

## 1. まえがき

有限要素法により土構造物内の飽和-不飽和浸透流解析を行うことは比較的容易になってきている。しかし、飽和領域と不飽和領域を対象とするために飽和土の浸透特性の把握と不飽和土の浸透特性の把握が必要である。

飽和土の浸透特性の把握については、透水試験法も確立しており不飽和土の浸透特性の把握に比較すれば問題は少ないであろう。しかし、土の本質的な不確定性・土質特性測定時に含まれる不確定性・土構造物施工時の不確定性等を考慮に入れると多くの問題が存在する<sup>7), 10)</sup>。

不飽和土の浸透特性の把握は、多くの問題を持つ。まず、不飽和土の浸透特性として何を測定したらいいのか、あまりはっきりしない。というのは不飽和浸透流の形態がいくつかある<sup>11)</sup>と思われるが、どの形態を仮定すると適当なのか、すなわちどの支配方程式のどの係数を求めればいいのか、あるいは複数の支配方程式の複数の係数を求めるのかははっきりしない。また、不飽和土の浸透特性の測定は極めて困難であり、試験法も確立していないし、土の不均質性の影響を飽和土の場合より大きく受けると考えられる<sup>9)</sup>。

以上の事を考慮に入れると、飽和領域の浸透特性も不飽和領域の浸透特性も合理的に予想されるある幅を持った量として定義したほうがいいのではないかと思われる。さらに発展的に問題を捉えれば、各種不確定性への動的対応として、情報化施工も重要な役割を持つことになるろう。

そこで不飽和浸透特性の関係式として、Van Genuchten の式<sup>1)</sup>を用い、ファジィ集合を利用して、水圧の非定常観測により、飽和透水係数と不飽和領域の浸透特性を同時に逆同定する方法を既に開発済みである(ただし、不飽和の形態は一様不飽和を仮定している)<sup>6), 8)</sup>。これにより飽和領域の浸透特性と不飽和領域の浸透特性が、ある幅を持った量として得られることになる。

今回は、この逆同定の結果を利用した順解析の方法を開発した。すなわち、ファジィ集合で定義された飽和浸透特性と不飽和浸透特性を利用できる順解析の方法の開発である。これは情報化施工に於て、ファジィ集合を利用した逆解析法とともに重要な役割を果たすことになる。

また、本解析法の有効性を示すために、2種類のビーズから成る層状媒体内の浸透流の実験を行い、解析結果と比較した。各々のビーズの浸透特性は、さきに開発をしたファジィ集合を利用した逆解析法によって得られている。

## 2. 解析方法

比較的一般的な飽和-不飽和浸透流の支配方程式<sup>5)</sup>と不飽和浸透特性の関係をうまく表わすことができるといふVan Genuchten の式<sup>2), 3)</sup>の中のいくつかの係数をファジィ集合で表わした次式を、有限要素法で解く事によって、解析を行なう。

$$\operatorname{div} \mathbf{k}(\phi) \nabla(\phi + y) = (c(\phi) + \eta S_s) \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (1)$$

$$\eta = \begin{cases} 0 & \text{: 不飽和領域} \\ 1 & \text{: 飽和領域} \end{cases} \quad (2)$$

$$k(\phi) = K_s * k_r(\phi) \quad (3)$$

ここで、 $K_s$  : 飽和透水係数のファジィ集合、 $k_r$  : 比透水係数、 $c$  : 比水分容量、 $S_s$  : 比貯留係数、 $\phi$  : 圧力水頭、 $y$  : 位置水頭である。

圧力水頭関数である  $k_r$  と  $c$  は、次式に示す Van Genuchten の式で定義されると仮定する。ただし、これらの式は  $\phi$  が負の時だけ使用され、 $\phi$  が正の時は  $c = 0$ 、 $k_r = 1$  とする。

$$c(\phi) = B(N-1)(\theta_s - \theta_r) Se^{1/n} (1 - Se^{1/n})^m \quad (4)$$

$$k_r(\phi) = Se^{1/2} (1 - (1 - Se^{1/n})^m)^2 \quad (5)$$

$$Se = (1 + |B\phi|^N)^{-m} \quad (6)$$

$$m = 1 - 1/N \quad (7)$$

ここで、 $Se$  : 有効飽和度、 $\theta_s$  : 飽和体積含水率、 $\theta_r$  : 最小含水量、 $B$  : ある数字のファジィ集合 (ただし、定義域は 0 より大に存在)、 $N$  : ある数字のファジィ集合 (ただし、定義域は 1 より大に存在) である。

