

# 土質柱状図の類似性評価

～最新名古屋地盤図データベースによる～

名城大学 大学院 学生会員 内藤 充則  
名城大学 理工学部 正会員 板橋 一雄

## 1. まえがき

我々がある地点の地盤を知る手段としてボーリング調査がある。その調査結果である土質柱状図を検討することによってある程度の地盤の構造を知ることができる。また、ある一定の広さをもつ地域の地盤を知ろうとする場合、我々はボーリング調査を数カ所で行い、その土質柱状図を比較・検討し地盤の構造を推測する。しかし、一般に地盤は相当複雑であるため、得られる土質柱状図は複雑であり、そのままの土質柱状図を比較するためには、その地域の地盤構造に対する地質学的な知見が必要不可欠となる。著者らは、こうした地質学的な知見が全く無い場合でも土質柱状図のみからその地盤の複雑さを知ることがを目的として、土質柱状図のマルコフ連鎖によるモデル化に関する調査・研究を進めてきている<sup>1)~4)</sup>。本報告では、赤池情報量規準による土質柱状図の類似性評価手法を示すとともに、最新名古屋地盤図データベースに登録されている土質柱状図の解析を行い、名古屋地盤の複雑さを調査したので、報告する。

## 2. マルコフ連鎖の基づく土質柱状図のモデル化

土質柱状図のモデル化にはマルコフ連鎖の理論<sup>5)</sup>を応用している。マルコフ連鎖の理論によれば状態空間とパラメータ空間の二者のみを決定すれば一意的なマルコフモデル化が可能である。土質柱状図の状態空間としては、現場土質名、N値、観察記事などが利用可能であるが、ここでは現場土質名のみに着目する。一般に土質柱状図に現れる現場土質名は相当多いが、参考文献<sup>3)</sup>の解析結果をもとにして、状態空間の数(土質状態区分数)は4とした。最新名古屋地盤図データベースでは、表記の統一のために現場土質名を主記号・副記号・補助記号の組合せによって表現している。主記号では「粘土」、「シルト」、「砂」、「砂礫」などの主体となる土質の分類がなされている。さらに、副記号では混入度合の高い「粘土質」、「シルト質」、「砂質」などを、補助記号では混入度合の低い「粘土混じり」、「シルト混じり」、「砂混じり」、「礫混じり」などを表現している。本報告では、これらの情報に基づき、以下に示す規則に従って現場土質名を【粘土】、【中間土】、【砂】、【礫】の4つの状態空間に区分した。

主記号が「砂礫」となっている土質名に【礫】を、主記号が「粘土」ならびに「シルト」で、かつ副記号に「砂質」を伴わない土質名に対して【粘土】を割り当てた。逆に、主記号が「砂」で、かつ副記号に「粘土質」ならびに「シルト質」を伴わない土質名に対して【砂】を割り当てた。さらに、【粘土】と【砂】の中間的な土質名を【中間土】に区分した。すなわち、主記号は「砂」であるが副記号に「粘土質」あるいは「シルト質」を伴う土質名、ならびに主記号は「粘土」あるいは「シルト」であるが副記号に「砂質」を伴う土質名を【中間土】とした。また、補助記号は無視した。今回の解析対象の土質柱状図に一例づつ現れている「腐食土」の地層は【粘土】に、「浮石、軽石」の地層は【砂】に分類した。さらに、地表面には「表土」ならびに「人工物」が現れるが、これらよりも深いところを解析対象としたため、モデル化には無関係となっている。

一方、パラメータ空間は深度間隔を離散的にとり、 $n \times \Delta z$  ( $n=1, 2, \dots$ )とする。ここに $\Delta z$ は深度間隔である。今回の解析対象の土質柱状図を調べたところ、最小の地層厚さは20 cmであったので、この地層を読み飛ばさない深度間隔として、 $\Delta z = 20$  cmとした。そして、土質柱状図の深度方向に離散的に土質状態を読み取ることによって、1本の土質柱状図が土質状態の連続として一意的にマルコフモデルで表現される。

---

The evaluation of similarity of a boring log - based on the Geotechnical Data Base of Subsoils in Nagoya ( New edition, 1988 ) - , M. Naito, K. Itabashi ( Meijo University )

