

# 個別要素法によるアルミ棒積層体の一面せん断試験シミュレーション

(株)大林組技術研究所 正会員 ○山本 修一  
名古屋工業大学 正会員 松岡 元

## 1. はじめに

個別要素法<sup>1)</sup>を粒状体解析に適用し、その変形・破壊のメカニズムを微視的見地から明らかにしようとする試みが行われるようになってきた<sup>2)</sup>。しかし、個別要素法の粒状体解析への適用性は十分検証されておらず、また、そのための解析技術は確立していない。粒状体のふるまいを支配するさまざまな要因のうち、最も支配的であると考えられるのは「粒状性」であるから、アルミ丸棒やガラスビーズのような粒状性のみで理想化された材料の種々の条件下でのふるまいを個別要素法により定量的に表現できることが実証されれば、個別要素解析が粒状体の変形・降伏・破壊のメカニズムを解明するための強力な手段の一つとなる。さらには、数値解析によって粒状体の構造的な要因（粗密、粒度分布、構造異方性等）、あるいは材料的な要因（粒子物性、粒子形状等）などの粒状体挙動への影響を定量的に明らかにすることが可能となる。

そこで、個別要素法の定量的検証試験の第一ステップとして等径アルミ丸棒を規則配置した一面せん断試験およびその個別要素解析を行い、両者が定性的・定量的に非常に良く一致することを示した<sup>3)</sup>。ここでは、2種径のアルミ丸棒積層体（不規則配置）の一面せん断試験およびその個別要素解析により、個別要素法の粒状体解析への適用性を検討する。

なお、用いた解析コードは粒状体個別要素解析プログラム（GRADIA 2D）<sup>4)</sup>である。

## 2. 一面せん断試験

### 2.1 試験方法

一面せん断試験装置は、長方形断面を有し、下部可動・上部固定式のものを用いた（写真-1参照）。供試体は、長さ5cm、直径0.5cmおよび0.9cmの2種類のアルミ丸棒を混合重量比が3：2の割合でランダムに配置して作製した（写真-1参照）。

試験は上載圧0.5kgf/cm<sup>2</sup>（0.49×10<sup>8</sup>dyn/cm<sup>2</sup>）で行い、せん断（水平）変位(x)と加圧板中央の鉛直変位(y)および作用せん断力を測定した。なお、せん断箱の内側にはアルミ丸棒との摩擦角がわかっているアルミ板を貼っている。実験は同一条件で粒子配置を変えて3ケース行った。

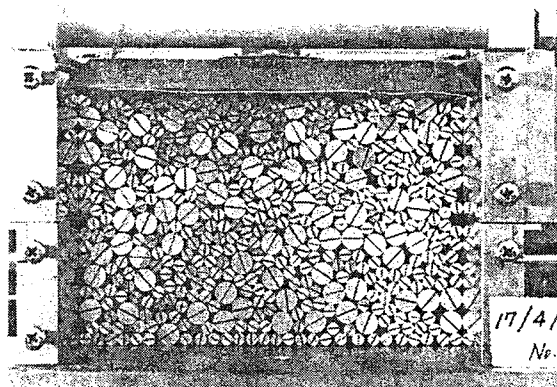


写真-1 アルミ丸棒積層体の一面せん断試験

### 2.2 せん断箱周面摩擦の影響

一面せん断試験から得られる粒状体のせん断強度には、せん断箱の周面摩擦の影響が含まれることが知られている<sup>5)</sup>。筆者らは、せん断箱内の粒状体に作用する力を簡略化して考えれば、「加圧板は鉛直方向、水平方向ともに自由で、回転も許すが結果として大きく傾かない」という条件下で、実験から得られる見かけのせん断・垂直応力比 $(\tau/\sigma)_a$ （上載荷重に対するせん断箱で計測される作用せん断力の比）とせん断面上の真のせん断・垂直応力比 $(\tau/\sigma)_t$ との関係がせん断箱-粒子間の摩擦角を $\phi_{\mu w}$ として次式で近似できることを示し、等径アルミ丸棒規則配置の一面せん断試験の場合において、その妥当性を示した<sup>3)</sup>。

正のダイレタンシー発生時：

$$(\tau/\sigma)_t = (\tau/\sigma)_a / \{1 + (\tau/\sigma)_a \cdot \tan(\phi_{\mu w})\} \quad (1)$$

負のダイレタンシー発生時：

$$(\tau/\sigma)t = (\tau/\sigma)a / \{1 - (\tau/\sigma)a \cdot \tan(\phi\mu_w)\} \quad (2)$$

