

## 1. まえがき

不飽和状態にある土塊の内部では、土粒子接点付近に水の表面張力によりメニスカスを形成する場合が少なくない。このメニスカスのため空隙空気圧  $u_a$  と空隙水圧  $u_w$  に圧力差が生じ、土粒子接平面に対し垂直方向の圧縮力が働く。不飽和状態の土塊には外部からの力のほかにこの内的に発生した圧縮力が作用するため、挙動の予測が飽和土の場合よりも難しくなる。この圧縮力を生じさせる空隙圧差のことをサクション  $S (= u_a - u_w)$  と呼ぶ。サクションは今述べたような圧縮力として働き、有効応力の一部として考えられる。一方、サクションが作用するとサクションによる付加的な圧縮力のためせん断抵抗が増し、土塊全体の剛性が増加する。この剛性の変化は力学定数の変化として考えることができる。

土質力学における不飽和土の研究は、飽和土の有効応力の考え方を不飽和土へと拡張することから始まっている。次に示すビショップの有効応力式<sup>1)</sup>はこの考え方に基づいている。

$$\sigma' = \sigma - u_w + \chi (u_a - u_w) \quad (1)$$

ただし、 $\sigma'$  : 有効応力、 $\sigma$  : 全応力、 $\chi$  : 土の応力履歴等による係数、 $u_a$  : 空隙空気圧、 $u_w$  : 空隙水圧。

上式はサクションによる圧縮力の評価方法の一つと考えられるが、前述の力学定数の変化については考えておらず、このためコラプス挙動（水浸にともなう体積圧縮挙動）を表現することはできなかった。ビショップ以後サクションによる力学定数の変化を評価するために、サクションを一つの応力変数として考えた不飽和土の構成式に関する研究がなされている。軽部ら<sup>2)</sup>はサクションをダイレイタンス補正後の破壊時の  $p \sim q, r'$  関係より決められるサクション力  $f(S)$  により評価し、それに基づく Cam clay 型の構成モデルを提案している。また、アロンソら<sup>3)</sup>はサクションを独立変数としてそのまま取り入れた修正 Cam clay 型の構成モデルを提案している。しかし、これらの研究は三軸圧縮条件 ( $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$ ) 下の挙動を対象としていられると考えられ、相異なる3主応力下での不飽和土の挙動を予測しようとするものではない。

拡張された空間滑動面理論<sup>4)</sup>（以後、拡張SMP理論と略す）は粘着成分を有する摩擦性材料の挙動を表現できるものである。そして、不飽和土もサクションにより粘着成分を有する摩擦性材料と考えられるので、拡張SMP理論を適用できる可能性がある。もし、その適用が可能であれば、不飽和土の相異なる3主応力下での挙動をも予測可能であると考えられる。本研究はこれらの点をふまえて、拡張SMP理論の不飽和土への適用性について検討することを目的としている。そしてその第一段階として、過去に行われた不飽和粘性土の三軸圧縮試験結果について検討を加える。なお、有効主応力としては以後  $\sigma_i' = \sigma_i - u_w$  ( $i=1, 2$  and  $3$ ) を用いるものとする。

## 2. 拡張SMP理論

摩擦性材料としての土の破壊規準であるモール・クーロン規準は最大・最小主応力により規定され、一般の応力状態である相異なる3主応力下には適用することはできない。そこで松岡ら<sup>5)</sup>は、空間滑動面 (Spatially Mobilized Plane; SMP) 上のせん断・垂直応力比に基づく破壊規準を提案した。この規準は、モール・クーロン規準を3次元応力空間に拡張したのと考えられる。そして、SMP上の応力～ひずみ関係に着目した空間滑動面理論 (SMP理論) は、粘着成分のない砂や正規圧密粘土などに対して適用することが可能

であることが実証されている。一方、粘着成分のある材料については、破壊時のモールの応力円の包絡線が  $\sigma$  軸上に負の接点を持つ。(この絶対値をボンド応力  $\sigma_0$  と呼ぶ。)そこで、 $\sigma$  軸を  $\sigma_0$  だけ平行移動した  $\hat{\sigma}$  軸上での空間滑動面(拡張された空間滑動面; 拡張 SMP)に注目するならば、従来の SMP 理論がそのまま粘着成分を有する摩擦性材料にも適用できることが予想される(図-1 参照)。この時、新しい座標系における主応力  $\hat{\sigma}_i$ 、応力不変量  $\hat{J}_i$ 、拡張 SMP の方向余弦  $\hat{a}_i$  はそれぞれ次式で表される。

$$\hat{\sigma}_i = \sigma_i + \sigma_0 \quad (i=1, 2 \text{ and } 3) \quad (2)$$

$$\left. \begin{aligned} \hat{J}_1 &= \hat{\sigma}_1 + \hat{\sigma}_2 + \hat{\sigma}_3 \\ \hat{J}_2 &= \hat{\sigma}_1 \hat{\sigma}_2 + \hat{\sigma}_2 \hat{\sigma}_3 + \hat{\sigma}_3 \hat{\sigma}_1 \\ \hat{J}_3 &= \hat{\sigma}_1 \hat{\sigma}_2 \hat{\sigma}_3 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$$\hat{a}_i = \sqrt{\frac{\hat{J}_3}{\hat{\sigma}_i \hat{J}_2}} \quad (4)$$

