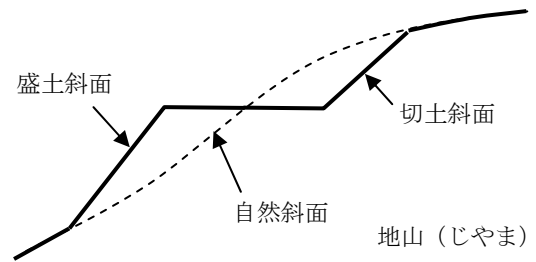


【斜面安定1】

(1) 斜面の分類

自然斜面（普通の山の斜面）は、長い年月（数万年～数百万年）かけて形成された地山（じやま）で構成されており、基本的に安定している。しかし、人間が自然斜面に手を加えて造る、切土（きりど）斜面や盛土（もりど）斜面などの人工斜面は、自然物に比べて構造的に不安定なものが多い。したがって、斜面安定では、斜面の安定度の検討方法について学ぶ。

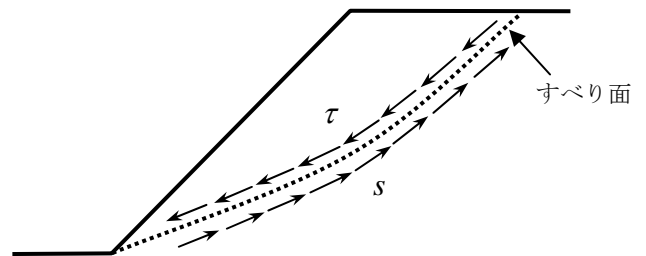


(2) 斜面安定の考え方

安定性を評価する斜面に対して、すべり面（崩壊する面）を想定して、すべり面で分割される土塊のつり合い問題を考える。

τ : すべり面に沿ってせん断応力（滑らせようとする力）

s : すべり面に沿って抵抗する応力



$$s = c + \sigma \tan \phi$$

斜面安定の判断：

斜面をすべらせようとする力の合力： $T = \int \tau dl$

斜面のすべりに抵抗できる力の合力： $S = \int s dl$

$S > T$: 安定
 $S < T$: 不安定

斜面安定では、すべりに対する安全率 F_s は、一般に以下の定義で表される。

$$\text{安全率} = \frac{\text{すべりに抵抗できる力の合力}}{\text{すべらそうとする力の合力}}$$

$$F = \frac{S}{T} = \frac{\int s dl}{\int \tau dl} \quad (1)$$

$F > 1$: 斜面は安定
 $F < 1$: 斜面は崩壊

斜面崩壊の要因

- ① τ の増加：斜面勾配の変化（人為的な工事，表面侵食等），地震外力，周辺工事による载荷，等
- ② σ の低下：降雨の浸入，水位変動による水圧上昇（主に有効応力の低下），地震外力，等
- ③ c の低下：降雨による飽和度上昇，掘削による応力開放，等

(3) 強度安全率

斜面の土が有する真のせん断強度（土質試験から求められるせん断強度） τ_f と、安定している斜面内で実際に発揮されている（稼働(mobilize)している）せん断強度 τ_m との比を強度安全率と呼ぶ。

$$F_s = \frac{\tau_f}{\tau_m} \quad (2)$$

すなわち、強度安全率は真のせん断強度までの余裕率を示す。

さて、 τ_f について摩擦則を適用すると、 $\tau_f = c + \sigma \tan \phi$ であるので、式(2)を変形することにより

$$\tau_m = \frac{\tau_f}{F_s} = \frac{c + \sigma \tan \phi}{F_s} = \frac{c}{F_s} + \sigma \frac{\tan \phi}{F_s} = c_m + \sigma \tan \phi_m \quad (3)$$

ここで、 $c_m = \frac{c}{F_s}$ 、 $\tan \phi_m = \frac{\tan \phi}{F_s}$ であり、 c_m および ϕ_m は、現在の斜面の中では、真の強度定数 c 、 ϕ のうち、実際は c_m 、 ϕ_m だけしか稼働していないことを表す。また、別の見方をすると、もし、斜面の土の強度定数 c 、 ϕ が、 c_m 、 ϕ_m まで小さくなってしまえば斜面は崩壊することになる。

(4) いろいろな安全率（強度安全率の位置づけ）

斜面全体の安定性に対する安全率の定義として、式(1)を定義した。

すなわち、安全率 = $\frac{\text{すべりに抵抗できる力の合力}}{\text{すべらそうとする力の合力}}$ と考えた。次元は、分母、分子とも力である。