ある土質名  $i$  の地層の  $\Delta z$  cm 下に土質名  $j$  の地層が現れる回数を  $n(i, j)$  とすれば、上述のように状態空間  $i, j$  を 4 種類としたので、1 本の土質柱状図が次式のように 4 行 4 列の行列（推移回数行列）によって表現できることになる。

$$T = \begin{matrix} & \nearrow & \text{粘土} & \text{中間土} & \text{砂} & \text{礫} \\ \begin{matrix} \text{粘土} \\ \text{中間土} \\ \text{砂} \\ \text{礫} \end{matrix} & \begin{pmatrix} n(1,1) & n(1,2) & n(1,3) & n(1,4) \\ n(2,1) & n(2,2) & n(2,3) & n(2,4) \\ n(3,1) & n(3,2) & n(3,3) & n(3,4) \\ n(4,1) & n(4,2) & n(4,3) & n(4,4) \end{pmatrix} & = & [n(i, j)] \end{matrix}$$

ここに、 $i, j=1, 2, 3, 4$  (1)

なお、参考文献 2) に示したようにこの推移回数行列が与えられると、各深度の状態分布や各地層の相対頻度（極限分布）が容易に計算できる。

いま、調査中の一地域に  $m$  本の土質柱状図があると考え、同一の状態空間ならびにパラメータ空間に対して、式 (1) のような推移回数行列が  $m$  個得られることになる。そこで、これらと比較するために、第  $k$  番目の土質柱状図の推移回数行列を次式のように示すこととする。

$$T_k = [n(i, j, k)] \quad \text{ここに、} i, j=1, 2, 3, 4, k=1, 2, \dots, m \quad \text{である。} \quad (2)$$

なお、 $n(i, j, k)$  は第  $k$  番目の土質柱状図の状態  $i$  から状態  $j$  へ推移する回数を示している。また、この推移回数行列に対応する確率行列を  $P_k = [p(i, j, k)]$  のように表わすこととする。

### 3. 土質柱状図の類似性評価方法としての赤池情報量規準

土質柱状図には種々の情報が含まれており、その形のままでは土質柱状図を比較する際に主観的な要因が介入する恐れが存在する。一方、地層状態の推移という土質柱状図の一側面ではあるが、上述のようなマルコフ連鎖に基づくモデル化を行なうことにより、客観的な類似性評価が可能になる。

土質柱状図の類似性評価の指標としては、2 つの推移回数行列から計算される  $\chi^2$  値に基づく仮説検定や 2 つの極限分布から計算される Kullback-Leibler 情報量などが考えられる。本報告では、 $m$  本の土質柱状図（推移回数行列）を比較することを考えているため、赤池情報量規準<sup>6)</sup>（以下では AIC と記す）を使用することとする。赤池は、複数個のモデルがある場合に、各モデルの良否を評価する規準として、期待平均対数尤度（最良モデルの平均対数尤度のデータに関する期待値）を導入している。それによれば、式 (3) で示される AIC の値がモデル選択の規準となり、この値が最小となるモデルが最適のモデルと考えられる。

$$AIC = -2 (\text{モデルの最大対数尤度}) + 2 (\text{モデルの自由パラメータ数}) \quad (3)$$

いま簡単のために、式 (2) で  $k=1, 2$  として、2 本の土質柱状図を比較することを考える。すなわち、2 つの推移回数行列  $T_1 = [n(i, j, 1)]$  と  $T_2 = [n(i, j, 2)]$  を比較することを考える。ここに、状態空間は 4 種類としたので、 $i, j=1, 2, 3, 4$  である。

各推移回数の行和を  $\sum_j n(i, j, k) = n(i, k)$ 、各行和の確率が 1 となる条件を  $\sum_j p(j|i, k) = 1$  と表すと、確率  $[p(j|i, k)]$  の下で推移回数  $[n(i, j, k)]$  が得られる確率は 4 項を持つ多項分布の  $(4 \times 2)$  個の積となる。

$$\text{Prob}\{[n(i, j, k)] | [p(j|i, k)]\} = \prod_{k=1}^2 \prod_{i=1}^4 \left\{ \frac{n(i, k)!}{\prod_{j=1}^4 n(i, j, k)!} \prod_{j=1}^4 p(j|i, k)^{n(i, j, k)} \right\} \quad (4)$$

この確率が、確率  $p(j|i, k)$  をパラメータとみなした時の対数尤度は次式となる。

$$L\{[p(j|i, k)]\} = K + \sum_{k=1}^2 \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 n(i, j, k) \cdot \log p(j|i, k) \quad (5)$$

