

Kalman フィルタを用いた地盤挙動に関するパラメータ同定と平滑化

京都大学農学部

正会員 ○村上 章

同上

正会員 長谷川高士

(株)フジタ 技術研究所

正会員 小林 範之

1 はじめに

本文は、欠測を含む沈下データについて、Kalman フィルタにおける複数のアルゴリズムを適用し、モデルパラメータ同定と欠測値の補間を行うことを目的としている。沈下観測値にあてはめるモデルとして、ここでは浅岡モデルに立脚する。その理由として、観測途中での将来予測¹⁾や破壊予測²⁾がなされるといった応用範囲や理論的背景を、このモデルが有していることがあげられる。

浅岡法では等時間間隔の沈下記録に基づいて、モデルパラメータを観測中に決定して将来予測を行う。しかるに、実際にはデータの欠測、あるいはまた観測誤差が存在していて、モデルパラメータの決定、およびそれ以後の議論に影響を与える場合がある。これに対して、野津・坪井³⁾が簡略法を提案している。本文では、(拡張) Kalman フィルタを援用して、このような問題に対するデータ解釈の一方法を検討する。

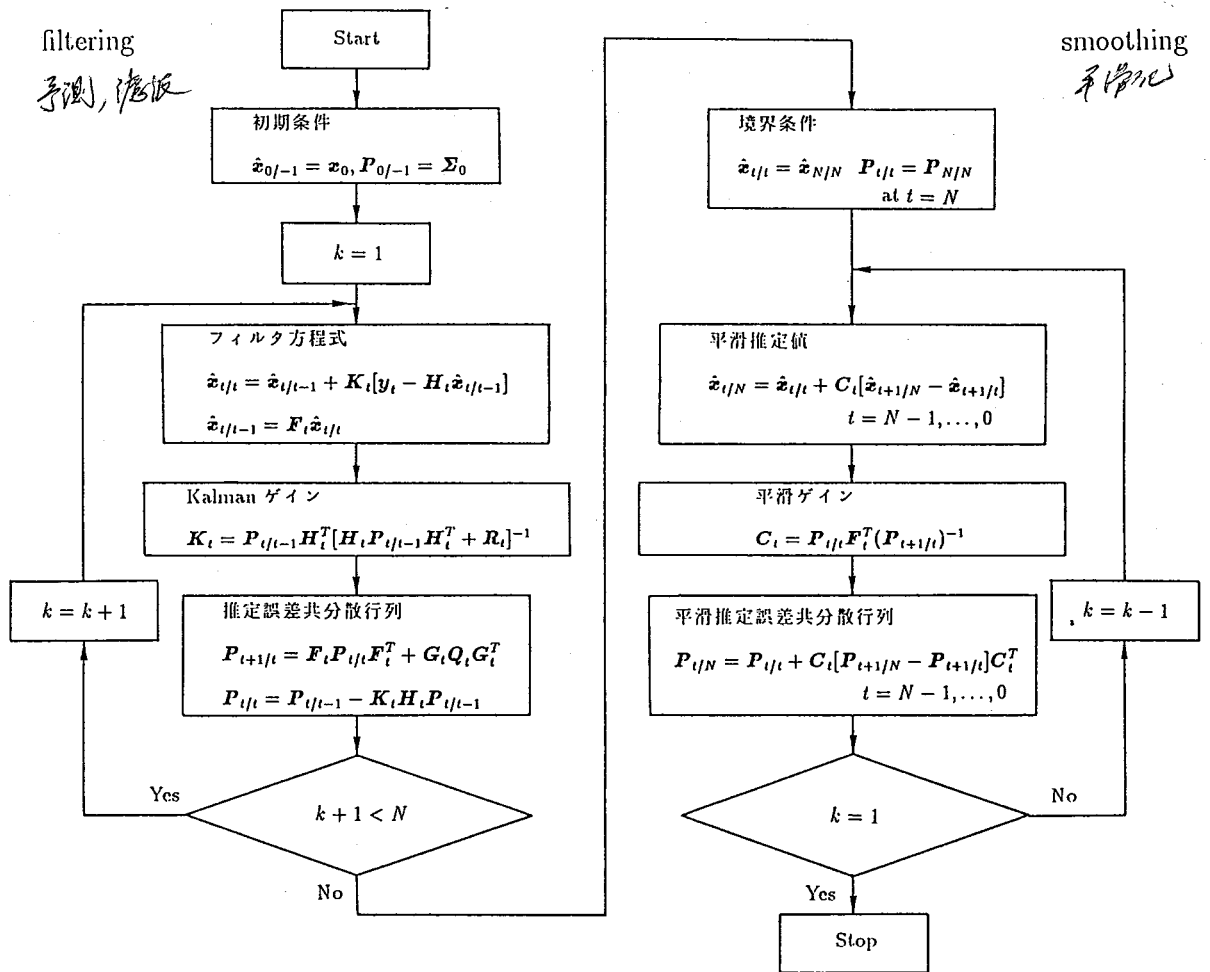


図 1 Kalman フィルタにおける予測と平滑化

Identification of parameters and smoothing of ground performances based on extended Kalman filtering technique: Akira Murakami, Takashi Hasegawa (Kyoto University) and Noriyuki Kobayashi (Fujita Co., Technical Research Division)

2 拡張 Kalman フィルタによる定式化

Kalman フィルタは、時刻 $t = t$ における観測値 y_t を得ることにより、どの時刻における状態量 x の推定値を与えるかで、異なる役割を果たす⁴⁾。すなわち、1) \hat{x}_{t+m} を与える：予測 (prediction)、2) \hat{x}_t を与える：濾波 (filtering)；3) \hat{x}_{t-m} を与える：平滑 (smoothing)。従来の研究における、Kalman フィルタを用いたパラメータ同定は、予測または濾波のアルゴリズムにより、これを実行していた⁵⁾。一方、平滑化の適用事例としては、拡散問題⁶⁾があげられるのみである。