したがって、 $K_s$ 、 $B$  および  $N$  が決定されると [ $S_s$  の値および  $(\theta_s - \theta_r)$  の値は既知のものとして]、飽和-不飽和浸透流の挙動は予測されることになる。

しかし、このままではファジィ集合が式に含まれているために、計算することが不可能である。したがって、ファジィ集合のレベル集合の概念と拡張原理<sup>4)</sup>を使うことにする。

次式に示すクリस्प集合を、ファジィ集合  $A$  の  $a$ -レベル集合と呼び、 $A_a$  と書く。

$$A_a = \{x \mid h_A(x) \geq a\}, \quad x \in X, \quad a \in [0, 1] \quad (8)$$

一般にファジィ集合  $A$  は  $a$ -レベル集合を用いて、次式で書くことができる。

$$A = \bigcup_a A_a, \quad 0 \leq a \leq 1 \quad (9)$$

また、拡張原理によれば、ファジィ集合  $A$  と  $B$  の間の 2 項演算  $\#$  は、次式となる。

$$A \# B = \int_2 \min(h_A(x), h_B(y)) / (x \# y) \quad (10)$$

ここで、 $h_A(x)$  : ファジィ集合  $A$  の帰属度関数、 $h_B(y)$  : ファジィ集合  $B$  の帰属度関数、 $\int$  : 集合和、 $/$  : 除算ではなく “ $/$ ” の左側が帰属度を、右側が要素を表わす。したがって、次式も成り立つ。

$$(A \# B)_a = A_a \# B_a \quad (11)$$

これで、少なくともある  $a$ -レベルにおいて、(1) 式を解く事ができる事がわかる。

しかし、これでは数学的には満足できるが、物理的な意味を考えると満足できるとは思えない。例えば、次式のような方程式がなんらかの物理現象の支配方程式であるとする。

$$C = (A + B) \div A \quad (12)$$

ここで、A, B, Cはなんらかの物理的意味を持つ数字のファジィ集合である。この式は、レベル集合と拡張原理を使えば簡単に解くことができる。Cのa-レベル集合、C<sub>a</sub>は次式となる。

$$C_a = [ (\min_{x \in A_a} x + \min_{y \in B_a} y) \div \max_{x \in A_a} x, (\max_{x \in A_a} x + \max_{y \in B_a} y) \div \min_{x \in A_a} x ] \quad (13)$$

この(13)式は、式の形を見れば判るとおり、支配方程式(11)のある1つの物理的特性について、ある1点で、2つの値を持つことを許すことによって導かれるものである。これは、少なくとも原子レベルの不確定性まで考慮にいれない限りは、無意味なものである。

したがって、我々はファジィ集合同士の2項演算のうち、減算と除算については次の式が成り立つことを仮定して、この問題を取り除くことにする。即ち、ある数字を表わすファジィ集合Aについて、

$$A - A = 0 \quad (14)$$

$$A \div A = 1 \quad (15)$$

また階乗と減算あるいは除算を含む式についても、同様な精神から、ある数字を表わすファジィ集合Aと任意の数字zについて、

$$(z^A - A)_a = [ \min_{x \in A_a} (z^{\min_{x \in A_a} x} - \min_{x \in A_a} x), \max_{x \in A_a} (z^{\max_{x \in A_a} x} - \max_{x \in A_a} x) ],$$

$$\max_{x \in A_a} (z^{\min_{x \in A_a} x} - \min_{x \in A_a} x), \min_{x \in A_a} (z^{\max_{x \in A_a} x} - \max_{x \in A_a} x) ] \quad (16)$$

$$(z^A \div A)_a = [ \min ( z^{\min X}_{x \in A_a} \div \min x ,$$

$$z^{\max X}_{x \in A_a} \div \max x ) ,$$

$$\max ( z^{\min X}_{x \in A_a} \div \min x ,$$

$$z^{\max X}_{x \in A_a} \div \max x ) ] \quad (17)$$

### 3. 実験方法

解析結果と比較するために、水槽にガラスビーズを詰めて、非定常の浸透流の実験を行なった。使用した2種類のガラスビーズの材料特性は、Table 1 に示すものである。