ここに、 $K$  は式 (4) で  $p(j|i, k)$  に無関係となる項の対数部分である。

そして、2 本の土質柱状図（推移回数行列）を比較する場合のモデル（仮説）として、二通りのモデルが考えられる。第一の仮説は 2 本の土質柱状図の推移回数の分布は同一の母集団からのサンプルと考えるもの

である。この仮説をモデル1とすれば、次式を仮定することになる。

$$\text{モデル1 ; } p(j|i, k) = \theta(j|i) \quad (6)$$

この確率  $\theta(j|i)$  に対する確率の条件は、 $\sum_j \theta(j|i) = 1$  である。ここに、 $i, j = 1, 2, 3, 4$  である。このモデルの下での対数尤度ならびに最尤推定量は次式となる。

$$L\{\theta(j|i)\} = K + \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 \left\{ \sum_{k=1}^2 n(i, j, k) \right\} \cdot \log \theta(j|i) \quad (7)$$

$$\theta'(j|i) = \frac{\sum_k n(i, j, k)}{\sum_k n(i, k)} \quad (8)$$

式(7)の  $\theta(j|i)$  に式(8)を代入すれば、最大対数尤度が得られる。そして、このモデルのパラメータ数は  $(4 \times 4) = 16$  で、各行の確率の和が1という4つの条件があるので、自由パラメータ数は12となる。従って、このモデルについて定数項を無視した赤池情報量を  $AIC'(1)$  とすれば、次式で表される。

$$AIC'(1) = -2 \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 \left[ \left\{ \sum_{k=1}^2 n(i, j, k) \right\} \cdot \log \theta'(j|i) \right] + 2 \times 12 \quad (9)$$

次に、第二の仮説は2本の土質柱状図の推移回数分布が別々の母集団からのサンプルと考えるものである。この仮説をモデル2とすれば、次式を仮定することになる。

$$\text{モデル2 ; } p(j|i, k) = \theta(j|i, k) \quad (10)$$

この確率  $\theta(j|i, k)$  に対する確率の条件は、 $\sum_j \theta(j|i, k) = 1$  である。ここに、 $i, j = 1, 2, 3, 4, k = 1, 2$  である。このモデルの下での対数尤度ならびに最尤推定量は次式となる。

$$L\{\theta(j|i, k)\} = K + \sum_{k=1}^2 \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 \{ n(i, j, k) \cdot \log \theta(j|i, k) \} \quad (11)$$

$$\theta'(j|i, k) = \frac{n(i, j, k)}{\sum_j n(i, k)} \quad (12)$$

式(11)の  $\theta(j|i, k)$  に式(12)を代入すれば、最大対数尤度が得られる。この場合のパラメータ数は32で、各行の確率の和が1という8つ条件があるので、自由パラメータ数は24となる。従って、このモデルの定数項を無視した赤池情報量を  $AIC'(2)$  とすれば、次式となる。

$$AIC'(2) = -2 \sum_{k=1}^2 \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 \left[ \{ n(i, j, k) \} \cdot \log \theta'(j|i, k) \right] + 2 \times 24 \quad (13)$$

以上の2つの仮説の内、 $AIC'(1)$  と  $AIC'(2)$  の数値の小さな仮説が採択されることになる。もしも、 $AIC'(1) < AIC'(2)$  ならば、2つの推移回数行列は同一の母集団からのサンプルと考えられ、2本の土質柱状図が類似していると判定される。また逆に、 $AIC'(1) > AIC'(2)$  ならば、2つの推移回数行列は別々の母集団からのサンプルと考えられ、2本の土質柱状図が異なるものと判定される。

以上示したように  $AIC$  によって2本の土質柱状図の比較が可能となるが、その計算事例を示すと次のようになる。後述の土質柱状図A, BならびにFの推移回数行列が  $T_A, T_B, T_F$  のように表され、これらの3つの推移回数行列を比較する  $AIC$  を計算すると、表-1のようになる。

$$T_A = \begin{pmatrix} 32 & 0 & 4 & 1 \\ 0 & 12 & 1 & 1 \\ 4 & 1 & 94 & 2 \\ 1 & 0 & 2 & 68 \end{pmatrix}, \quad T_B = \begin{pmatrix} 44 & 1 & 4 & 1 \\ 0 & 12 & 2 & 0 \\ 4 & 2 & 89 & 3 \\ 1 & 0 & 3 & 53 \end{pmatrix}$$

$$T_F = \begin{pmatrix} 41 & 5 & 1 & 0 \\ 4 & 44 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 30 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 89 \end{pmatrix}$$

