

2 相混合体理論による飽和砂地盤の解析 — 液状化、浸透破壊 —

岐阜大学工学部 八嶋 厚・岡 二三生
京都大学防災研究所 柴田 徹・佐藤 忠信
 瀬鴻池組 加藤 満

1. はじめに

本研究では、有効応力法に基づいた新しい2次元液状化解析法(LIQCA)を開発し、提案した解析スキームの精度の検証を行うとともに、実際問題への応用として、液状化抑止工法としての碎石ドレーン工法の効果、海底砂地盤の波浪による間隙水圧の上昇、および浸透破壊問題について検討した。

2. FEM定式化と精度の検証

Biotの2相混合体理論¹⁾に基づいた定式化にも様々なものが提案されているが、本研究では、解くべき未知数を変位、間隙水圧とする定式化(u-p formulation)を行う。その際に、以下の事を仮定する。

- ① ひずみは、微小ひずみである。
- ② 間隙率は、空間に対して十分なめらかである。
- ③ 液相の固相に対する相対加速度は、固相の加速度に比較して小さい。
- ④ 固相は非圧縮性である。

詳しい式の誘導は省略するが、以上の仮定に基づいて支配方程式を誘導すると、以下のようになる。

つりあい式

$$\rho \ddot{u}_i = \sigma_{ij,j} + \rho b_i \quad \text{-----(1)}$$

連続式

$$\rho^f \dot{u}_{i,i} - p_{,ii} - \frac{\gamma_w}{k} \dot{\epsilon}_{ii} + \frac{n\gamma_w}{kK^f} \dot{p} = 0 \quad \text{-----(2)}$$

ここで、 ρ^f 、 ρ はそれぞれ液相および全体の密度、 p は間隙水圧、 γ_w は液体の単位体積重量、 k は透水係数、 n は間隙率、 K^f は液相の体積弾性係数である。

式(1)を有限要素法により、また式(2)を差分法²⁾により空間離散化し、さらにニューマークの β 法を用いて時間離散化を行うと、最終的にu-p formulationによる離散化支配方程式は以下のようになる。

$$\begin{bmatrix} [M] + \beta \Delta t^2 [K]_{|t+\Delta t} & \vec{K}_v \\ \vec{K}_v^T & A' - \alpha' \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \vec{u}_{N|t+\Delta t} \\ p_{|t+\Delta t} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ \Sigma \alpha'_i p_{i|t+\Delta t} \end{Bmatrix} \\ = \begin{Bmatrix} \vec{F}_{|t+\Delta t} - \vec{R}_{|t} - [K]_{|t+\Delta t} (\Delta t \vec{u}_{N|t} + (\frac{1}{2} - \beta) \Delta t^2 \ddot{u}_{N|t}) \\ \vec{K}_v^T (\vec{u}_{N|t} + (1 - \gamma) \Delta t \ddot{u}_{N|t}) / (k(\frac{1}{g} - \frac{\gamma \Delta t}{k})) + A' p_{|t} \end{Bmatrix} \quad \text{-----(3)}$$

ここで、

$$\alpha' = \frac{1}{\gamma_w(\frac{1}{g} - \frac{\gamma \Delta t}{k})} \alpha \quad \alpha'_i = \frac{1}{\gamma_w(\frac{1}{g} - \frac{\gamma \Delta t}{k})} \alpha_i \quad \alpha = \Sigma \alpha_i \quad \text{-----(4)}$$

$$A' = \frac{1}{\Delta t \gamma_w (\frac{1}{g} - \frac{\gamma \Delta t}{k})} \quad A = \frac{1}{\Delta t (\frac{1}{g} - \frac{\gamma \Delta t}{k})} \int_v \frac{n}{k K^f} dv \quad \text{-----(5)}$$

であり、 α_i は当該要素辺の長さ、要素iの重心と当該要素の重心との距離で表される。

数値解析手法の精度を検討し、その手法の信頼性を検証することは、その数値解析手法を今後様々な
Numerical Analysis of a saturated sandy ground based on the two-phase mixture theory
-liquefaction, seepage failure-, A.Yashima, F.Oka (Gifu Univ.), T. Shibata, T. Sato (Kyoto Univ.)
and M. Kato (Kohno-ike Gumi Co. Ltd.)