また、拡張 SMP 上の垂直応力、せん断応力、垂直ひずみ増分、せん断ひずみ増分はそれぞれ次式で与えられる。

$$\hat{\sigma}_{SMP} = \hat{\sigma}_1 \hat{a}_1^2 + \hat{\sigma}_2 \hat{a}_2^2 + \hat{\sigma}_3 \hat{a}_3^2 \quad (5)$$

$$\hat{\tau}_{SMP} = \sqrt{(\hat{\sigma}_1 - \hat{\sigma}_2)^2 \hat{a}_1^2 \hat{a}_2^2 + (\hat{\sigma}_2 - \hat{\sigma}_3)^2 \hat{a}_2^2 \hat{a}_3^2 + (\hat{\sigma}_3 - \hat{\sigma}_1)^2 \hat{a}_3^2 \hat{a}_1^2} \quad (6)$$

$$d\hat{\epsilon}_{SMP} = d\epsilon_1 \hat{a}_1^2 + d\epsilon_2 \hat{a}_2^2 + d\epsilon_3 \hat{a}_3^2 \quad (7)$$

$$\frac{d\hat{\gamma}_{SMP}}{2} = \sqrt{(d\epsilon_1 - d\epsilon_2)^2 \hat{a}_1^2 \hat{a}_2^2 + (d\epsilon_2 - d\epsilon_3)^2 \hat{a}_2^2 \hat{a}_3^2 + (d\epsilon_3 - d\epsilon_1)^2 \hat{a}_3^2 \hat{a}_1^2} \quad (8)$$

なお、この拡張 SMP に対して従来の SMP\* の考え方を適用する<sup>9)</sup>(これを拡張 SMP\* と名付ける)ならば、垂直ひずみ増分、せん断ひずみ増分はそれぞれ次式で与えられる。

$$d\hat{\epsilon}_{SMP}^* = d\epsilon_1 \hat{a}_1 + d\epsilon_2 \hat{a}_2 + d\epsilon_3 \hat{a}_3 \quad (9)$$

$$d\hat{\gamma}_{SMP}^* = \sqrt{(d\epsilon_1 \hat{a}_2 - d\epsilon_2 \hat{a}_1)^2 + (d\epsilon_2 \hat{a}_3 - d\epsilon_3 \hat{a}_2)^2 + (d\epsilon_3 \hat{a}_1 - d\epsilon_1 \hat{a}_3)^2} \quad (10)$$

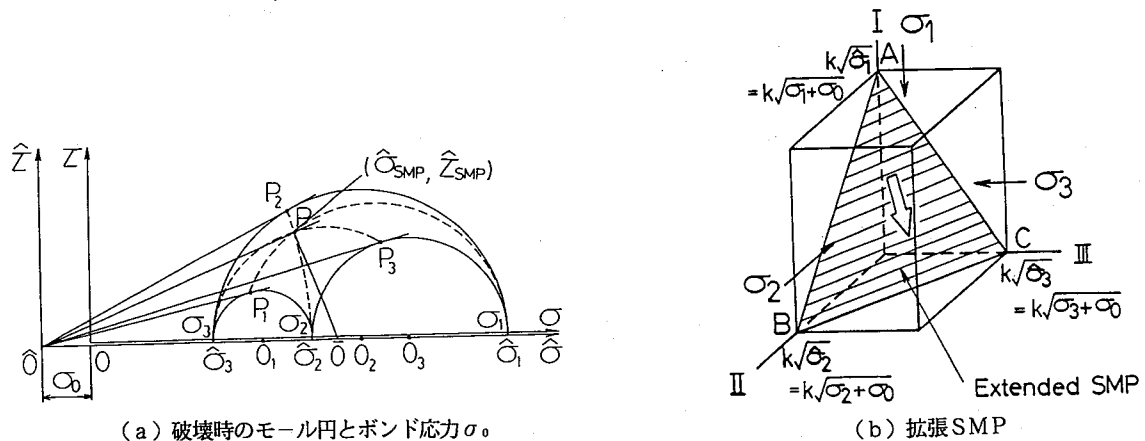


図-1 ボンド応力と拡張 SMP

### 3. 実験結果および考察

実験はすべて神戸大学で行われたものである。実験に用いられた試料は、信楽粘土 ( $G_s = 2.56$ 、 $w_L = 58.0\%$ 、 $I_p = 35.4$ ) とカオリン粘土 ( $G_s = 2.70$ 、 $w_L = \text{約} 40.0\%$ 、 $I_p = \text{約} 12$ ) である。実験には不飽和土用に改良された三軸試験機を使用している。試料を最適含水比よりも乾燥側の含水比に調整して、4つ割りモールド内でミニチュアコンパクターにより締め固めた。なお、締め固め時の圧力は、信楽粘土で  $9.6 \text{ kgf/cm}^2$ 、カオリン粘土で  $\text{約} 3.2 \text{ kgf/cm}^2$  であった。その後成形して、直径  $3.5 \text{ cm}$ 、高さ  $8 \text{ cm}$  の供試体を