より一般性の高い本試験においても近似的に前式が成り立つかどうかについて、解析結果をもとに後述する。

### 3. 解析方法

#### 3.1 個別要素法

粒状体の粒子を円形の剛体要素と仮定し、図-1に示すように接触要素間の法線および接線方向に弾性バネと粘性ダッシュポットを配置することで要素間の相対運動による接触力を表現する。接触要素間の滑りは接線方向にセットされたクーロンの摩擦則に従うスライダにより考慮される。解析は各粒子の運動方程式をオイラー法により時間積分して進める。従って、解は積分時間増分  $\Delta t$  に関して条件付き安定となる。積分時間増分  $\Delta t$  に関してカンドル<sup>9)</sup>は次式を示した。

$$\Delta t < 2\sqrt{m/k} \quad (3)$$

ここに、 $m$ は粒子の質量、 $k$ はバネ定数である。これは1自由度系の運動方程式から導かれた条件であり、実際にはこれを目安に問題ごとに試行錯誤により決定せざるを得ない。筆者らは  $\Delta t$  による解の収束性とエネルギー保存（運動エネルギー、バネのひずみエネルギー、粘性により消費されるエネルギー、摩擦により消費されるエネルギー、ポテンシャルエネルギー、外力のなす仕事を考慮）に関する検証に基づいて  $\Delta t$  を決定している。

なお、せん断箱および加圧板は任意形状剛体要素でモデル化した。これは粒子間接触の場合と同様に、剛体要素と円形要素の接触点に弾性バネ、粘性ダッシュポット、スライダを配置して、両者の相対運動による接触力を表現するものである。

#### 3.2 材料定数とその決定方法

解析に必要な材料定数は、粒子の質量密度 ( $\rho$ )、粒子間摩擦角 ( $\phi\mu$ )、法線方向および接線方向バネ定数 ( $k_n$ および  $k_s$ )、法線方向および接線方向粘性定数 ( $\eta_n$ および  $\eta_s$ ) である。

ここでは、対象がアルミ丸棒でありその材料定数が明らかなので、 $k_n$ は次式に示す弾性2円柱および円柱と板の接触理論<sup>7)</sup>から算定し、 $k_s$ は表面に凹凸のある2円柱の接触理論<sup>8)</sup>に基づいて決定した。直径  $D$ 、ヤング率  $E$ 、ポアソン比  $\nu$  の弾性2円柱が単位長さ当たり荷重  $q$  で圧縮された場合のバネ係数は

$$k_n = \pi E / 2(1-\nu^2) \{2/3 + 2\ln(2D/b)\} \quad (4)$$

$$b = 1.6 \sqrt{\{qD(1-\nu^2)/E\}}$$

式(4)より  $k_n$ は接触力  $q$  および粒子直径  $D$  ( $q/D$ ) によって変化する。ここで、等径粒子のアルミ丸棒が接触する場合の  $k_n$  と  $q/D$  の関係を本実験で作用するであろう  $q$  の範囲を考慮してプロットしたものを 図-2に示す。図より、 $k_n$ は  $q/D$  の変化にあまり敏感でないことがわかる。従って、 $k_n$ は代表的な  $q/D$  における  $k_n$ を採用してよいと考えられる。

粘性定数は準静的な問題の場合には解を安定させる役割のみを担うので、一自由度系の臨界減衰定数を用いた。また、粒子間摩擦角は松岡ら<sup>9)</sup>によるアルミ丸棒間の摩擦試験結果から  $\phi\mu = 16(\text{deg.})$ とした。粒子間摩擦角の影響をみるために  $\phi\mu = 8(\text{deg.})$ を用いた解析も行った。

解析に用いた材料定数を 表-1に示す。

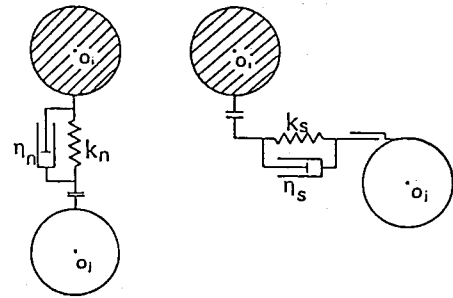


図-1 個別要素法の粒子間モデル

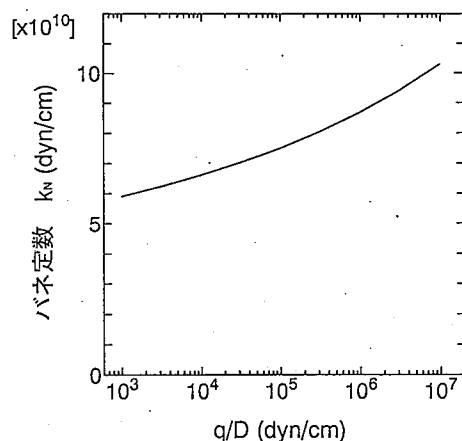


図-2 粒子間力 ( $q$ ) によるバネ定数 ( $k_n$ ) の変化

### 3.3 解析モデルとその作成方法

実験と解析の粒子の初期位置をできるだけ同じにするために、せん断前の実験写真を一眼レフ方式のハイバンドスチルカメラで撮り、2インチフロッピーディスクに格納された撮影画像をイメージデジタイザー内臓パソコンおよびエンジニアリングワークステーション (EWS) で画像処理して、粒子の中心座標と半径を数値化した。このとき2値画像から中心と半径を算定する方法は岡ら<sup>10)</sup>の方法を参考にした。レンズのひずみや画素数の制約から結果として接触している粒子が離れたり、粒子が若干重なるなどの誤差が現れたが、計算上、この粒子の重なりによる粒子間反発力 (接触力) は作用しないものとして、所定の上載圧および物体力を作用させて釣り合わせ、初期状態とした。この過程においても粒子が若干移動した。従って、以上の処理により作成された初期状態は実験における初期状態と同一ではないが、比較的近い状態であるとみなせる (図-3 参照)。