表-1 材料定数

density	ρ	0.306 kg/m^3
density(fluid)	ρ^f	0.2977 kg/m^3
porosity	n	0.333
permeability	k	0.01425 m/sec
wave velocity	V_c	635.1 m/sec
Lamé's const.	λ	833.3 N/m^2
Lamé's const.	μ	1250 N/m^2
bulk modulus(fluid)	K^f	39990 N/m^2
bulk modulus(solid)	K^s	$\infty \text{ N/m}^2$
unit weight(fluid)	γ_w	2.917 N/m^3

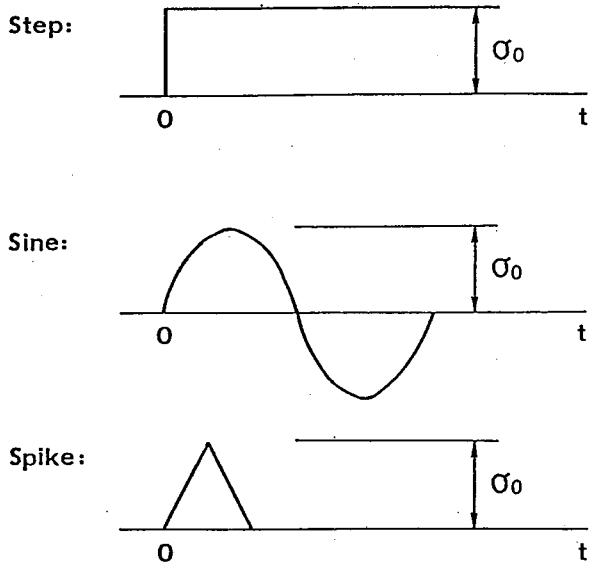


図-1 荷重条件

題に適用するためには不可欠である。静的問題に対しては解析解の得られている問題もあり、解析解と数値解を比較する試みは、以前から行われてきたが、動的なカップリング問題に対しては解析解の得られている問題がなく、解析解と数値解を比較することは不可能であった。しかしながら、Simonら³⁾が、動的なカップリング問題に対して解析解を得たことで、この問題に対しても数値解析手法の精度の検討が可能となった。彼らは、一次元の飽和多孔質弾性柱を対象モデルとし、**u-w formulation**

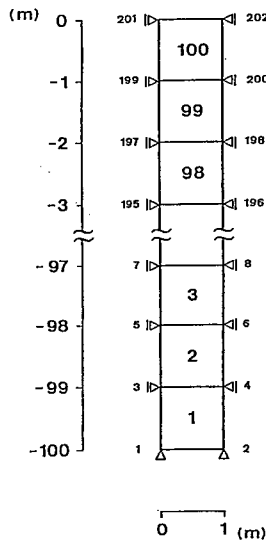


図-2 解析モデル

をラプラス変換を用いて解き、解析解を得た。この解析解の誘導に際しては、弾性柱長さを無限大とし、固相材料と液相材料の間にBiot¹⁾のdynamic compatibilityな関係を仮定している。解析解は、図-1に示すステップ波形、サイン波形、スパイク波形の荷重条件の下で、固相、液相が様々な圧縮性を持つ材料に対し、無次元化された変位と時間の関係で表されている。

ここでは、Simonらの解析解を用いて、本解析手法の精度の検討を行う。解析モデルは、図-2に示す長さ100m、幅1mの飽和弾性柱であり、100個の要素に等分割されている。荷重は、図-1に示す三つのパターンで要素辺201-202に作用させる。境界条件として、節点1、2は固定、他の節点は水平方向固定とし、排水は要