得た。実験の応力径路としては、 $S (=u_a - u_w: \text{サクシオン})$  および  $p (= (\sigma_1 + 2\sigma_2) / 3 - u_a: \text{間隙空気圧を差し引いた平均有効主応力})$  の段階载荷による等方圧縮過程の後、 $S$ 、 $p$  一定条件の排水せん断試験を、信楽粘土では三軸圧縮 ( $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$ )・三軸伸張 ( $\sigma_1 = \sigma_2 > \sigma_3$ ) 条件で、カオリン粘土は三軸圧縮 ( $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$ ) 条件で行っている。

図-2 は破壊時のモール円より得られるボンド応力  $\sigma_0$  のサクシオン  $S$  に伴う変化を示している。この図を見ると、信楽粘土では飽和してボンド応力のない飽和状態から  $S$  の増加にともない  $\sigma_0$  が増加し、 $S = 0.7 \text{ kgf/cm}^2$  付近からその増加の傾向が緩やかになっているのがうかがわれる。この初期の直線部分では式(1)の  $\alpha = 1$  が成立するものと考えられる。一方、カオリン粘土ではこのような初期の直線部分は見られない。これは、供試体の初期サクシオンが影響していると考えられる。図-3~6 は信楽粘土の三軸圧縮・三軸伸張試験結果をサクシオンごとに整理したものである。各図において、(a)は主応力比~主ひずみ関係を(b)は正八面体面上でのせん断・垂直応力比~せん断ひずみ~垂直ひずみ関係を、(c)は拡張SMP上でのせん断・垂直応力比~せん断ひずみ~垂直ひずみ関係を、(d)は拡張SMP上でのせん断・垂直応力比~垂直・せん断ひずみ増分比関係をそれぞれ示している。三軸圧縮と三軸伸張の試験結果を比較すると、(b)図の正八面体面上での整理では両者に違いが見られるが、(c)、(d)図の拡張SMP上の整理では両者は一致する傾向を示している。また、(d)図の応力比~ひずみ増分比関係において、図中の実線は縦軸切片  $\hat{\alpha} = 0.3$ 、傾き  $\hat{\lambda} = 1.0$  の直線を示している。この直線に対して、サクシオンの大きさにかかわらず三軸圧縮・三軸伸張の実験結果が合致する傾向を示している。このような傾向は粘着成分のある過圧密粘土やセメント混合砂の結果と同様である<sup>7)</sup>。図-7、8 は、拡張SMP上でのせん断・垂直応力比~せん断ひずみ~垂直ひずみ関係と、応力比~ひずみ増分比関係をSMP\*の考え方<sup>6)</sup>を用いて整理し直したものである。図-8中の実線は縦軸切片  $\hat{\alpha} = 0.35$ 、傾き  $\hat{\lambda} = 1.0$  の直線を示している。 $S = 0 \text{ kgf/cm}^2$  (飽和状態)の場合以外はこの直線に対して三軸圧縮・三軸伸張の実験結果がほぼ合致する傾向を示している。図-9は、カオリン粘土の三軸圧縮試験結果について、拡張SMP上での応力比~ひずみ増分比関係を整理したものである。図-10は同様の試験結果について、拡張SMP\*の考え方<sup>6)</sup>により整理を行ったものである。図-9中の実線は縦軸切片  $\hat{\alpha} = 0.3$ 、傾き  $\hat{\lambda} = 0.8$ 、図-10中の実線は縦軸切片  $\hat{\alpha} = 0.35$ 、傾き  $\hat{\lambda} = 0.7$  の直線である。これらの図を見ると、拘束応力の大きさにかかわらず解析結果は図中の直線付近に位置する傾向にあることがわかる。

以上のことより、拡張SMPを用いて整理を行えばせん断時の応力条件や拘束応力の大きさにかかわらず応力比~ひずみ増分比関係が唯一的に決定されるようである。すなわち、他の粘着成分を有する材料と同様に、不飽和粘性土に対しても拡張SMP理論が適用されると考えられる。

