $G(=t_{N1}/t_{N1c})$ を新たに導入して、従来の正規圧密粘土に対するモデルを種々の応力履歴を受けた粘土の変形・強度特性を妥当に評価できる弾塑性構成モデル(kinematic t_{ij} -clay model Ver.4)へと拡張した。

2. 繰返し三軸せん断試験や三主応力制御試験結果を用いて、提案モデルの適用性を検討した。その結果、本モデルは繰返し载荷などによってより密になった粘土にみられる強度増加や一連のひずみ硬化・軟化現象および正負の両ダイレイタンス特性を妥当に説明できることを示した。

参考文献

- 1) Nakai, T. and Matsuoka, H. (1986): A generalized elastoplastic constitutive model for clay in three-dimensional stresses, Soils and Foundations, No.26(3), pp.81-98.
- 2) Nakai, T. and Hoshikawa, T. (1991): Kinematic hardening model for clay in three-dimensional stresses, 7th IACMAG, (1), pp.655-660.
- 3) Nakai, T., Masumoto, T. and Watanabe, K. (1994): Modelling of memory of stress history in clay, 8th IACMAG, (1), pp.647-652.
- 4) Hashiguchi, K. (1980): Constitutive equations of elastoplastic materials with elastic-plastic transition, J. Appl. Mech, ASME, Vol.102, No.2, pp.266-272.
- 5) Asaoka, A., Nakano, M. and Noda, T. (1994): Soil-water coupled behavior of clay near/at critical state, Soils and Foundations, No.34(1), pp.91-105.
- 6) Chowdhury E.Q., Hoshikawa, T. and Nakai, T. (1995): Analyses of drained and undrained cyclic behavior of clay, Proc. of 50th annual meeting of JSCE, (Submitted).