Table 1 ガラスビーズの材料特性

	No. 1	No. 2
2.00 - 0.85 mm	79.10 %	
0.85 - 0.42 mm	20.13 %	
0.42 - 0.25 mm	0.77 %	0.05 %
0.25 - 0.105 mm		99.87 %
0.105 - 0.074 mm		0.08 %
比重	2.492	2.485
飽和透水係数 (cm/s)	0.211	0.0216
水槽に詰めたときの 間隙率 (%)	38.0	36.0

実験は、Fig. 1 に示す37個のマノメータを有する水槽に、図に示すように2種類のビーズを詰めて行な

った。2種類のビーズで斜めの層を形成させたのは、比較的大きな水圧変化を観察しやすいと判断したためである。

実験は、上流水位を30cmに固定して、下流水位を変化させることによって行なった。下流水位を25cmから15cmへ急下降させる場合と15cmから25cmまで急上昇させる場合を行なった。水圧の計測は、水位変化前と水位変化後15分、30分、1時間、2時間、4時間、8時間、24時間に行なった。

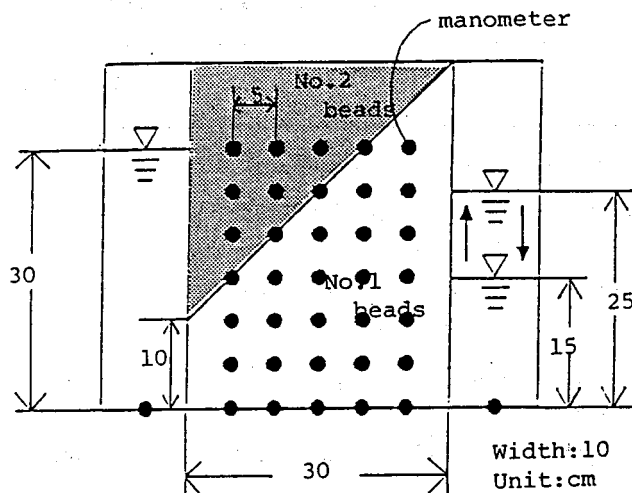


Fig. 1 実験水槽と実験モデル

#### 4. 解析結果と実験結果の比較

Table 2 に解析に用いたガラスビーズの浸透特性を示す。これは、1種類のビーズのみを水槽に詰め、均一な層をつくり、非定常浸透実験を行い、その結果をファジィ集合を利用した逆解析法で解析して求めたものである。

Table 2 ファジィ集合で表わされたガラスビーズの浸透特性

ビーズの種類	透水系数 K (cm/s)	B (1/cm)	N
No. 1	$\pi (\log k ; 0.3, 0.2)$	$\pi (b ; 0.03, 0.05)$	$\pi (n ; 1.0, 6.6)$
No. 2	$\pi (\log k ; 0.3, 5.6e-3)$	$\pi (b ; 0.1, 0.15)$	$\pi (n ; 1.0, 6.1)$

ここでTable 2 中の $\pi$ は、ファジィ集合の標準的な帰属度関数<sup>12)</sup>であり、次式で定義される。

$$\pi(u; x, y) = \begin{cases} 0 & [u \leq y - x] \\ 2(u - y + x)^2 / x^2 & [y - x \leq u \leq y - x / 2] \\ 1 - 2(u - y)^2 / x^2 & [y - x / 2 \leq u \leq y + x / 2] \\ 2(u - y - x)^2 / x^2 & [y + x / 2 \leq u \leq y + x] \\ 0 & [u \geq y + x] \end{cases} \quad (18)$$

さて解析値と実験値の比較は、下流水位の上昇あるいは下降後15分後のデータで行なうことにした。というのは、30分以上経つと定常状態にかなり近くなってしまふからである。Table 3 に、15分後の全水頭の0.1-レベルでの計算値と実験値との比較が示してある。ただし表中の予測した全水頭の最小値とは、全水頭の平均値が最小となるケースの各測定点での計算値のことを意味している。測定点ごとに最小値を取り出したものではない。最大値についても同様である。