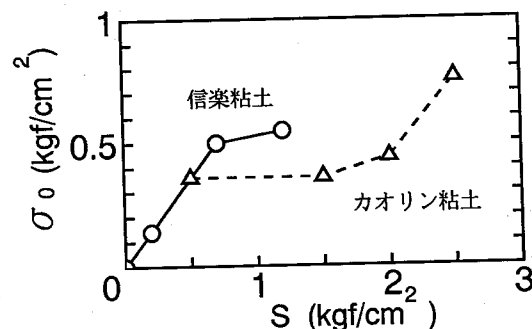


図-2  $\sigma_0$ とサクシオンの関係

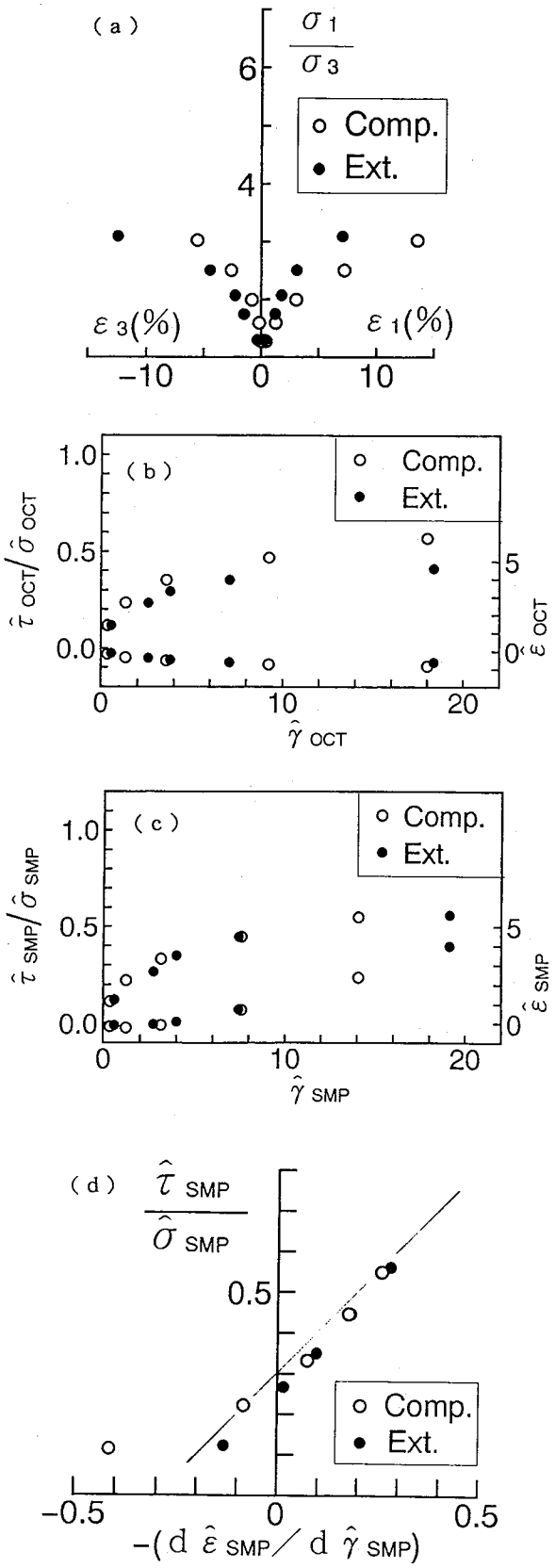


図-3 信楽粘土の解析結果  
 $S = 0 \text{ kgf/cm}^2$   $\sigma_o = 0 \text{ kgf/cm}^2$

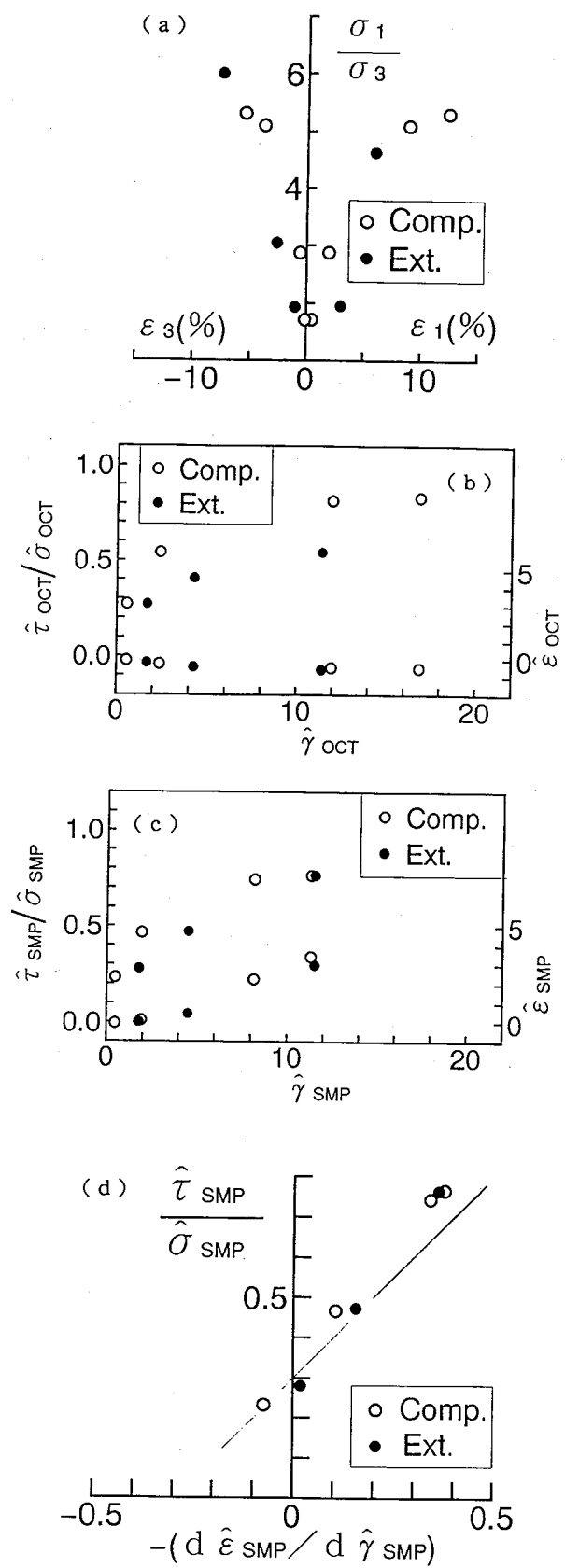


図-4 信楽粘土の解析結果  
 $S = 0.2 \text{ kgf/cm}^2$   $\sigma_o = 0.14 \text{ kgf/cm}^2$