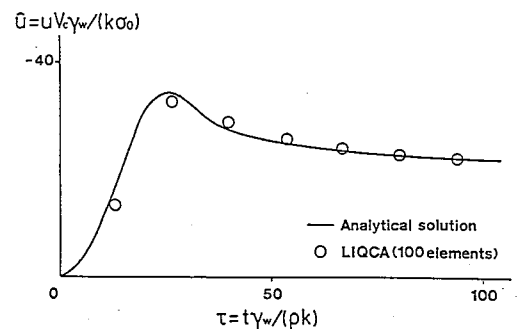
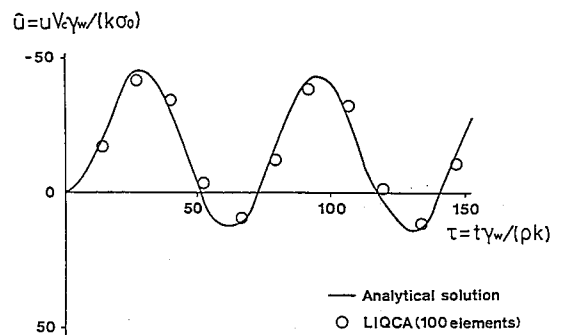
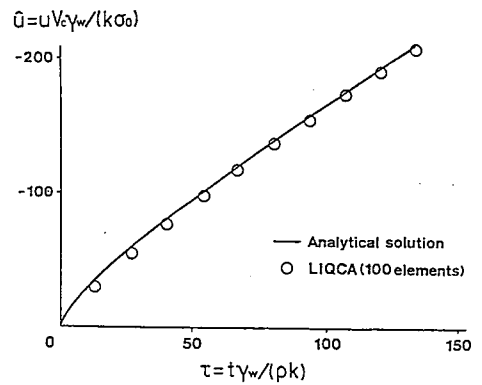


図-3 解析解と数値解の結果の比較

素辺201-202のみ可能としている。表-1に示す液相、固相の材料パラメータは、Simonらが用いたものと同じ値を用いている。また、時間ステップは0.002secとしている。

図-3には、それぞれステップ波形、サイン波形、スパイク波形荷重が作用した場合の解析解と数値解を示している。全ての図において縦軸は無次元化された要素辺201-202での変位、横軸は無次元化された時間であり、実線はSimonらの解析解、○印は本解析による数値解である。全ての図において、本解析スキームは解析解を良好な精度で近似できている。

本プログラムは、動的解析終了後、圧密解析に移行することができる。ここでは、この圧密解析スキームのみに注目し、Terzaghiの一次元圧密理論解と比較する。解析モデルは、図-2のモデルの要素数を50個としたものである。材料パラメータは表-1の値を用いているが、液相は非圧縮性としている。荷重は、図-1のステップ波形荷重を要素辺101-102に作用させ、境界条件は動的問題と同じである。時間ステップは圧密度5%ごとに定めた。図-4に本解析手法による数値解と一次元圧密の理論解を示す。縦軸は要素辺101-102の変位、横軸は時間であり、実線が理論解、○印が数値解である。本解析スキームは理論解を良好な精度で近似できることがわかる。

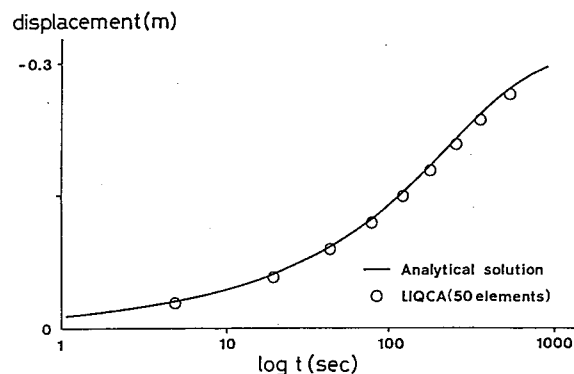


図-4 理論解と数値解(1次元圧密)

3. 2次元液状化解析とその応用

液状化解析で用られる構成式は、繰返し載荷時のひずみ、さらに間隙水圧の累積を表現できるものでなくてはならない。本研究では、この条件を満たす構成式として岡・足立の砂の構成式⁴⁾を用いることにする。岡・足立モデルは基本的に次の仮定に基づいている。