Table 3 全水頭の計算値と実験値の比較

	平均 (%)	標準偏差 (%)
下流水位下降後15分での0.1-レベルで 予測した全水頭の最小値と実験値の誤差	4.24	3.59
下流水位下降後15分での0.1-レベルで 予測した全水頭の最大値と実験値の誤差	6.39	3.49
下流水位上昇後15分での0.1-レベルで 予測した全水頭の最小値と実験値の誤差	1.27	1.27
下流水位上昇後15分での0.1-レベルで 予測した全水頭の最大値と実験値の誤差	1.58	1.28

またFig. 2に、15分後の0.1-レベルでの計算値と実験値との等ポテンシャル線の比較が示してある。ただし実験値において、入口と出口における流れの乱れがおおきいので、予測値の等ポテンシャル線も実験値の等ポテンシャル線も、1列目のマノメータから、最終列のマノメータの間で書いてある。この際も、全水頭の最小値とは、全水頭の平均値が最小になるケースが示してあり、測定点ごとの最小値を結んだものではない。最大値についても同様である。

そしてTable 4 に、流量についての計算値と実験値の比較が示してある。

Table 4 流量の解析値と実験値の比較

下流水位下降後15分での0.1- レベルで予測した流量の最小値 10.5 cc/sec	下流水位下降後15分での0.1- レベルで予測した流量の最大値 28.3 cc/sec	実験値 41.2 cc/sec
下流水位上昇後15分での0.1- レベルで予測した流量の最小値 3.7 cc/sec	下流水位上昇後15分での0.1- レベルで予測した流量の最大値 9.8 cc/sec	実験値 12.8 cc/sec

Table 3, Fig. 2から、全水頭についての計算値はかなりよく実験値を予測していることが判る。Table 3 からみると、上昇時の計算の方が予測がうまくいっているように見える。これは、Table 2のガラスビーズの浸透特性が、下流側水位上昇過程で逆同定されたものであることが、影響していると思われる。