ここで求めたいのは、モデルパラメータと欠測値の補間値である。そのために、上のアルゴリズムをどう利用するかについて述べるとともに、具体的な計算手順を示す。まず簡単のために、一次の浅岡モデル $\rho_i = \beta_0 + \beta_1 \rho_{i-1}$ をとり、沈下挙動にあてはめる。時刻 $t = i\Delta t$ で観測が得られない (欠測) 場合に対しては、ひとつ前の時刻 $t = (i-1)\Delta t$ の観測により得られた、現時刻での推定値 $\hat{\rho}_{i|i-1}$ を観測値のかわりに与える。このような処理により、モデルパラメータの同定を時間とともに進める。この過程では、Kalman フィルタの予測アルゴリズムを適用する。一方、欠測値の平滑化を行うために、時刻 $t = N\Delta t$ までパラメータ同定を進めた段階で、その時刻での諸量を '境界条件' として、Kalman フィルタの平滑化アルゴリズムにより推定する。予測および平滑化の数値計算上の流れを図 1 に示す。図の左側では、時間の進行とともに計算 (パラメータ同定) が行われ、時刻 $t = N\Delta t$ に達した段階で図の右側に移り、時間を遡りながら計算 (平滑化) が行われる。

したがって、このような欠測を含む地盤挙動に対しては、状態量としてパラメータ列 β とともに、沈下量 ρ_i 自身を与える必要がある。このとき、スカラ観測に対する観測式と状態式は、それぞれ (1) および (2) 式となる。この場合、 ρ_i を状態量に含めたために状態式が非線形となるので、1 次の Taylor 展開により近似する線形化過程を含んだ拡張 Kalman フィルタ⁴⁾をデータ解釈の手段として用いる。すなわち、状態式として式 (2) のかわりに、式 (3) を与える。したがって、図 1 における状態遷移行列 F_t 、および観測行列 H_t との対比は、式 (4) のようになる。