ここで、斜面を構成する地盤が均質であるとすれば、すべり面が区間 l_1, l_2, l_3, \dots に分けられるとして、それぞれの区間において、せん断強度 $\tau_{f1}, \tau_{f2}, \tau_{f3}, \dots$ であり、かつ稼働せん断応力 $\tau_{m1}, \tau_{m2}, \tau_{m3}, \dots$ が発揮されていると考えられる。さらにそれぞれの $\tau_{m1}, \tau_{m2}, \tau_{m3}, \dots$ は等しい強度安全率 F_s で $F_s = \tau_{fi} / \tau_{mi}$ ($i=1, 2, 3, \dots$) と表すことができる。したがって、式(1)は

$$F = \frac{\int s dl}{\int \tau dl} = \frac{\int \tau_f dl}{\int \tau_m dl} = \frac{\sum \tau_{fi} l_i}{\sum \tau_{mi} l_i} = \frac{\tau_{f1} l_1 + \tau_{f2} l_2 + \tau_{f3} l_3 + \dots}{\tau_{m1} l_1 + \tau_{m2} l_2 + \tau_{m3} l_3 + \dots} = \frac{\tau_{f1} l_1 + \tau_{f2} l_2 + \tau_{f3} l_3 + \dots}{\frac{\tau_{f1}}{F_s} l_1 + \frac{\tau_{f2}}{F_s} l_2 + \frac{\tau_{f3}}{F_s} l_3 + \dots} = F_s \quad (4)$$

となり、すべり面に沿った全体の安全率 F は強度安全率 F_s と等しくなる。したがって、均質な土質で構成された斜面の場合には、強度安全率は斜面全体の安全率と等価であることがわかる。

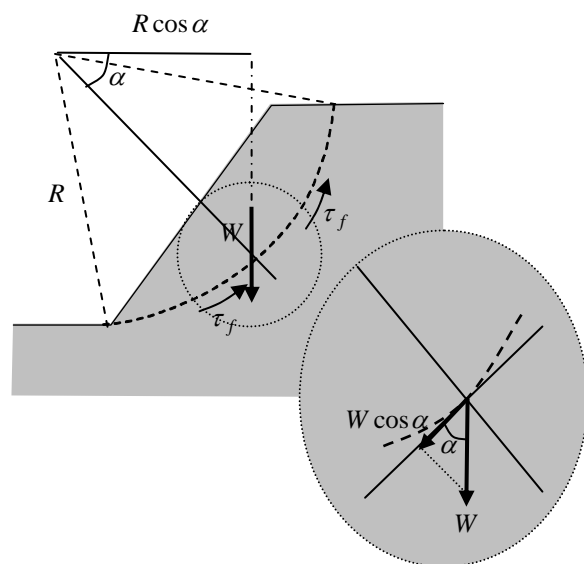
また、式(1)と似たものとして、斜面安定をマクロな土塊のつり合い問題と考えて定義された、モーメント安全率 F_m というものがある。すなわち、すべり面より上の土塊について、滑らそうとする力によるモーメントと抵抗しようとするせん断強度によるモーメントとの比で定義する。すなわち、すべり面を半径 R の円弧と仮定し、土塊全体の自重を W とした時、

$$F_m = \frac{\int \tau_f R dl}{W R \cos \alpha} \quad (5)$$

となる。この場合（円弧と仮定しているからであるが）、分母分子の R を約分することができ、

$$F_m = \frac{\int \tau_f dl}{W \cos \alpha} = \frac{\int \tau_f dl}{\int \tau_m dl} = \frac{\sum \tau_{fi} l_i}{\sum \tau_{mi} l_i} = F_s \quad (6)$$