- ① 微小ひずみ、
- ② 弾塑性理論、
- ③ 境界曲面の概念

さらに、この構成式の特徴として、以下の事が挙げられる。

- ① 応力パラメータとして、相対応力比を用い、多次元応力状態を規定する。
- ② 境界曲面として過圧密境界面を導入し、これを用いて変相応力比を決定する。
- ③ 繰返し応力の反転の判定を π 面上で行い、また、破壊応力比もこの π 面上で決定する。

ここでは、構成式の詳しい説明は省略する。詳しくは、参考文献4)を御参照願いたい。

液状化の判定については、数値計算上の制約から、平均有効応力が初期の5%に達したとき、および応力比が破壊応力比の95%に達したときとした。なお、液状化後はバイリニャー型の構成式を用いて弾性計算を行うこととしている。

砕石ドレーン工法の効果

現在まで、液状化対策工法自体は数多く開発されてきているが、その設計方法についてはまだ完全には確立されていない部分もある。例えば、地盤改良の適切な施工範囲については、今後の研究が望まれるところである。

ここでは、設計方法確立のための第一段階として、液状化対策工法として代表的な砕石ドレーン工法をとりあげ、日本海中部地震で被害のみられた秋田港大浜2号岸壁での地盤定数⁵⁾を参考にしたモデル地盤に砕石ドレーン工法を施工した場合の挙動解析を行い、本解析法の適用性を考察する。本研究では砕石ドレーンの適用にあたり、その効果を排水性に絞って解析を行った。そのため、例えば砕石の構成式については砂と同じものを用い、砕石のパラメータについても砂と同じものを多く用いている。解析に用いる有限要素メッシュは、図-5に示すようなx方向の中央部ほど密な、長方形要素からなる飽和モデル地盤を設定した。そして図の斜線部分(有限要素メッシュの中央縦2列、要素番号3、4、9、…、57、58)に

砕石ドレーンを適用し、排水性の向上を狙っている。また、このモデル地盤は10層から成り、総要素数は60、総節点数は77である。境界条件としては、基盤では非排水で完全固定、側方は非排水で鉛直方向固定、そして、上方、すなわち地表面を大気との接触面として排水可とした。

地盤定数は、より現実に近い設定にするため、日本海中部地震で被害の見られた秋田港大浜2号岸壁での地盤定数を参考に

表-2 地盤定数

density	ρ	$0.184t/m^3$
initial permeability	k_0	$1.16 \times 10^{-5}m/sec$
	K_0	0.5
initial void ratio	e_0	0.5
	M_m^*	1.1
	M_f^*	1.28
swelling index	κ	0.2×10^{-2}
hardening parameter	G'	160

表-3 砕石の物理定数

specific gravity	G_s	2.65
max. particle size		9.50mm
mean particle size	D_{50}	3.30mm
permeability	k	5.79cm/sec
void ratio	e	0.90

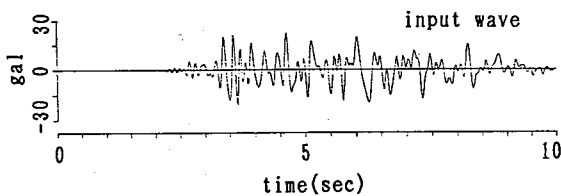


図-6 入力地震波形

している(表-2)。なお、表中の透水係数と間隙比は砂のものである。次に、砕石の物理特性⁶⁾を表-3に示す。用いた砕石は7号砕石である。表-3に示した以外の地盤定数については、ここでは近似的に砂と同様のものを用いた。