表-1 赤池情報量の一覧表

比較対象	$AIC'(1)$ の値	判定	$AIC'(2)$ の値
$T_A, T_B$	328.24	<	340.44
$T_A, T_F$	336.84	>	332.24
$T_B, T_F$	358.00	>	352.53

この表より、土質柱状図AとBは類似しているが、AあるいはBとFは類似していないことがわかる。

さらに、土質柱状図の数が多くなっても、検討する仮説数が多くなるだけで同様の比較手法が適用できる。ただし、比較・検討する土質柱状図が増えると、検討する仮説の数は指数級数的に増加するため、解析が煩雑になる。たとえば、3本の土質柱状図を比較する場合には、検討する仮説は5組となる。すなわち、第一の仮説は3本の土質柱状図の推移回数分布が同一の母集団からのサンプルと考えるもので、第二の仮説は3つとも別々の母集団からのサンプルと考えるものである。そして、これらの中間的な第三の仮説として、任意の2本は同一であるが、残りの1本が異なる母集団からのサンプルと考えるもので、これは組合せ数として3組ある。

#### 4. 最新名古屋地盤図データベースによる類似性評価

今回、土質工学会中部支部が管理している「最新名古屋地盤図データベース」を入手することができたので、この中の土質柱状図を用いて解析を行う。最新名古屋地盤図<sup>7)</sup>を作成する段階で、名古屋市ならびにその周辺地区で実施された12,000本以上のボーリング資料が収集されている。その内、物理試験や力学試験が実施されているものや調査深度の深い土質柱状図が選択され、最終的にデータベースには4,190本が収録されている。土質柱状図の位置の表示方法は、メッシュ方式となっており、南北約110m、東西約140mの小区画内に土質柱状図が存在することを示している。データベースによって、柱状図長さの分布を調べたところ、柱状図長さが50m以上のものは約200本記載されており、その内比較的狭い地域に直線状に並んだ南北12本、東西7本（土質柱状図No.1とNo.Gは重ねてあるので全部で18本となる）の土質柱状図を解析の対象として選んだ。なお、解析は南北12本と東西7本に分けて行い、解析深度は層序構成に関係なく、標高+5mから-40mの45mの深度区間とした。

図-1には、南北12本（No.1～No.12）と東西7本（No.A～No.G）の位置メッシュを示してあるが、南北約2.4km、東西約1.7kmにわたって分布していることがわかる。図中には、名古屋地域地質断面図集<sup>8)</sup>に掲載されている地質断面図（南北E-E'断面ならびに東西5-5'断面）の位置図も示してある。

図-2および図-3には、今回解析した18本の土質柱状図と隣接する地質断面図<sup>8)</sup>が示してある。各土質柱状図には、マルコフ連鎖に基づいた推移回数行列が付記してある。また、地質断面図は、その断面線を中心として両側に東西約230m、南北約280mの範囲内の土質柱状図を利用し、地質学の専門家グループによって描かれたものである。その土質の凡例は粘土、砂、砂礫、礫となっている。また、この地質断面図に現れる層序区分は、盛土（B）、大曾根層（D<sub>4</sub>）、上部熱田層（D<sub>3U</sub>）、下部熱田層（D<sub>3L</sub>）、海部弥富層（D<sub>m</sub>）となっている。

まず解析に当たっては、南北断面と東西断面の別で、任意の2本を比較した場合の赤池情報量規準による判定を行った。そして、式(9)や式(13)で示される推移回数行列全体に関するAICのみではなく、各状態空間別のAICの判定も行った。さらに、隣接する3本ならびに4本の土質柱状図を一組とした解析も実施した。これらの解析結果が表-2から表-5に示してある。