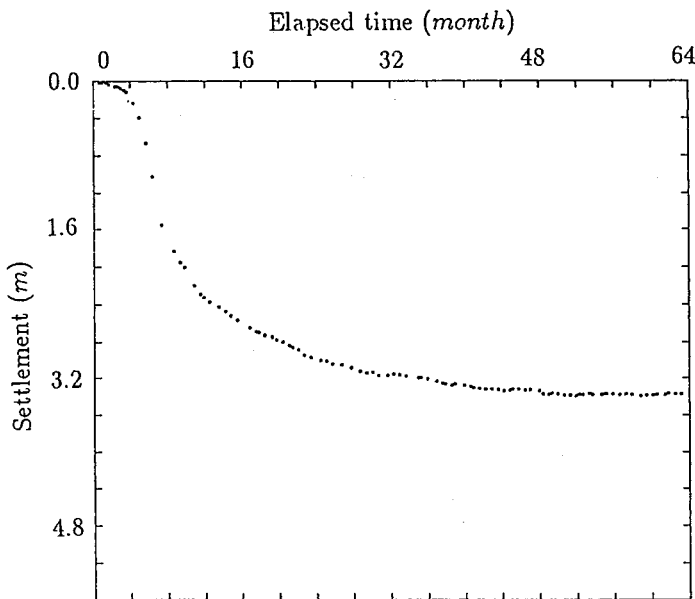


図 2 欠測を含む沈下観測

(観測式：)

$$y_t = H_t x_t = [100] \begin{Bmatrix} \rho \\ \beta_0 \\ \beta_1 \end{Bmatrix}_t \quad (1)$$

(状態式：)

$$x_{t+1} = \begin{Bmatrix} \rho \\ \beta_0 \\ \beta_1 \end{Bmatrix}_t = f(\rho, \beta_0, \beta_1)_t \quad (2)$$

$$x_{t+1} = f_t(\hat{x}_{t/t}) + \left(\frac{\partial f_t}{\partial x_t} \right)_{x=\hat{x}_{t/t}} (x_t - \hat{x}_{t/t}) + \approx F_t x_t + f_t(\hat{x}_{t/t}) - F_t \hat{x}_{t/t} \quad (3)$$

$$F_t = \left(\frac{\partial f_t}{\partial x_t} \right)_{x=\hat{x}_{t/t}}, \quad H_t = [100] \quad (4)$$

3 数値計算

沈下データを図2に示す。実際に観測された沈下記録から任意に約半分のデータを取り去り、欠測データを仮想的に作成した。

このデータに前節でいう計算手順を適用する：1) 予測アルゴリズムに基づいて、パラメータ同定を時間とともに進める。欠測時には一時刻前で得られた沈下量推定値を、その該時点での観測値として充填する；2) 観測の途中を起点として、平滑化アルゴリズムを適用し、欠測値を補間する。得られているデータ数が少ない場合のように、必要があれば計算をくりかえし実行する。