解析は3ケースの実験の全てに対して行った。

## 4. 実験結果と解析結果の比較

### 4.1 粒子の移動と回転

実験結果におけるせん断による各粒子の移動量を画像処理により数値化することを試みたが、粒子移動量に比して画像処理精度が悪いために、粒子移動量を適切に評価できなかったため、せん断中の実験写真をデジタイズすることで粒子移動量と回転量を計算した。

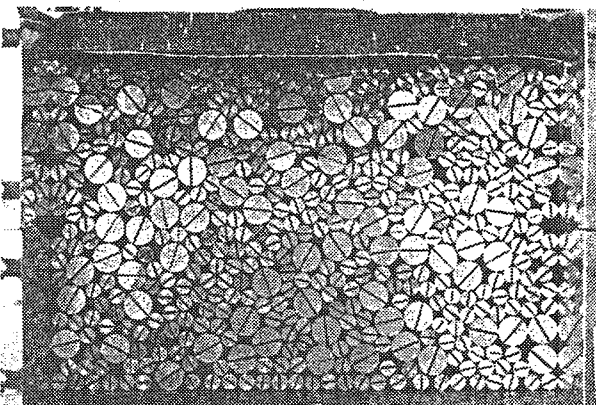
図-4 および図-5 にせん断 (水平) 変位 (x) が0.4cm における絶対変位ベクトルおよび回転量に関する実験結果と解析結果の比較を示す。変位ベクトル図のベクトル長は実際の粒子の移動量を2倍にして表している。変位に関して、下部せん断箱内のほとんどの粒子がせん断箱の移動に追従するように動いていること、せん断面中程の上部の粒子が乗り上がるように移動していること、せん断面両サイドで粒子が下方に落下していることなど、実験結果と解析結果は良く対応している。また、回転性状、回転量に関して両者は良く一致している。

### 4.2 せん断・垂直応力比～せん断 (水平) 変位～鉛直変位関係

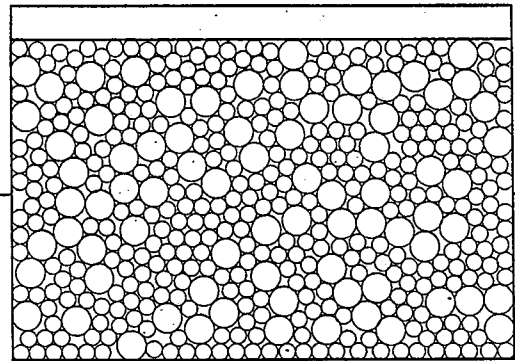
実験で鉛直変位量が最も小さかったケース (No. 1) と最も大きかったケース (No. 2) について、見かけのせん断・

表-1 解析に用いた材料定数

		粒子間	粒子-載荷板間
バネ定数 (dyn/cm)	法線方向 $k_N$	$9.0 \times 10^{10}$	$1.8 \times 10^{11}$
	接線方向 $k_S$	$3.0 \times 10^9$	$6.0 \times 10^9$
粘性定数 (dyn s/cm)	法線方向 $\eta_N$	$7.9 \times 10^5$	$1.1 \times 10^6$
	接線方向 $\eta_S$	$1.4 \times 10^5$	$2.0 \times 10^5$
摩擦角 (deg.)		16.0	16.0
粒子の質量密度 (g/cm <sup>3</sup> )		2.7	
粒子の直径 (cm)		0.9	
1 dyn = $1.02 \times 10^{-6}$ kgf			



(a)



(b)