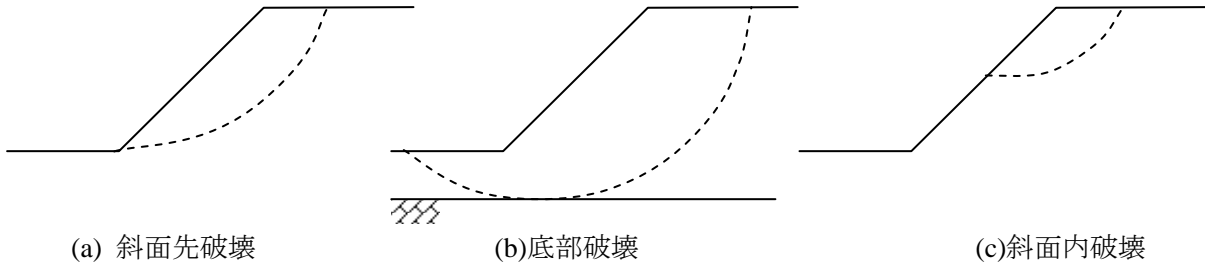
分子は式(1)の安全率と等しい。また、分母の $W \cos \alpha$ は、自重の合力ベクトル W のすべり面接線方向の成分に等しい。これはすべり面を細かく分割した場合において、各すべり面要素上で自重の作用によって発揮されるせん断力の合力に等しく、式(1)の分母と等価である。したがって、 F_m であっても、土質が均質で円弧すべりを仮定できる場合には、 F や F_s と違いはない。



【斜面安定 2】

(1) 円弧すべり

斜面安定解析をする際に、すべり面を円弧と仮定する円弧すべり解析が行われる。斜面崩壊は大きく分けて、以下の3つのパターンに分類できる。

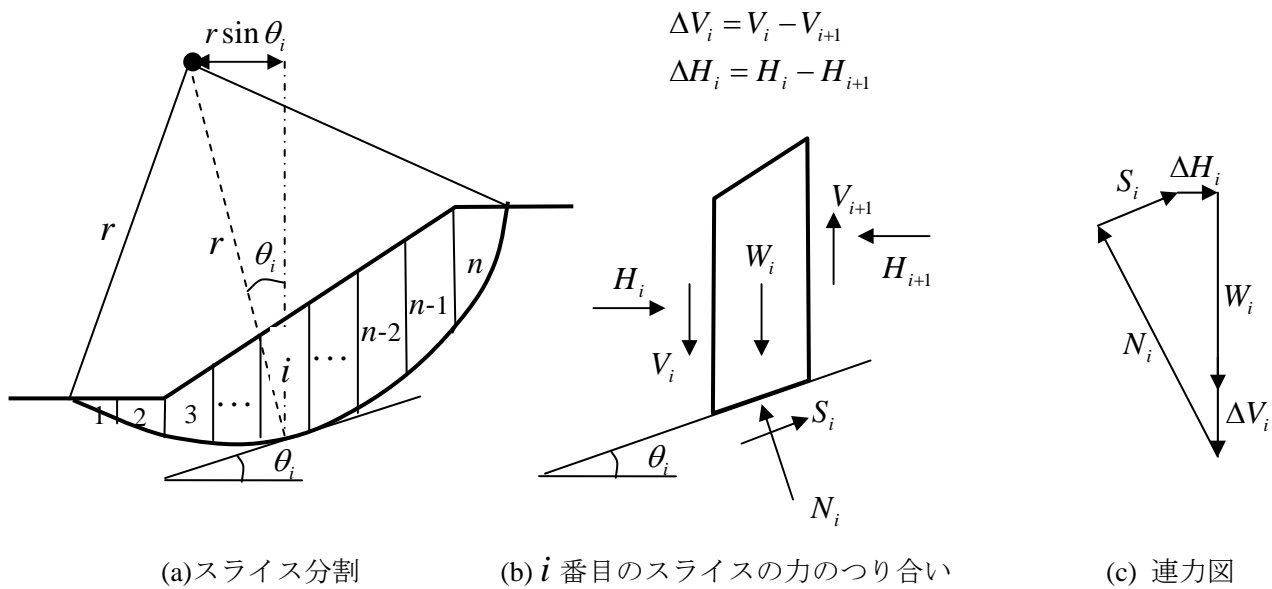


(a) 斜面先破壊

(b) 底部破壊

(c) 斜面内破壊

(2) 分割法による円弧すべり解析



(a) スライス分割

(b) i 番目のスライスの力のつり合い

(c) 連力図

力のつり合い式

$$\textcircled{1} \begin{cases} x \text{ (水平) 方向} : \Delta H_i + S_i \cos \theta_i = N_i \sin \theta_i \\ y \text{ (鉛直) 方向} : W_i + \Delta V_i = N_i \cos \theta_i + S_i \sin \theta_i \end{cases}$$