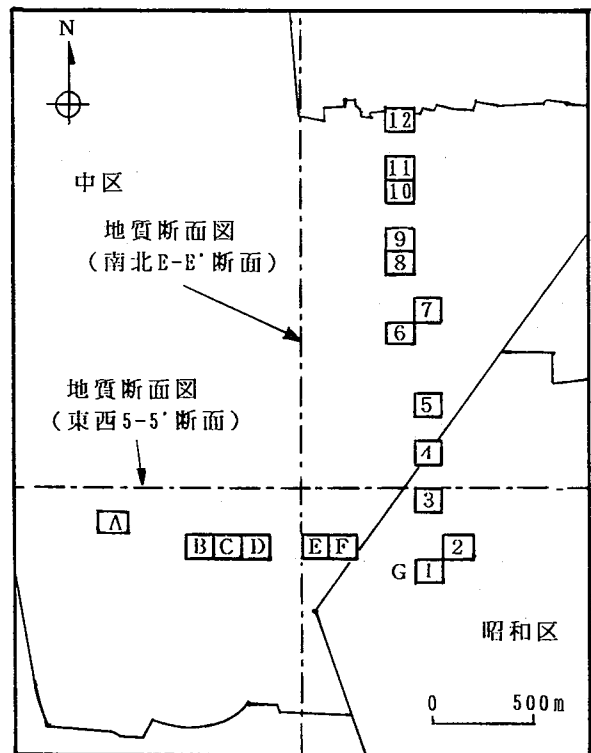


図-1 土質柱状図平面図

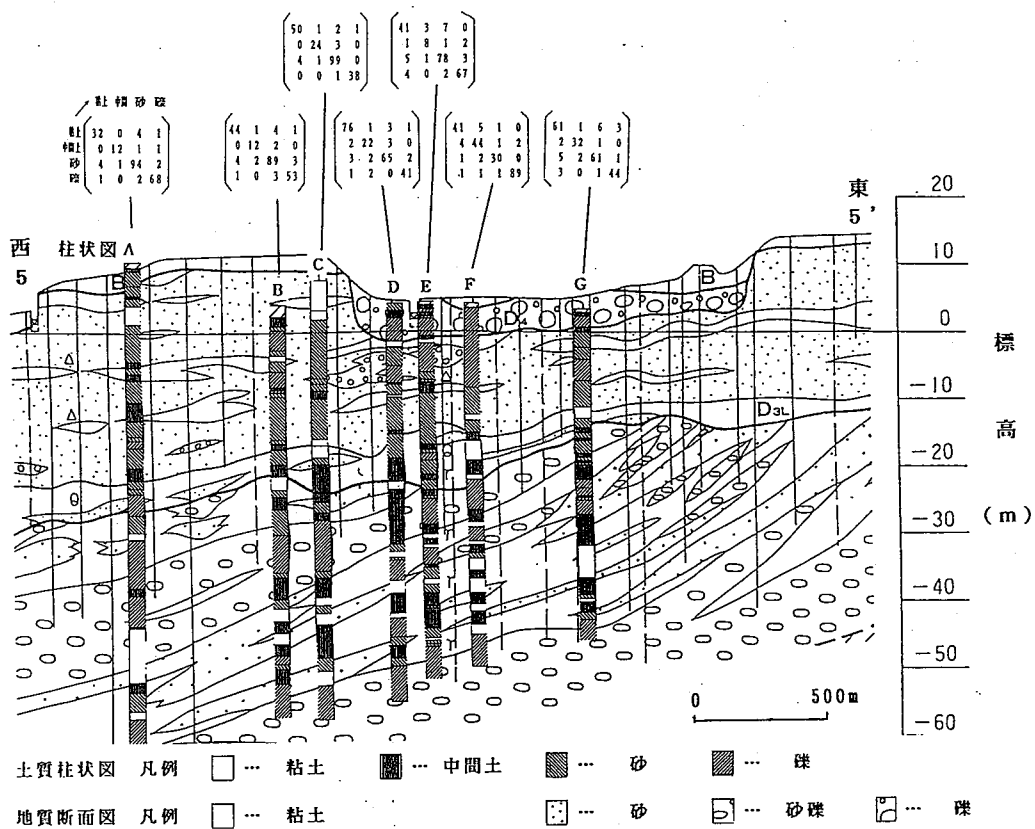


図-2 土質柱状図と地質断面図 (南北断面)