Fig. 2(a) 下流水位下降後15分での 0.1-  
レベルで予測した全水頭の最小  
値と実験値の等ポテンシャル線

実線：実験値  
点線：計算値

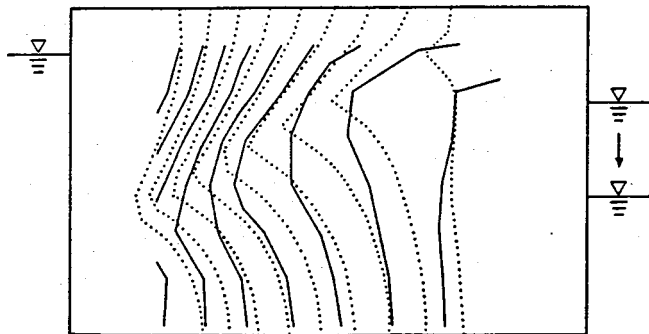


Fig. 2(b) 下流水位下降後15分での 0.1-  
レベルで予測した全水頭の最大  
値と実験値の等ポテンシャル線

実線：実験値  
点線：計算値

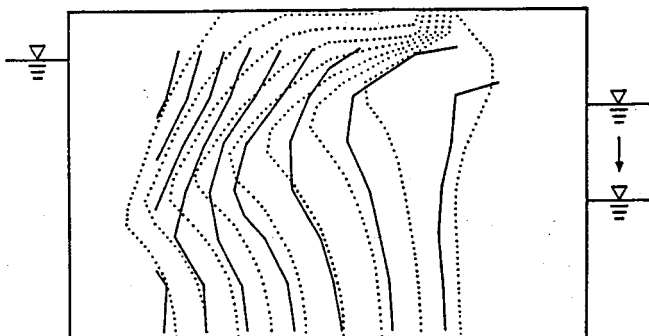


Fig. 2(c) 下流水位上昇後15分での 0.1-  
レベルで予測した全水頭の最小  
値と実験値の等ポテンシャル線

実線：実験値  
点線：計算値

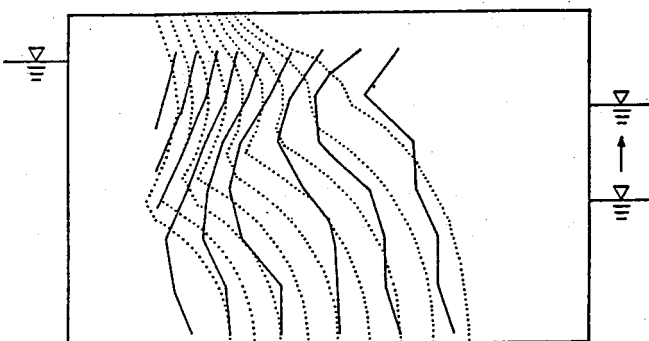


Fig. 2(d) 下流水位上昇後15分での 0.1-  
レベルで予測した全水頭の最大  
値と実験値の等ポテンシャル線

実線：実験値  
点線：計算値

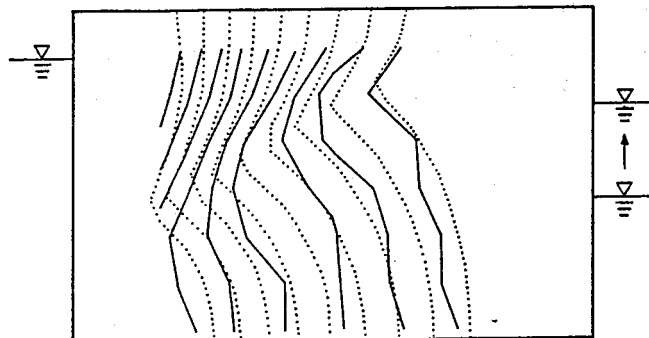


Table 4を見ると、流量についての計算値は、実験値と多少の誤差を持つことが判る。しかし、もともと流量は大きな不確定性を持つために、予測することがむずかしい物理量であるし、ガラスビーズの浸透特性の逆解析時にも、流量はあまり一致していない。逆解析時に流量があまり一致しないのは、水圧観測のみによる、逆解析の弊害であり、情報が足りないのである。流量の観測を逆解析に、導入すれば、改善することができ、また我々が開発した逆解析手法に組み込むことは可能である。けれども実構造物を考えると、必要とする断面単位で流量を観測することは、非常に困難であり、これを逆解析に組み込むことは、特殊な場合を除き無意味であろう。したがって、この程度の誤差はやむおえないものである。

## 5. まとめ

ファジィ集合を利用した逆解析と順解析は、実用的な情報化施工には有効なものであり、これを利用すればより安全な構造物を造ることが可能だと思われる。

## 参考文献

- 1) M. Th Van-Genuchten: A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils, Soil Sci. Soc. Am. J., Vol. 144, 1980
- 2) 宇野尚雄他: 2, 3の砂質土の水分保持特性, 不飽和土の工学的性質研究の現状シンポジウム発表論文集, 1987
- 3) 西垣誠: 不飽和土の浸透特性の評価に関する考察, 不飽和土の工学的性質研究の現状シンポジウム発表論文集, 1987
- 4) 例えば, 水本雅晴: ファジィ理論とその応用, サイエンス社, 1988
- 5) 赤井浩一他: 有限要素法による飽和-不飽和浸透流の解析, 土木学会論文集, 第264号, 1977
- 6) Ken Ohno and Takeshi Kondo: Inverse Analysis of Seepage through Earth Structures using Fuzzy Sets, Proceedings of The International Workshop on Fuzzy System Applications, 1988
- 7) 大野研・近藤武: ファジィ集合理論による透水試験結果の評価, 土と基礎, Vol. 36, No. 9, 1988
- 8) 大野研・近藤武: ファジィ集合を利用した土構造物内の非定常浸透流に基づく逆解析, 第5ファジィ・システム・シンポジウム, 1989
- 9) Ken Ohno and Takeshi Kondo: Saturated-Unsaturated Seepage Analysis using Fuzzy Sets, Third IPFA Congress, 1989
- 10) 大野研・近藤武: 土構造物内の浸透流解析についてのファジィ理論の応用, 農業土木学会論文集, 第135号, 1988
- 11) 八幡敏雄: 土壌の物理, 東京大学出版会, 1975
- 12) 水本雅春: 最近のFuzzy集合理論, 数理科学, No. 191, 1979