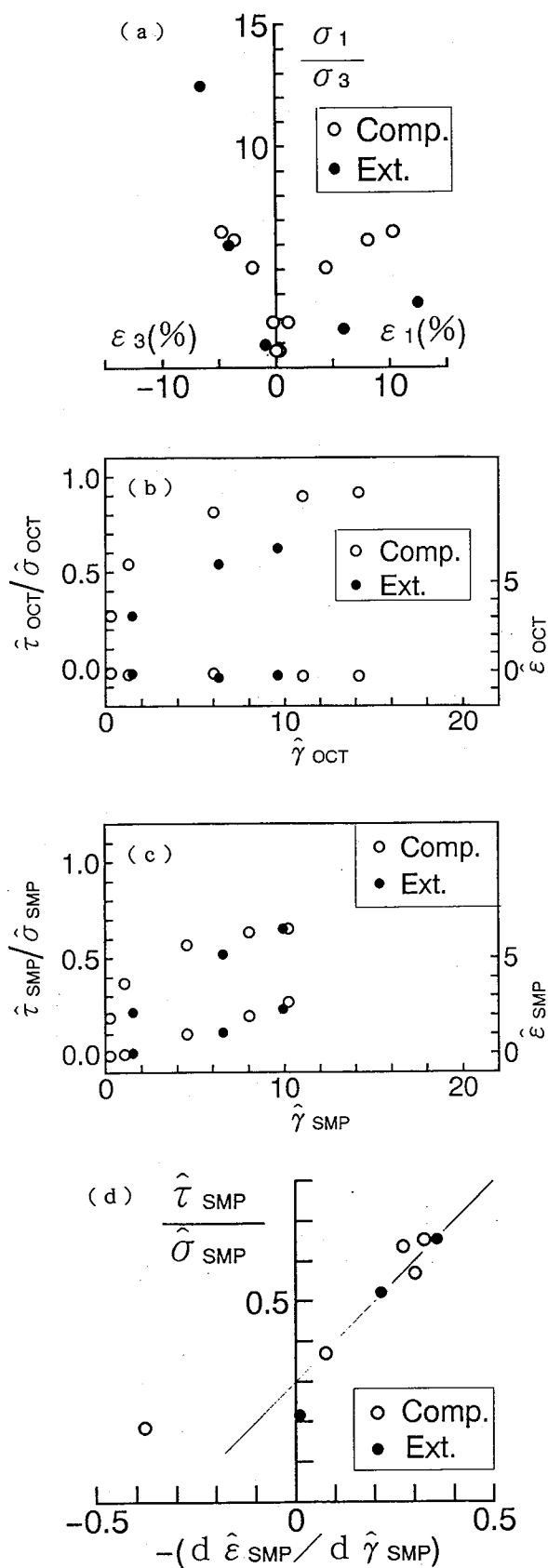


図-5 信楽粘土の解析結果  
 $S = 0.7 \text{ kgf/cm}^2$   $\sigma_o = 0.50 \text{ kgf/cm}^2$

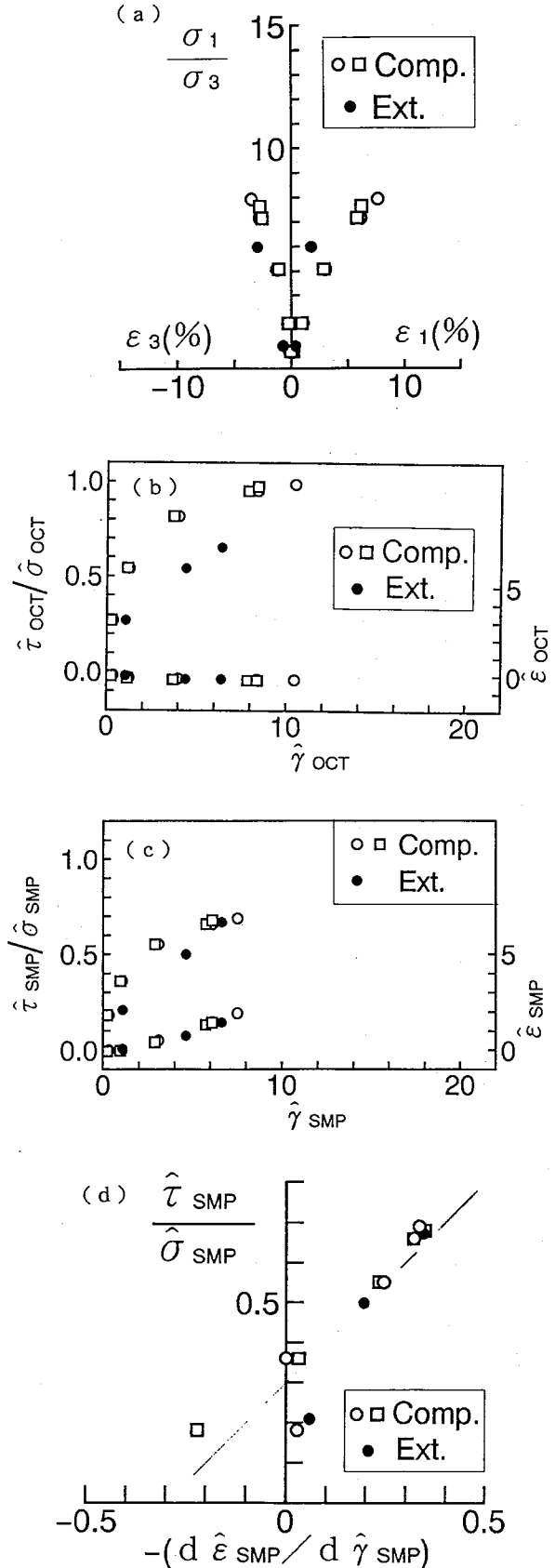
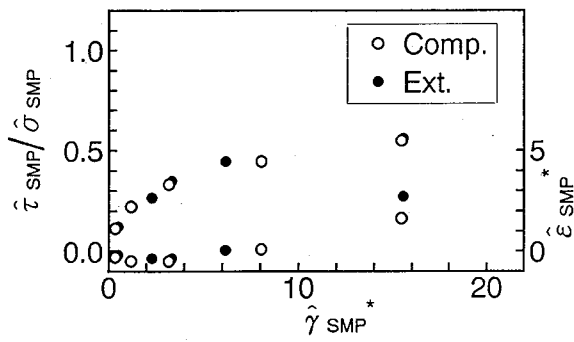
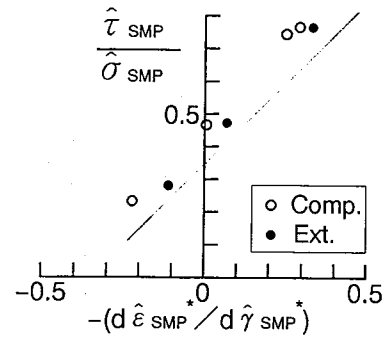


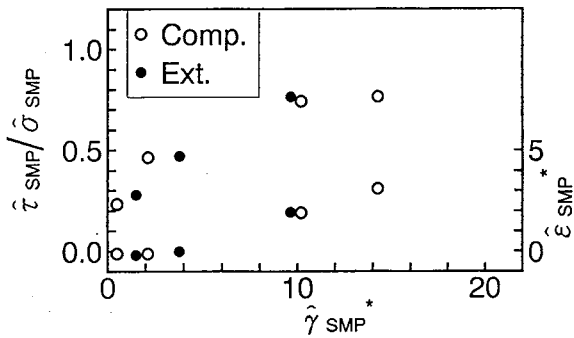