(式の数)

$$\left. \begin{matrix} n \\ n \end{matrix} \right) 2n$$

$$\textcircled{2} \begin{cases} \text{すべり面方向} : \Delta H_i \cos \theta_i + S_i = (W_i + \Delta H_i) \sin \theta_i \\ \text{すべり面と鉛直方向} : N_i = \Delta H_i \sin \theta_i + (W_i + \Delta V_i) \cos \theta_i \end{cases}$$

$$\left. \begin{matrix} n \\ n \end{matrix} \right) 2n$$

破壊条件式 (すべり面上)

$$\tau_i = \frac{c_i + \sigma_i \tan \phi_i}{F_s} \quad \text{より} \quad S_i = \tau_i \ell_i = \frac{c_i \ell_i + N_i \tan \phi_i}{F_s} \quad n$$

モーメントのつり合い式（O点まわり）

（式の数）

$$\sum_{i=1}^n W_i \cdot r \sin \theta_i = \sum_{i=1}^n r \cdot S_i \quad \text{より} \quad \sum_{i=1}^n W_i \sin \theta_i = \sum_{i=1}^n S_i \quad 1$$

結局式の数、 $2n + n + 1 = 3n + 1$ 個

一方、未知数の数は、

水平方向の断面力	H_i	$n-1$ 個
鉛直方向の断面力	V_i	$n-1$ 個
破壊時すべり抵抗	S_i	n 個
すべり面に垂直な合力	N_i	n 個
安全率	F_s	1 個
		$4n-1$ 個

（未知数の数） - （式の数） = （不静定次数）

$$(4n-1) - (3n+1) = (n-2)$$

基本的にはこのままでは解けないので、いろいろな仮定を導入して解かれる。方法によって仮定が異なる。以下、代表的な2種の方法を説明する。

(2)-1 フェレニウス法（スウェーデン法）

（仮定1） すべり面に鉛直な方向のつり合い式のみ使用する。

$$N_i = \Delta H_i \sin \theta_i + (W_i + \Delta V_i) \cos \theta_i \quad (1)$$

（仮定2） 各スライスに働く断面力の合力は、すべり面に平行に作用するか、つり合っている。
→すべり面に垂直な ΔH_i と ΔV_i の合力は0となる。

$$\Delta H_i \sin \theta_i + \Delta V_i \cos \theta_i = 0 \quad (2)$$

すべり面方向の力のつり合い式（(2)を(1)に代入）

$$N_i = W_i \cos \theta_i \quad (3)$$

破壊条件式（すべり面上）

$$S_i = \tau_i \ell_i = \frac{c_i \ell_i + N_i \tan \phi_i}{F_s} \quad (4)$$

モーメントのつり合い式（O点まわり）

$$r \cdot \sum_{i=1}^n W_i \sin \theta_i = r \cdot \sum_{i=1}^n S_i \quad (5)$$

（式の数）

n

n

1

（2n+1）個

未知数： N_i, S_i, F_s (2n+1) 個

したがって、（未知数の数） - （式の数） = 0 ← 解ける

具体的な計算に先立ち、式(4)を式(5)に代入して次の式変形を行っておく。

$$\sum_{i=1}^n W_i \sin \theta_i = \sum_{i=1}^n S_i = \sum_{i=1}^n \frac{c_i \ell_i + N_i \tan \phi_i}{F_s}$$

$$\therefore F_s = \frac{\sum_{i=1}^n c_i \ell_i + N_i \tan \phi_i}{\sum_{i=1}^n W_i \sin \theta_i} \quad (6)$$

(具体的な計算法)

- ①すべり円弧の中心と直径を仮定し、すべり面を設定する。
- ②すべり円弧内の土塊を、 n 等分にスライス分割する。
- ③各スライスの自重 W_i ($i=1, \dots, n$) を算定する。
- ④式(3)から各スライスのすべり面に垂直に作用する合力 N_i ($i=1, \dots, n$) を算定する。
- ⑤式(6)から安全率 F_s を算定する。
- ⑥再び①に戻り、新しいすべり円弧の中心と直径を仮定し、計算を継続し、 F_s が最小となるまで①～⑥の計算を繰り返す。

(2)-2 ビショップ法 (ビショップ簡便法)