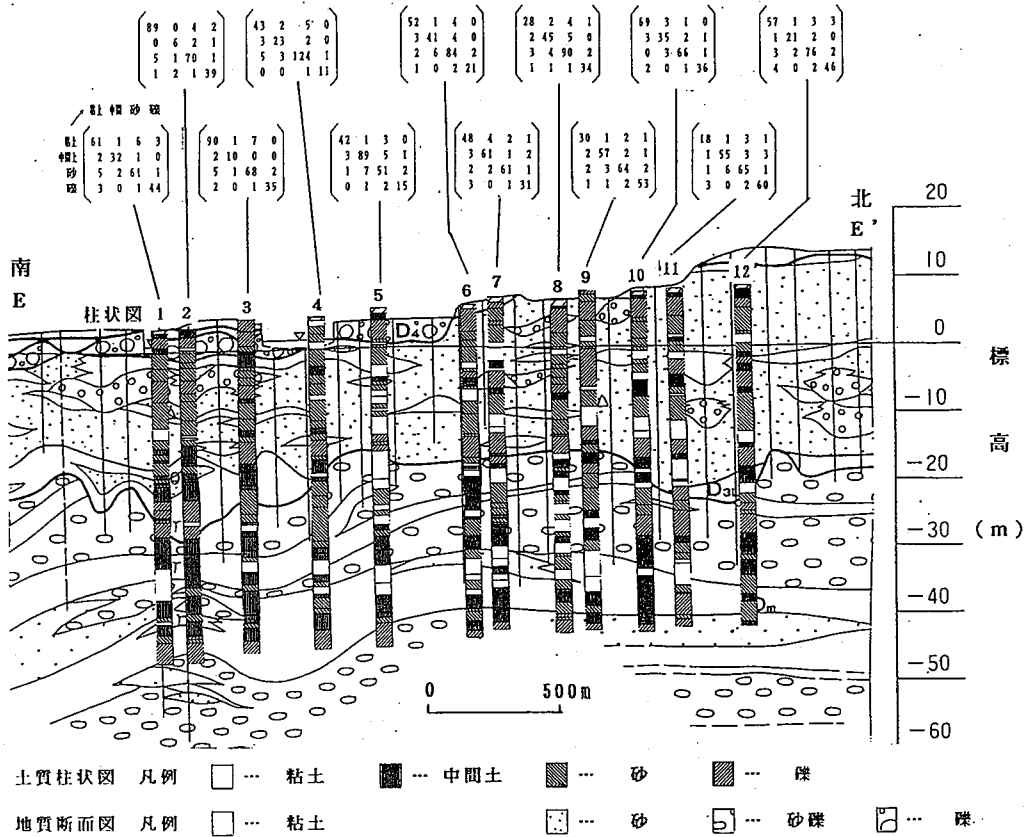


図-3 土質柱状図と地質断面図 (東西断面)

表-2は、南北断面の任意の2本の土質柱状図を比較した結果を示している。表中二重枠で示されている2本の土質柱状図の組合せは、 $AIC'(1) < AIC'(2)$ の場合を示している。すなわち、2つの推移回数行列は同一の母集団からのサンプルと考えられ、2本の土質柱状図が類似していると判定される場合である。逆に二重枠のない土質柱状図の組合せは、 $AIC'(1) > AIC'(2)$ の場合であり、2つの推移回数行列は別々の母集団からのサンプルと考えられ、2本の土質柱状図が異なるものと判定される場合である。この表より、多くの組合せで土質柱状図が類似していることがわかる。特に、土質柱状図No.7からNo.12までの6本はすべての組合せで類似していること、土質柱状図No.2を含む11組の組合せの内8組が異なるものと判定されていることが特徴的である。各状態空間別の判定結果を見ると、類似していないものは【中間土】の場合が多くなっており、【中間土】と区分した土質状態が地盤構造を複雑にしている原因と考えられる。特に、土質柱状図No.2を含む組合せのみを見ると、状態空間別に異なると判定された組合せ数は粘土8組、中間土10組、砂4組、礫4組となっており、やはり【中間土】や【粘土】が異なるものと判定される原因となっている。

表-3には、南北断面の隣接する3本ならびに4本を一組とした解析を示してある。この表では各組合せに対して、同一記号で示した土質柱状図どうしが類似していることを意味している。たとえば、組合せ1は土質柱状図No.1~No.3の3本を一組とした解析結果であるが、土質柱状図No.1とNo.3は類似しているが、土質柱状図No.2のみが異なっていることを示している。表-3より、隣接した土質柱状図でも、No.2が異なると判定されていることが明らかである。また、No.6以降の土質柱状図の比較ではすべてが類似していると判定されている。これらの結果は表-2に示した2本ずつの比較結果と合致している。