図-3 実験および解析の初期粒子配置 : (a) 実験写真 ; (b) 解析モデル

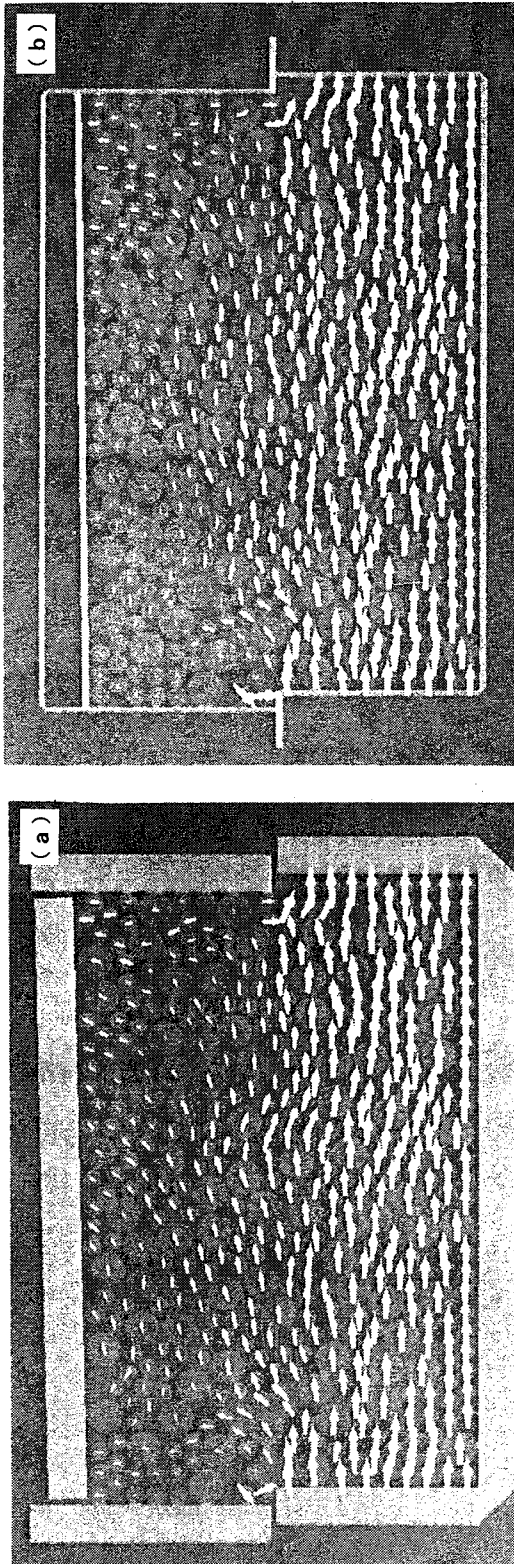


図-4 絶対変位の (a) 実験結果と (b) 解析結果の比較 (せん断変位  $x=0.4\text{cm}$ 、変位倍率=2倍)

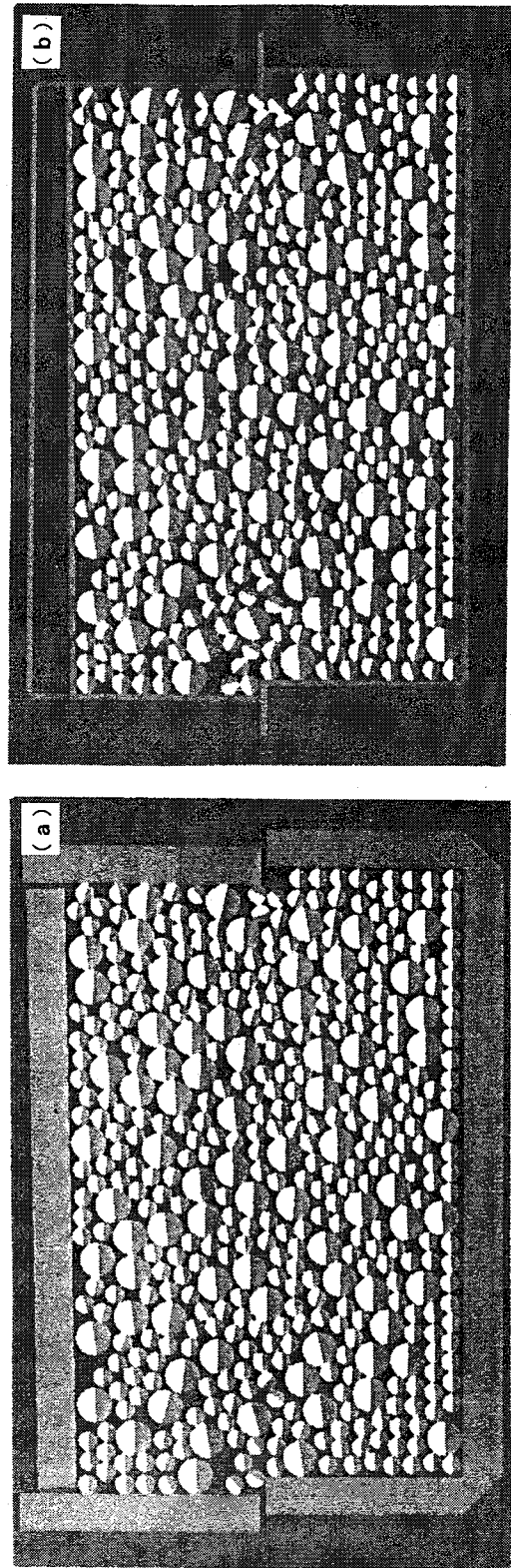


図-5 粒子回転の (a) 実験結果と (b) 解析結果の比較 (せん断変位  $x=0.4\text{cm}$ )