入力波としては、実際に秋田港で観測された強震記録に補正を加えたものを用いた(図-6)⁷⁾。

図-7に要素番号42における平均有効応力~時間関係を示す。砕石ドレーン工法を適用しなかった場合には、過剰間隙水圧がそのまま蓄積され続け、6秒をやや過ぎたところで液状化に至った。これに対して、砕石ドレーン工法を適用した場合には、過剰間隙水圧が安定な状態を保ち、液状化に至っていない。図では、平均有効応力の回復もみられる。砕石ドレーン工法を適用しなかった場合には、ほとんどの要素で液状化がみられたのに対して、砕石ドレーン工法を適用した場合には、どの要素も破壊に至らず、液状化がみられなかった。これは、砕石ドレーンによる排水性の向上が時間の経過とともに効いてくるためと考えられる。このように、本解析法は実地震波が作用した場合においても、砕石ドレーン工法による排水性向

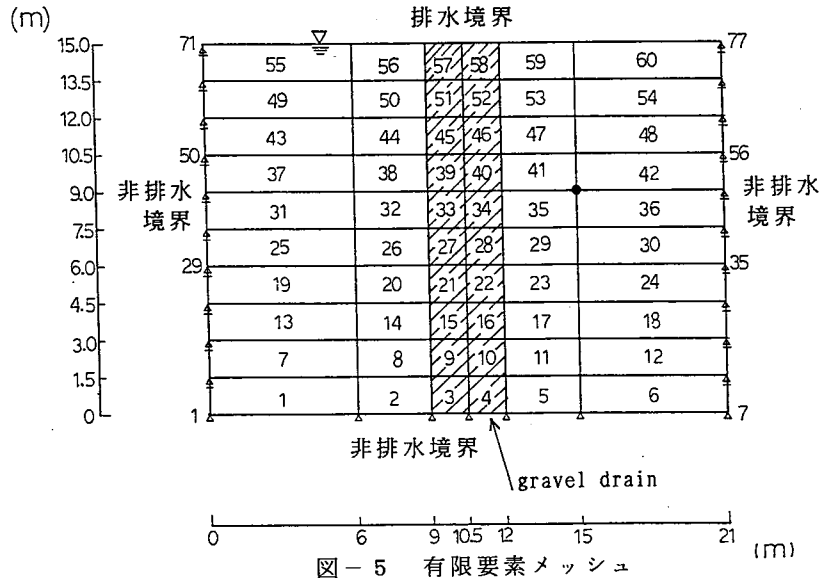


図-5 有限要素メッシュ

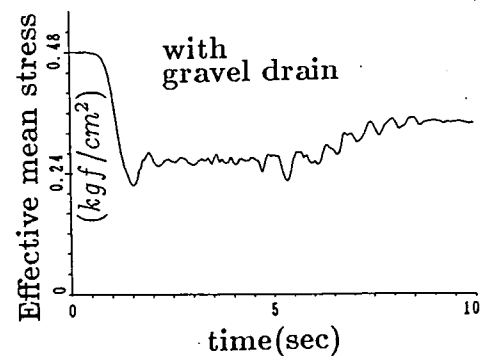
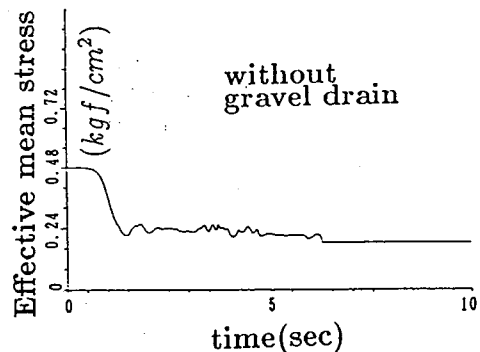


図-9 平均有効応力~時間関係

上の効果表現できることが明らかになった。

海底地盤への適用

液状化の原因の一つに水圧変動がある。ゆるい海底地盤はせん断抵抗も小さく、急激な水圧変動によって容易に液状化が起こることが考えられる。

ここでは、この水圧変動による液状化に対する適用の第一段階として、波浪の伝播による水圧が海底モデル地盤表面に作用した場合の解析を行う。なお、本解析法では、この問題に対して報告されている多くの解析法と異なり、加速度項を考慮している。したがって、例えば地震時において同時に波浪をうける海底地盤に対する適用も可能であり、より適用範囲が広い。