図-6 信楽粘土の解析結果  
 $S = 1.2 \text{ kgf/cm}^2$   $\sigma_o = 0.55 \text{ kgf/cm}^2$



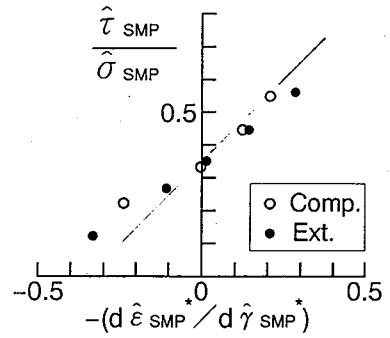
(a)  $S = 0 \text{ kgf/cm}^2$   $\sigma_o = 0 \text{ kgf/cm}^2$



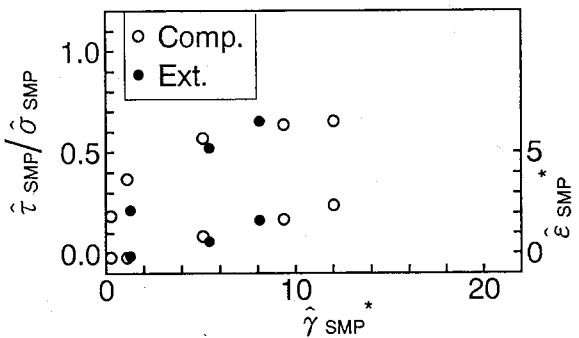
(a)  $S = 0 \text{ kgf/cm}^2$   $\sigma_o = 0 \text{ kgf/cm}^2$