垂直応力比 $(\tau/\sigma)_a$ ～せん断（水平）変位 $(x)$ ～鉛直変位 $(y)$ 関係の実験結果と解析結果を比較して図-6に示す。また、図-7に解析で得られた真のせん断・垂直応力比 $(\tau/\sigma)_t$ （せん断面上における粒子間力の水平成分と垂直成分の比）～せん断（水平）変位関係を示す。解析における見かけのせん断・垂直応力比 $(\tau/\sigma)_a$ と真のせん断・垂直応力比 $(\tau/\sigma)_t$ との差はせん断箱周面摩擦の影響によるものである。図-6より、見かけのせん断・垂直応力比 $(\tau/\sigma)_a$ 、鉛直変位 $(y)$ ともに実験結果と解析結果は定量的にも良く一致していることがわかる。なお、図-6(b)のケースNo.2において、せん断変位 $(x)$ が0.4cmあたりで解析結果の見かけのせん断・垂直応力比 $(\tau/\sigma)_a$ が実験のそれより低くなっているのは、そのときの解析におけるせん断箱摩擦の影響が実験におけるせん断箱摩擦の影響に比べて小さくなったためである。このことは、図-6(b)と図-7(b)の解析結果における見かけのせん断・垂直応力比と真のせん断・垂直応力比の差が少なくなっていることからわかる。

#### 4.3 せん断・垂直応力比～鉛直・せん断変位増分比関係

筆者の一人は、粒状体の滑動面上のせん断・垂直応力比～垂直・せん断ひずみ増分比関係が粒状体のせん断変形挙動を表現する最も信頼し得る関係としている<sup>11)</sup>。また、一面せん断試験における鉛直・せん断変位増分比 $(\Delta y/\Delta x)$ はせん断面上の垂直・せん断ひずみ増分比と関連すると考えられる。そこで、本実験と解析における見かけのせん断・垂直応力比 $(\tau/\sigma)_a$ ～鉛直・せん断変位増分比 $(\Delta y/\Delta x)$ 関係を図-8に示した。また、解析

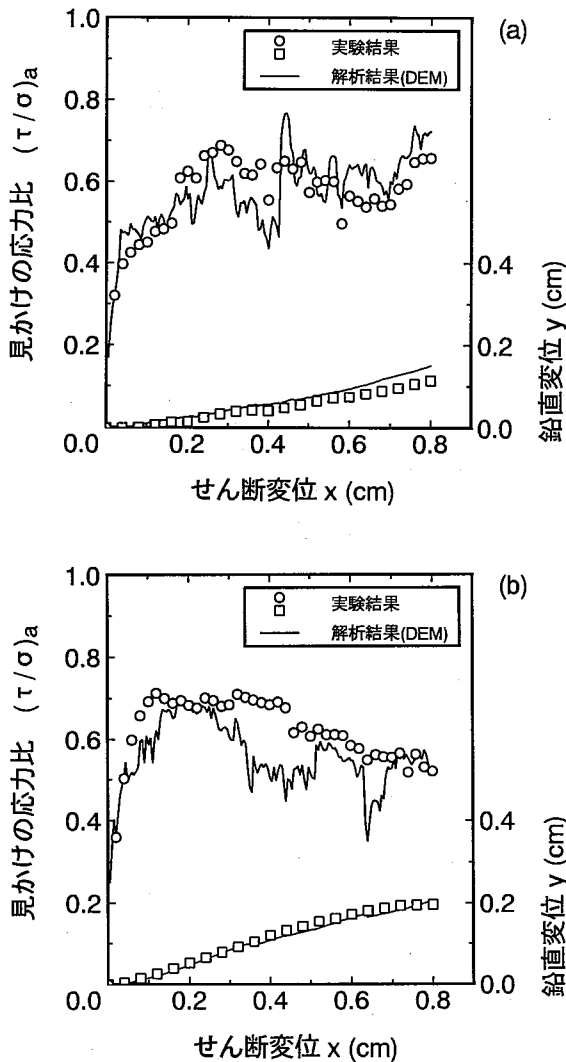


図-6 見かけのせん断・垂直応力比 $(\tau/\sigma)_a$ および鉛直変位 $(y)$ の実験と解析の比較：  
(a) ケースNo.1；(b) ケースNo.2