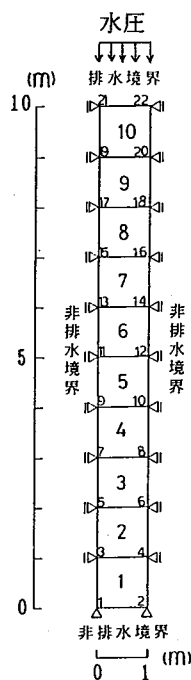


図-8 解析モデル

解析に用いる有限要素メッシュは、図-8に示すように、深さ方向に10層からなり、総要素数10、総節点数22の1次元モデルを設定した。境界条件としては、基盤では非排水で完全固定、側方は非排水で水平方向固定、そして、上方すなわち海底地盤の表面を、海水との接触面として排水可とした。

次に、解析に用いた地盤定数を表-4に示す。ゆるく堆積した海底地盤を設定するために、膨潤指数 κ を大きく設定した。また、波長や波高などの波に関するパラメータは、Seed & Rahmanの文献8)を参考にして設定した。波は正弦波的に変化すると考え、波によって海底地盤表面にかかる水圧は線形波理論によって与えている。ここで示す例では、水深20mの海に波高5m、波長200m、周期15秒の波が起こった場合を想定している。

解析結果として、図-9は要素番号10の平均有効応力～時間関係を表している。計算時間が短いため値としては小さいが、時間の経過とともに過剰間隙水圧が蓄積し、平均有効応力が減少するという、液状化に至る定性的な傾向を表現できた。また、有効応力径路が破壊前に原点に向うという、液状化現象にみられる傾向も表現できた。なお、この解析例において、加速度は初期においてわずかに振動するものの、すぐに減衰し、その後はほとんどゼロであった。

浸透破壊

砂地盤の浸透破壊問題については、モデル実験等の研究は古くから実施されているものの、砂の構成式を用いた応力変化と浸透現象を同時に考慮した連成解析例はあまり多くない。そこで、ここでは砂地盤の浸透破壊問題に対して、提案した解析手法を適用した。解析モデルとしては、図-10に示すような、深さ40cmで鉛直方向に4つの正方形要素からなる1次元のモデルを設定し、下方から鉛直上向きに、1 cm/secのスピードで水圧を上昇させた。用いた地盤定数は、表-4とほぼ同様であるが、初期透水係数を $k_0 = 1.0 \times 10^{-3} (\text{m/sec})$ とした。その結果、4要素とも時間の経過とともに過剰間隙水圧が増加して、平均

表-4 地盤定数

density	ρ	0.184t/m ³
initial permeability	k_0	$2.0 \times 10^{-5} \text{m/sec}$
	K_0	0.5
initial void ratio	e_0	1.0
	M_m^*	1.1
	M_f^*	1.28
swelling index	κ	0.5×10^{-2}
hardening parameter	G'	200

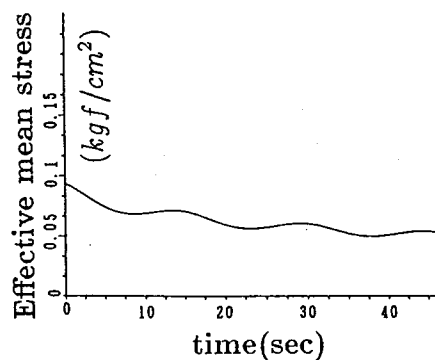


図-7 平均有効応力～時間関係

有効応力が減少し、ついには平均有効応力が初期の5%に達することで破壊条件を満足した。図-11は、解析モデルの深さ35cmにおける有効応力径路であるが、この図より、初期のモールの応力円がその半径を縮小しながら原点に向っている、液状化現象固有の応力径路が再現された。図-11には、各時間の全水頭の分布を示している。初期において40cmと一様であった全水頭が時間の経過とともに、限界動水勾配線に近接していく様子がよくわかる。この解析の場合、限界動水勾配は、 $i_{cr} = (G_s - 1) / (1 + e) = 0.825$ であるが、水圧上昇32秒後には、全水頭の分布はその勾配にほぼ達している。このように、本解析法は、浸透による砂地盤の破壊を表現できることが明らかとなった。