表-4には東西断面の任意の2本を比較した場合を示し、表-5には隣接する3本ならびに4本を一組とした解析結果が示してある。任意の2本の比較において、異なると判定される組合せ数が多くなっている土質柱状図はNo.FとNo.Cである。そして、これらの表から、東西7本の土質柱状図がNo.A~No.CとNo.D~No.Gの二つのグループに分けられることが明確である。

表-2 南北断面の土質柱状図の赤池情報量規準による判定結果 (2本比較)

1											
	2										
		3									
			4								
				5							
					6						
						7					
							8				
								9			
									10		
										11	
											12

- 表中の番号は土質柱状図番号を示す
- 二重枠で示した組合せは  $AIC'(1) < AIC'(2)$  の場合を示す  
二重枠のない組合せは  $AIC'(1) > AIC'(2)$  の場合を示す
- 表中の印 ( ) は各状態空間別のAIC判定結果を示す  
 $AIC'(1) > AIC'(2)$  の場合に下の印が付けてある  

	…	粘土		…	中間土
	…	砂		…	礫

表-3 南北断面の土質柱状図の赤池情報量規準による判定結果 (3本、4本比較)

比較本数	3										4								
	組合せ																		
柱状図	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
0 1	○										○								
0 2	●	●									●	●							
0 3	○	○	○								○	○	○						
0 4		○	○	○							○	○	○	○					
0 5			●	○	○						□	●	○	○					
0 6				○	○	○						○	○	○	○				
0 7					○	○	○						○	○	○			○	
0 8						○	○	○						○	○	○	○	○	
0 9							○	○	○						○	○	○	○	○
1 0								○	○	○						○	○	○	○
1 1									○	○							○	○	○
1 2										○								○	○

表-4 東西断面の土質柱状図の赤池情報量規準による判定結果 (2本比較)

A	□	□■	■▲	□	□	■
B	△	▲	■	□■△	■	
C	▲▲	■▲▲	□■	■▲		
D	■▲	□■	▲			
E	□▲▲	□■				
F	□					
G						

※表中の記号の意味は表-2と同じ

表-5 東西断面の土質柱状図の赤池情報量規準による判定結果 (3本、4本比較)

比較本数	3					4			
	組合せ								
柱状図	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	○					○			
B	○	○				○	○		
C	○	○	●			○	●	●	
D		○	○	○		●	○	○	○
E			○	○	○		○	○	○
F				○	●		○	○	○
G					○				○

5. あとがき

本報告では、マルコフ連鎖理論にしたがって土質柱状図をモデル化し推移回数行列で表せば、赤池情報量規準に基づき、土質柱状図の類似性を評価することができる論理を明らかにした。さらに、最新名古屋地盤図データベースの土質柱状図資料を用いて、直線的にならぶ南北12本、東西7本の実例の解析を実施した。今後は、最新名古屋地盤図データベースに記載されているその他の資料を解析し、名古屋地盤の複雑さを明確にして行きたい。なお、本研究には平成3年度文部省科学研究費(一般研究C)ならびに平成4年度中部電力基礎技術研究助成金の補助を得た。記して謝意を表す。

## 参考文献

- 1) 板橋一雄：土質柱状図のモデル化に関する研究，地盤工学におけるリスク評価手法に関するシンポジウム発表論文集，土質工学会，pp.1～6，1987.
- 2) 板橋一雄、山本忠久：マルコフ連鎖モデルによる柱状図の類似性評価，第1回地盤工学シンポジウム論文集，土質工学会中部支部，pp.55～62，1989.
- 3) 内藤充則、板橋一雄：柱状図の比較に対する土質状態区分の影響，平成3年度土木学会中部支部研究発表会講演概要集，pp.328～329，1992
- 4) 内藤充則、板橋一雄：柱状図のモデル化と赤池情報量規準による類似性評価，第27回土質工学会研究発表会平成4年度発表講演集，1992
- 5) 森村英典、高橋幸雄：マルコフ解析（OAライブラリー18），日科技連出版社，1979
- 6) 坂元慶行、石黒真木夫、北川源四朗：情報量統計学，共立出版，1983
- 7) 土質工学会中部支部編著：最新名古屋地盤図、名古屋地盤図出版会、1988
- 8) 土質工学会中部支部編著：名古屋地域地質断面図集、名古屋地盤図出版会、1987