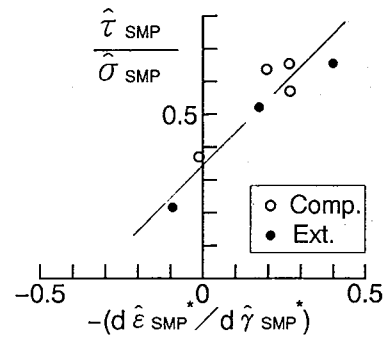
(b)  $S = 0.2 \text{ kgf/cm}^2$   $\sigma_o = 0.14 \text{ kgf/cm}^2$



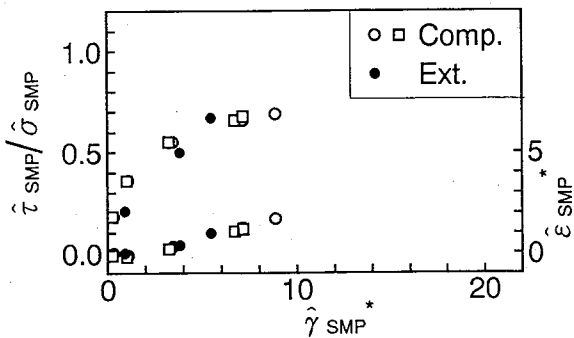
(b)  $S = 0.2 \text{ kgf/cm}^2$   $\sigma_o = 0.14 \text{ kgf/cm}^2$



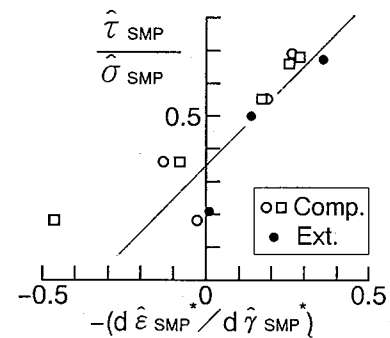
(c)  $S = 0.7 \text{ kgf/cm}^2$   $\sigma_o = 0.50 \text{ kgf/cm}^2$



(c)  $S = 0.7 \text{ kgf/cm}^2$   $\sigma_o = 0.50 \text{ kgf/cm}^2$



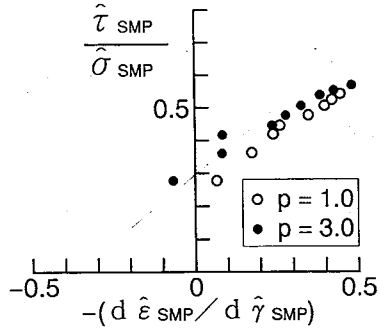
(d)  $S = 1.2 \text{ kgf/cm}^2$   $\sigma_o = 0.55 \text{ kgf/cm}^2$



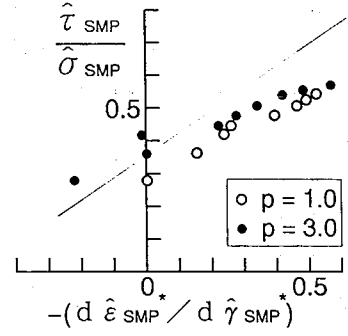
(d)  $S = 1.2 \text{ kgf/cm}^2$   $\sigma_o = 0.55 \text{ kgf/cm}^2$

図-7 信楽粘土の拡張SMP\*による  
応力比~せん断ひずみ~垂直ひずみ関係

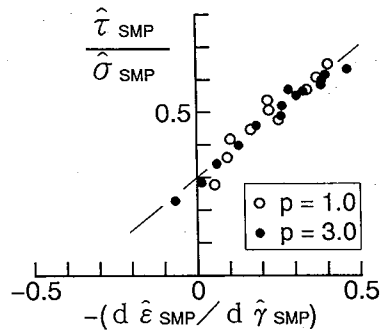
図-8 信楽粘土の拡張SMP\*による  
応力比~ひずみ増分関係



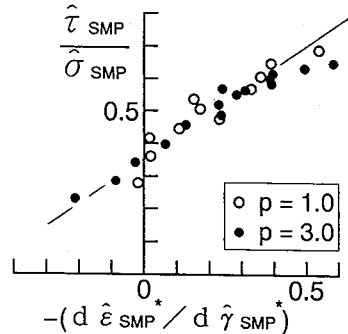
(a)  $S = 0.5 \text{ kgf/cm}^2$   $\sigma_0 = 0.36 \text{ kgf/cm}^2$