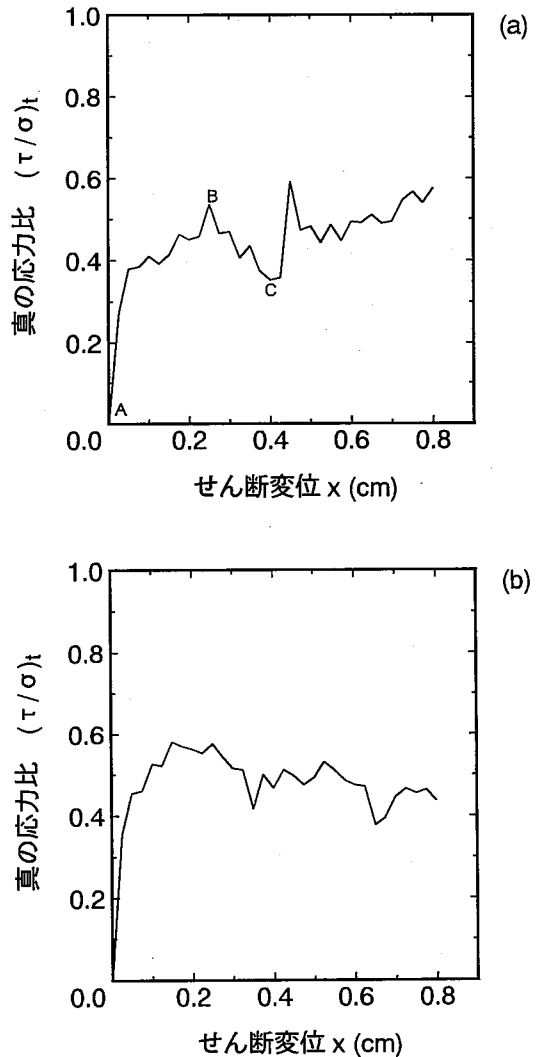


図-7 解析における真の応力比 $(\tau/\sigma)_t$ ：  
(a) ケースNo.1；(b) ケースNo.2

における真のせん断・垂直応力比 $(\tau/\sigma)_t$ ～鉛直・せん断変位増分比 $(\Delta y/\Delta x)$  関係を図-9に示す。これらは3ケースの実験結果および解析結果についてピーク時のせん断・垂直応力比までをプロットしたものである。図-8からせん断・垂直応力比～鉛直・せん断変位増分比関係においても、実験結果と解析結果がほぼ対応しているのが見られる。また、両図からせん断・垂直応力比～鉛直・せん断変位増分比関係が滑动面上のせん断・垂直応力比～垂直・せん断ひずみ増分比関係と同様に右上がりの直線で近似できるようであり、興味深い。

## 5. 解析結果の考察

### 5.1 粒子間摩擦角のせん断・垂直応力比への影響

粒子間摩擦角 $\phi_\mu=8(\text{deg.})$ の場合の解析結果を $\phi_\mu=16(\text{deg.})$ の場合と比較した例を図-10に示す。粒子間摩擦角が小さい場合にはせん断・垂直応力比も小さくなるのがわかる(3ケースとも同様の傾向を示した)。これは、粒状体のせん断強度が粒子間摩擦角の影響を受けるとする考え<sup>12)</sup>を支持している。

### 5.2 せん断箱周面摩擦のせん断・垂直応力比～せん断変位関係への影響

図-11に解析で得られた見かけのせん断・垂直応力比を式(1),(2)で補正したもの(実線)と、せん断面上の粒子間力から得られる真のせん断・垂直応力比(点線)とを比較して示す。両者が良く一致することから、一面せん断試験における見かけのせん断・垂直応力比と真のせん断・垂直応力比の関係は、今回の2種径アルミ丸棒の場合にも式(1),(2)で近似できるといえる。したがって、粒状体-せん断箱間の摩擦角 $(\phi_{\mu w})$ が推定でき

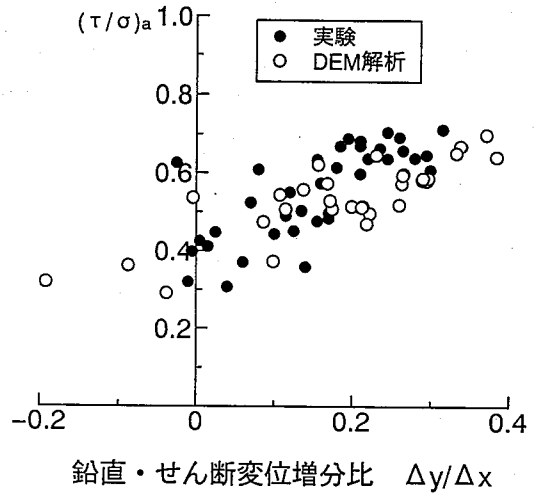


図-8 せん断・垂直応力比 $(\tau/\sigma)_a$ ～鉛直・せん断変位増分比 $(\Delta y/\Delta x)$ 関係の実験と解析の比較

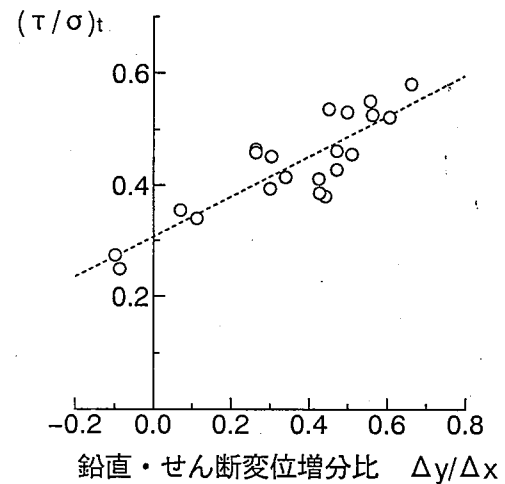


図-9 解析におけるせん断面でのせん断・垂直応力比 $(\tau/\sigma)_t$ ～鉛直・せん断変位増分比 $(\Delta y/\Delta x)$ 関係