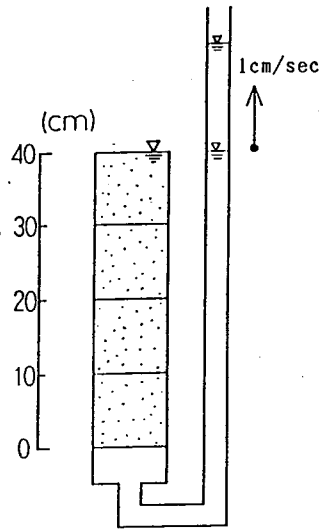


図-10 解析モデル

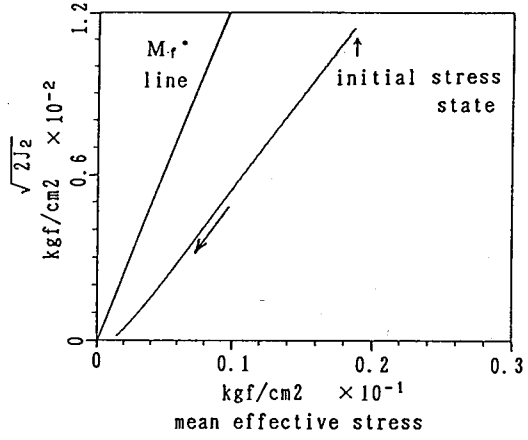


図-11 有効応力径路

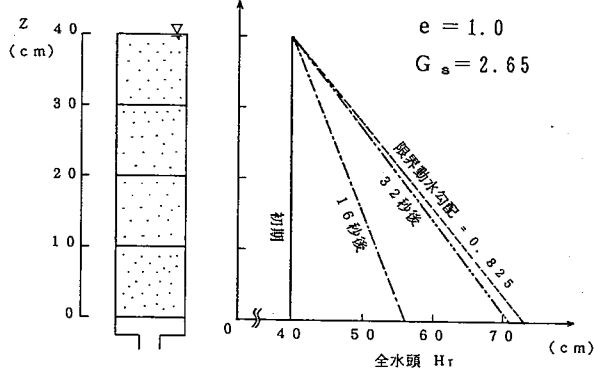


図-12 全水頭の分布

4. あとがき

- ① 本研究では、Biotの2相混合体理論の基づき、未知数を固相の変位、間隙水圧とした定式化(u-p formulation)を行った。
- ② 本研究では、解析法の信頼性の確認として、解析解と本解析手法による数値解との比較によって、精度の検討を行った。その結果、提案した解析法による数値解は、2相系における1次元波動伝播問題の解析解と1次元圧密問題の理論解を精度よく再現できることがわかった。
- ③ 本研究では、本解析法の応用として改良地盤(砕石ドレーン)への適用、海底地盤の液状化問題への適用、および砂地盤の浸透破壊問題への適用を試みた。それぞれの問題について、本解析法の適用性が確認された。

参考文献

1. Biot, M.A., J. of appl. phys., Vol. 33, No. 4, 1962, pp. 1482-1498.
2. 赤井浩一・田村 武、土木学会論文報告集、第269号、1978, pp. 98-104.
3. Simon, B.R., Zienkiewicz, O.C. and Paul, D.K., Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech., Vol. 8, 1984, pp. 381-398.
4. Akai, K., Adachi, T. and Oka, F., Constitutive equations for granular non-cohesive soils, Edited by Saada & Bianchini, Balkema, 1988, pp. 101-114.
5. 岡二三生・佐橋 猛、第18回地震工学研究発表会、1985.
6. 佐々木康 他、建設省土木研究所資料 第2715号、1989, p. 3.
7. DSG., Research report No. 84-ST-03, School of Civil Engr., Kyoto Univ., 1984.
8. Seed, H.B. and Rahman, M.S., Marine Geotechnolgy, Vol. 3, No. 2, 1978, pp. 123-150.