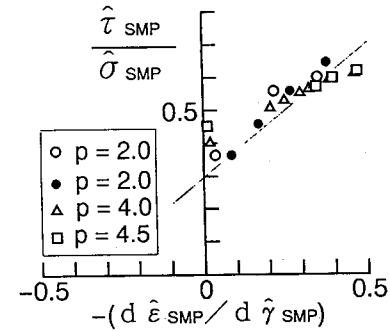
(a)  $S = 0.5 \text{ kgf/cm}^2$   $\sigma_0 = 0.36 \text{ kgf/cm}^2$



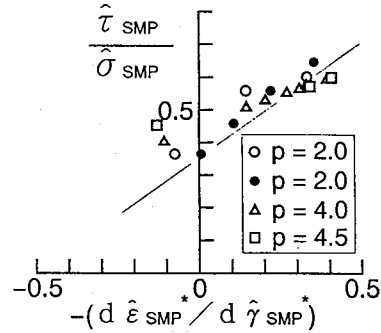
(b)  $S = 1.5 \text{ kgf/cm}^2$   $\sigma_0 = 0.36 \text{ kgf/cm}^2$



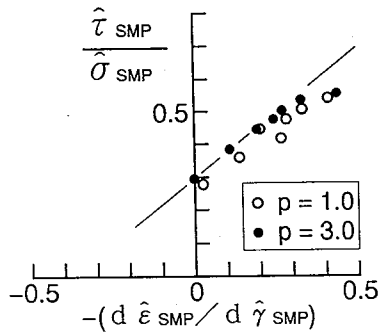
(b)  $S = 1.5 \text{ kgf/cm}^2$   $\sigma_0 = 0.36 \text{ kgf/cm}^2$



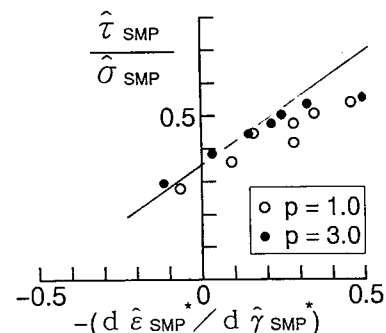
(c)  $S = 2.0 \text{ kgf/cm}^2$   $\sigma_0 = 0.44 \text{ kgf/cm}^2$



(c)  $S = 2.0 \text{ kgf/cm}^2$   $\sigma_0 = 0.44 \text{ kgf/cm}^2$



(d)  $S = 2.5 \text{ kgf/cm}^2$   $\sigma_0 = 0.76 \text{ kgf/cm}^2$



(d)  $S = 2.5 \text{ kgf/cm}^2$   $\sigma_0 = 0.76 \text{ kgf/cm}^2$

図-9 カオリン粘土の拡張SMPによる  
応力比~ひずみ増分関係

図-10 カオリン粘土の拡張SMP\*による  
応力比~ひずみ増分関係

### 3. まとめ

不飽和粘性土の排水三軸試験におけるせん断試験結果に対して、拡張SMP理論を用いて検討を加えた。そして、粘着成分を有する過圧密粘土やセメント混合砂の場合と同様に、拡張SMP理論が適用される可能性が見いだされた。このことは、不飽和粘性土のせん断挙動を予測する構成式の分野に一つの役割を果たすものと考えられる。しかし、データ数が少なく応力径路が単純であることを考えれば、結論とするには不十分である。このため、データの蓄積とともに応力履歴（サクシジョン履歴等）の影響等を検討する必要がある。また不飽和土の構成式を完成するためには、コラプスを含めた等方圧縮時の挙動に対する表現が必要であることは当然であり、以上のことを今後検討してゆきたい。

### 謝辞

本論文における全ての実験データは、神戸大学工学部土質力学研究室において数年間にわたり行われた実験により得られたものである。貴重なデータを提供して頂いた神戸大学工学部 軽部大蔵 教授に末尾ながら深く感謝致します。

### 参考文献

- 1) Bishop, A.W. et al. : Factors controlling the strength of partly saturated cohesive soils, Proc. ASCE Colorado Conf., pp.503-532, 1960.
- 2) 軽部大蔵 他 : 不飽和土の三軸圧縮状態における降伏関数, 土木学会論文集, No.406, pp.205-212, 1989.
- 3) Alonso, E.E. et al. : A constitutive model for partially saturated soils, Geotechnique, Vol.40, pp.405-450, 1990.
- 4) 松岡 元 他 : 粘着成分を有する摩擦性材料の構成則、第25回土質工学研究発表会、No.243、pp.657-658、1990.
- 5) Matsuoka H. and Nakai T. : Relationship among Tresca, Mises, Mohr-coulomb and Matsuoka-Nakai failure criteria, Soil and Foundations, Vol.25, No.4, pp.123-128, 1985.
- 6) Matsuoka H. et. al. : A General Failure Criterion and Stress-Strain Relation for Granular Materials to Metals, Soil and Foundations, Vol.30, No.2, pp.119-127, 1990.
- 7) 松岡 元、孫 徳安 : 粘着成分を有する摩擦性材料としての各種セメント混合砂の変形・強度特性、第3回地盤工学シンポジウム、土質工学中部支部、pp.141-148、1991.