(仮定 1) 鉛直方向のつり合い式のみ使用する。

$$W_i + \Delta V_i = N_i \cos \theta_i + S_i \sin \theta_i \quad (7)$$

(仮定 2) スライス側面の鉛直方向の断面力は、つり合っている。

$$\Delta V_i = 0 \quad (8)$$

鉛直方向の力のつり合い式 ((8)を(7)に代入)

$$W_i = N_i \cos \theta_i + S_i \sin \theta_i \quad (9)$$

破壊条件式 (すべり面上)

$$S_i = \frac{c_i \ell_i + N_i \tan \phi_i}{F_s} \quad (10)$$

モーメントのつり合い式 (O点まわり)

$$r \cdot \sum_{i=1}^n W_i \sin \theta_i = r \cdot \sum_{i=1}^n S_i \quad (11)$$

(式の数)

n

n

1

(2n+1) 個

未知数: N_i, S_i, F_s (2n+1) 個

したがって、(未知数の数) - (式の数) = 0 ← 解ける

具体的な計算に先立ち、以下の式変形を行っておく。

式(10)を式(9)に代入して

$$W_i = N_i \cos \theta_i + \frac{c_i \ell_i + N_i \tan \phi_i}{F_s} \cdot \sin \theta_i = N_i \left(\cos \theta_i + \frac{\tan \phi_i}{F_s} \cdot \sin \theta_i \right) + \frac{c_i \ell_i}{F_s} \cdot \sin \theta_i \quad \text{より}$$

$$N_i = \frac{W_i - \frac{c_i \ell_i}{F_s} \cdot \sin \theta_i}{\cos \theta_i \left(1 + \frac{\tan \phi_i}{F_s} \cdot \tan \theta_i \right)} \quad (12)$$

式(11)を式(12)に代入して、

$$\sum_{i=1}^n W_i \sin \theta_i = \sum_{i=1}^n S_i = \sum_{i=1}^n \frac{c_i \ell_i + N_i \tan \phi_i}{F_s} \quad \text{より}$$

$$F_s \cdot \sum_{i=1}^n W_i \sin \theta_i = \sum_{i=1}^n c_i \ell_i + N_i \tan \phi_i = \sum_{i=1}^n c_i \ell_i + \frac{W_i - \frac{c_i \ell_i}{F_s} \cdot \sin \theta_i}{\cos \theta_i \left(1 + \frac{\tan \phi_i}{F_s} \cdot \tan \theta_i \right)} \tan \phi_i$$

$$= \sum_{i=1}^n c_i \ell_i + \frac{W_i - \frac{c_i \ell_i}{F_s} \cdot \sin \theta_i}{m_{ai}} \tan \phi_i$$

$m_{ai} = \cos \theta_i \left(1 + \frac{\tan \phi_i}{F_s} \cdot \tan \theta_i \right)$

$$= \sum_{i=1}^n c_i \ell_i + \sum_{i=1}^n \frac{W_i}{m_{ai}} \tan \phi_i - \sum_{i=1}^n \frac{\frac{c_i \ell_i}{F_s} \cdot \sin \theta_i \tan \phi_i}{m_{ai}}$$

$$= \sum_{i=1}^n c_i \ell_i \left(1 - \frac{\sin \theta_i \tan \phi_i}{F_s \cdot m_{ai}} \right) + \sum_{i=1}^n \frac{W_i}{m_{ai}} \tan \phi_i = \sum_{i=1}^n c_i \ell_i \frac{\cos \theta_i}{m_{ai}} + \sum_{i=1}^n \frac{W_i}{m_{ai}} \tan \phi_i$$

$$\therefore F_s = \frac{\sum_{i=1}^n c_i \ell_i \frac{\cos \theta_i}{m_{ai}} + \sum_{i=1}^n \frac{W_i}{m_{ai}} \tan \phi_i}{\sum_{i=1}^n W_i \sin \theta_i} \quad (13)$$

$$\text{ここに、} m_{ai} = \cos \theta_i \left(1 + \frac{\tan \phi_i}{F_s} \cdot \tan \theta_i \right) \quad (14)$$

(具体的な計算法)

- ①すべり円弧の中心と直径を仮定し、すべり面を設定する。
- ②すべり円弧内の土塊を、 n 等分にスライス分割する。
- ③各スライスの自重 W_i ($i=1, \dots, n$)を算定する。
- ④適当な安全率 F_s を仮定する。
- ⑤式(13)から安全率 F_s を算定する。
- ⑥算定された F_s を用いて、再度式(13)により安全率 F_s を算定し、一致するまで繰り返し、一致した時の値を、このすべり円弧における安全率 F_s とする。
- ⑦再び①に戻り、新しいすべり円弧の中心と直径を仮定し、計算を継続し、 F_s が最小となるまで①～⑦の計算を繰り返す。

以上のように、2重の繰り返し計算を実施する。