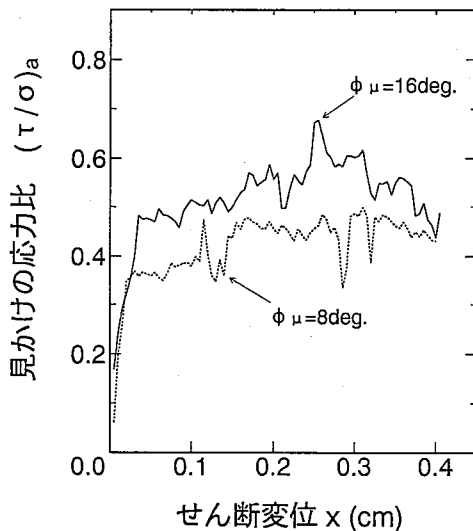


図-10 粒子間摩擦のせん断・垂直応力比への影響

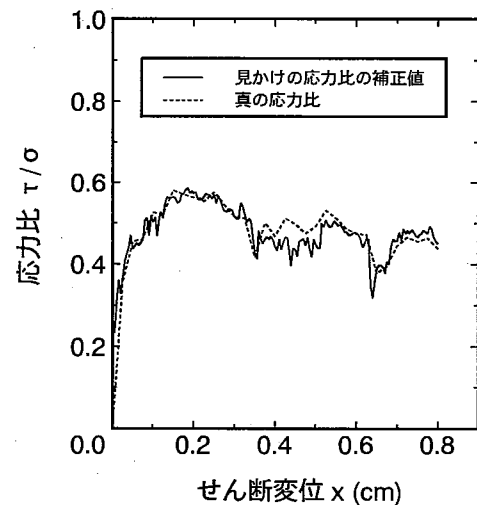
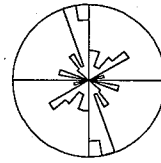
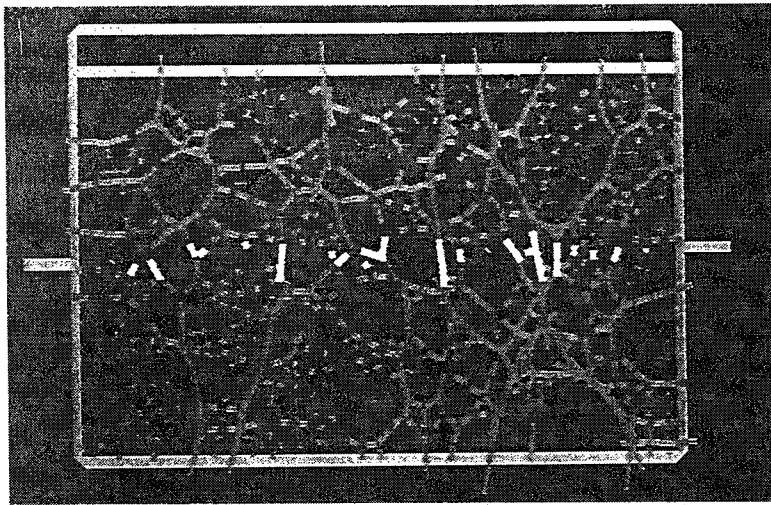
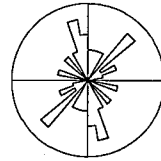
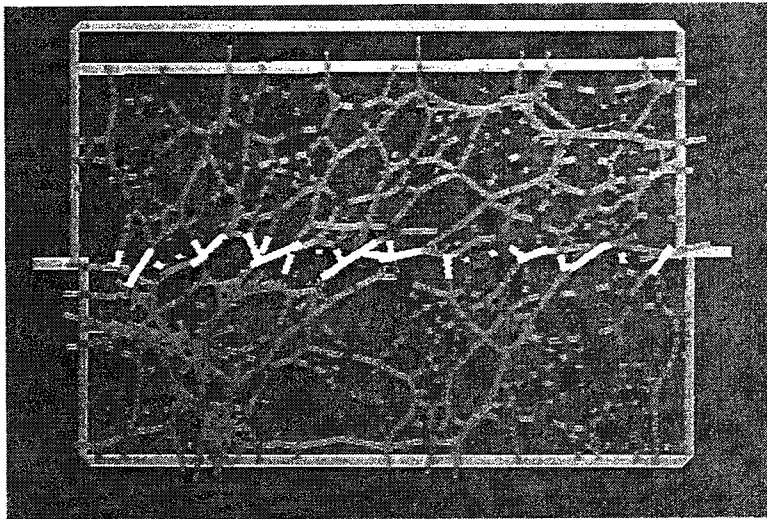
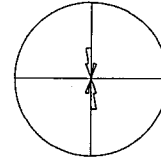


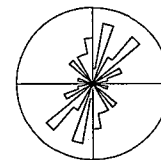
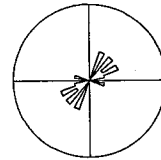
図-11 見かけの応力比(解析値)の補正值とせん断面における真の応力比(解析値)



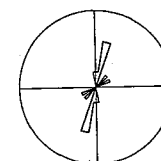
A点



B点



C点



(a)

(b)