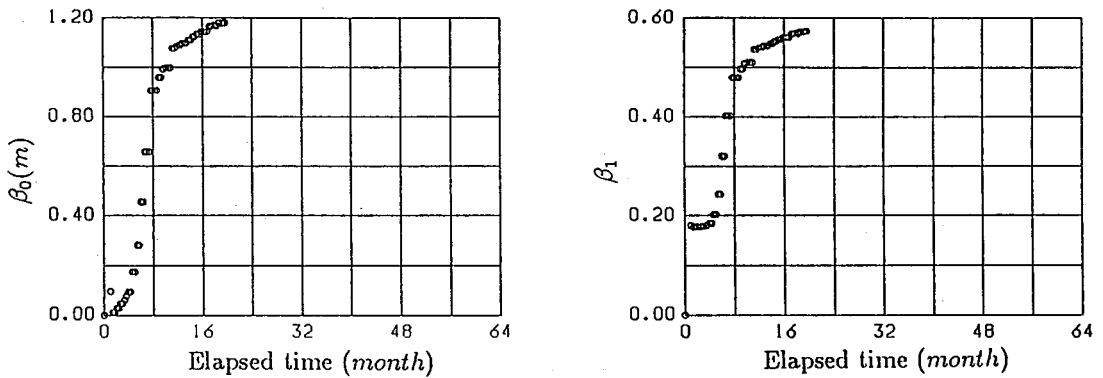


図3 パラメータ同定経過

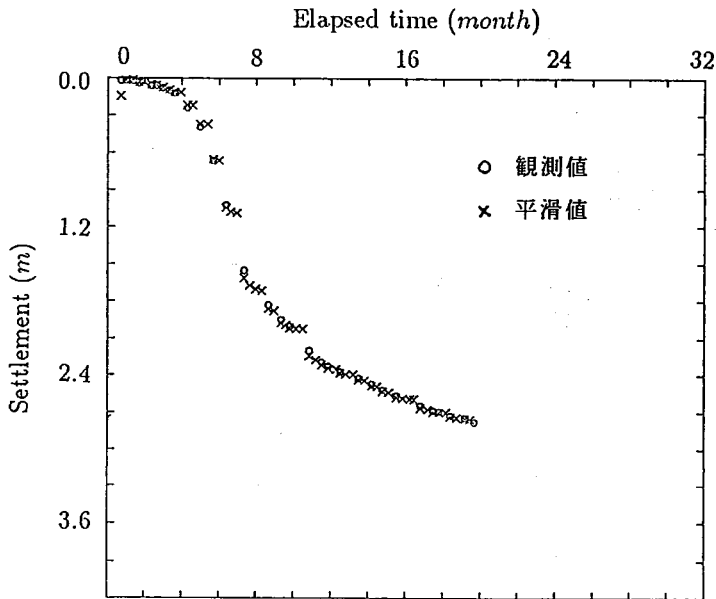


図4 平滑化の結果

観測時点 $t = 20$ (month) における結果を、それぞれ図3および図4に示す。図3から、データ欠測にかかわらず、比較的良好なパラメータ同定が行われていることがわかる。この程度の欠測率(約50%)ならば、欠測がまったくない場合の推定値と、ここで求めたそれとの間に大きな差異は見られない。ただし、これ以上欠測が増えると、推定値に変動をきたしはじめる。また、図4は観測途中での平滑化により得られた平滑推定値(\times 印)を示している。

少ないデータを基にして図 3, 4 の結果を得ようとする、計算過程で求められる推定誤差共分散が大きい。ここで示したパラメータ推定値や挙動平滑値を得るには、ある程度のデータの蓄積を必要とするものと思われる。求められた値の確からしさを判断するには、パラメータの収束状態や推定誤差共分散の大きさなどを用いる。確からしさを向上させるには、データの数をもくともか、反復計算に立脚すべきであると考えられる。

4 むすび

Kalman フィルタのアルゴリズムを用いて、沈下挙動のパラメータ同定と平滑化を行う手立てを示した。次の諸点を得られた：

1. Kalman フィルタの予測ならびに平滑のアルゴリズムにより、欠測や観測誤差を含むデータを観測したときの、浅岡モデルのパラメータ同定と平滑化を行った。欠測を処理するために、沈下量とパラメータとを未知数にとる必要があるが、このような場合には状態式が非線形となるので、拡張 Kalman フィルタに立脚しなければならない。
2. 欠測値があったときには、一時刻前に計算した当該時刻における沈下量の推定値を観測値によみかえて、パラメータ同定を時間方向にすすめた。また、欠測値の平滑化は、Kalman フィルタの平滑アルゴリズムにより時間を遡って実施した。
3. 対象とするデータ数が少ない（観測期間が短い、または欠測が多い）ときには、反復計算で対応すべきところとなる。ただし、確からしい推定値を得るためには、ある程度の数のデータが必要となる。

参考文献

- [1] A. Asaoka. Observational procedure of settlement prediction, *Soils and Foundations*, 18(4): 87-101, 1978.
- [2] A. Asaoka and S. Ohtsuka. The analysis of failure of a normally consolidated clay foundation, *Soils and Foundations*, 26(2): 47-59, 1986.
- [3] 野津光夫・坪井英夫：浅岡法による圧密沈下予測過程の簡略化について，第 2 回地盤工学シンポジウム，土質工学会中部支部，pp.55-56, 1990.
- [4] 片山 徹：応用カルマンフィルタ，朝倉書店，1983.
- [5] 例えば、村上 章・長谷川高士：Kalman フィルタを用いた圧密沈下量の観測的予測，農業土木学会論文集，(120): 61-67, 1985.
- [6] 古市 徹：環境移流拡散現象の解析手法と数値シミュレーションに関する研究 —有限要素法を軸として—，学位論文，京都大学，1984.