図-12 せん断面の(a)粒子間力と(b)粒子接点角分布(上段:全接点,下段:しきい値以上の粒子間力の接点)  
(A点:初期状態, B点:せん断・垂直応力比のピーク時, C点:せん断・垂直応力比のピーク後)



れば式(1), (2) は一般の粒状体の一面せん断試験にも適用できるとされる。

### 5.3 粒子接点角分布と粒子間力

図-7に示すA点(初期状態)、B点(せん断・垂直応力比のピーク時)、C点(せん断・垂直応力比のピーク後)におけるせん断面の粒子接点角の度数分布と粒子間力図を図-12に示す。粒子接点角の度数分布はせん断面の全ての接点を対象とするもの(上段)とせん断面の接点のうち粒子間力が上載荷重の8%(しきい値)以上の接点を対象とするもの(下段)を示している。過去の研究<sup>13)</sup>によれば、せん断に伴って接点角の度数はせん断に抵抗しやすい角度(図の第1、3象限)の度数が増加し、ピーク強度発揮後もとの接点角分布に戻る傾向がある。今回の解析はせん断面における総接点数が少なすぎるためか、この傾向が顕著に現れていないが、しきい値以上の粒子間力を伝達する接点を対象とすればこの傾向がうかがわれる。また、粒子間力図から、せん断・垂直応力比のピーク時には初期状態と比べてせん断に抵抗しやすい角度で接する粒子間での粒子間力が増大して、せん断抵抗力が増加しているように見える。

## 6. まとめ

個別要素法の粒状体解析への適用性を検証するために、2種径のアルミ丸棒を不規則配置した一面せん断試験とその個別要素法によるシミュレーションを行い、「粒子の移動と回転」、「せん断・垂直応力比～せん断(水平)変位～鉛直変位関係」および「せん断・垂直応力比～鉛直・せん断変位増分比関係」に関して実験結果と解析結果を定量的に比較・検討した。その結果、本文に述べた方法で材料定数を設定すれば、個別要素法により丸棒積層体の静的挙動を定量的に表現し得ることがわかった。

粒状体の個別要素解析では、応力やひずみといった巨視的諸量だけでなく、実験では得難い粒状体内部の微視的諸量(粒子構造、粒子間力、粒子接点角、モービライズされた粒子間摩擦角、粒子移動量、粒子回転量等)を得ることが可能である。従って、個別要素法は粒状体の変形・降伏・破壊の微視的メカニズム、さらには微視的諸量と巨視的諸量の関係等を明らかにするための有効な手段となり得る。今後さらに種々の実験と個別要素解析により粒状体に対する個別要素法の適用性を検証しつつ、粒状体の力学特性について検討する予定である。同時に高速グラフィックスワークステーションによる個別要素法用プリ・ポスト処理システムの開発・整備を進め、微視的、巨視的諸量のビジュアル化によって現象の理解に役立たせたいと考えている。

## 参考文献

- 1) Cundall, P.A. : A computer model for simulating progressive large scale movement in blocky rock systems, Proc. Symp. Int. Soc. Rock Mech., Nancy 2, No.8, 1971.
- 2) 中瀬仁, 安中正, 栗田哲史, 片平冬樹, 興野俊也 : 平面ひずみ圧縮試験に対する個別要素法の適用, 第26回土質工学研究発表会, 1991.
- 3) 山本修一, 松岡元, 斎木清志 : 2次元粒状体の一面せん断試験による個別要素解析の検討, 第27回土質工学研究発表会, 1992.
- 4) 山本修一, 表佑太郎, 伯野元彦 : スーパーコンピュータを用いた個別要素法による岩砕地盤の動的挙動解析, 構造工学における数値解析法シンポジウム論文集, 第14巻, 1990.
- 5) 土質工学会 : 土質試験法, pp.433-461, 1979
- 6) Cundall, P.A, Strack, O.D.L : A discrete numerical model for granular assemblies, Geotechnique 29, No.1, pp.47-65, 1979.
- 7) Roark : Formulas for stress and strain, 4th edition, pp.319-321, 1965.
- 8) 船橋鉦一, 内藤正 : 接線力を受ける個体接触面の剛性について, 潤滑, 第20巻, 第11号, 1975.
- 9) 松岡元, 斎木清志 : 2次元粒状体(丸棒)の粒子間摩擦角( $\phi\mu$ )の一測定法, 第27回土質工学研究発表会, 1992.
- 10) 岡由剛, 堀井秀之, 山口栄輝 : アルミ棒による変形局所化とすべり面進展のモデル実験, 第26回土質工学研究発表会, 1991.
- 11) 松岡元 : 粒状体の変形と破壊, 粉体工学会誌, 第25巻, 第7号, 1988.
- 12) 松岡元, 大丸誠司, 當舎良章 : 粒子表面摩擦の異なる粒状体の変形・強度特性, 土木学会第46回年次学術講演会, 1991.
- 13) 村山朔郎, 松岡元 : 2次元モデルによる粒状体のせん断現象の微視的考察, 京大防災研究所年報第13号B, 1970.