

粒子群最適化法のパラメータが構成則パラメータの探索能力に及ぼす影響

Effect of parameters of the particle swarm optimization on the ability to search for constitutive model parameter

酒井崇之¹, 中野正樹²

1 名古屋大学・大学院工学研究科・t-sakai@civil.nagoya-u.ac.jp

2 名古屋大学・大学院工学研究科

概 要

昨今、土構造物に対しても性能設計が重要視されており、有限要素法等による詳細な解析が実施されている。解析を実施する際のパラメータは、土質試験結果から推定されることが多い。本研究では、粒子群最適化法を改良し、SYS Cam-clay modelの材料定数および初期値を推定する手法を提案した。本報告では実際の実験結果を再現する前の検証として、パラメータが既知な解析結果を再現できるか否かについて検討した。粒子群最適化法はそのパラメータによって収束性や解が変わることがあり得る。そこで、粒子群最適化法のパラメータをいくつか変えて、これらが構成則パラメータ推定速度に及ぼす影響について調査した。その結果、粒子群最適化手法のパラメータの中の慣性パラメータ w が最も探索能力に影響を及ぼし、 $w = 0.9$ だと正解パラメータの探索が速やかにできることがわかった。

キーワード：粒子群最適化手法，構成則，データ同化

1. はじめに

昨今、土構造物に対しても性能設計が重要視されており、有限要素法等による詳細な解析が実施されている。解析を実施する際のパラメータは、土質試験結果から推定されることが多い。著者らは、粒子群最適化法(Particle Swarm Optimization, 以下 PSO¹⁾)を改良して得られた SA-MDMS-PSO²⁾を参考にして、三軸圧縮試験から SYS Cam-clay model³⁾の発展則パラメータおよび初期過圧密、初期構造を推定する手法を提案し、パラメータが既知である解析結果の再現に成功した⁴⁾。ところで、PSOは、そのパラメータが解の探索能力や収束性に影響を及ぼすことが知られている⁵⁾。そこで、本研究では、PSOのパラメータが構成則のパラメータの推定速度や推定能力に与える影響について調査した。なお、本報告では実際の実験結果を再現する前の検証として、パラメータが既知な解析結果を再現できるか否かについて検討した。また、文献4)では、粘土の非排水せん断を想定していたが、本研究では、排水せん断や砂を想定したパラメータでも検討を行った。

2. 本研究で用いた PSO の概要

2.1 PSO の粒子位置更新式

PSO とは、鳥や魚の群れから着想を得た手法である。PSO では、多次元の関数空間上に位置ベクトルと速度ベク

トルを持つ多数の粒子が、群全体の情報を共有しながらある目的関数の評価値が最良となる位置ベクトルの探索を行う。本研究で用いた PSO における速度ベクトル \mathbf{v} と位置ベクトル \mathbf{x} の更新式は以下の通りである。

$$\mathbf{v}_i^{t+1} = w\mathbf{v}_i^t + c_1r_1(\mathbf{pbest}_i^t - \mathbf{x}_i^t) + c_2r_2(\mathbf{lbest}^t - \mathbf{x}_i^t) \quad (1)$$

$$\mathbf{x}_i^{t+1} = \mathbf{x}_i^t + \mathbf{v}_i^{t+1} \quad (2)$$

式(1)が速度ベクトルの更新式、式(2)が位置ベクトルの更新式である。 \mathbf{pbest}_i^t は、ある粒子自身が過去に得た目的関数の評価値が最良となった時の位置ベクトルである。 \mathbf{lbest}^t は、粒子群をいくつかのグループに分けて、そのグループ内で目的関数の評価値が最良となった時の位置ベクトルを示す。何回か粒子の情報を更新した後、グループの分け直しを何度もすることで、集団全体の情報を共有しながらも通常の PSO の弱点である局所解に陥りやすい問題を避ける工夫をしている。なお、島の数が1個であれば、通常の PSO と同じである。

c_1 , c_2 , w は粒子群最適化法のパラメータである。 c_1 が大きくなると、その粒子は \mathbf{pbest}_i^t に引き寄せられやすくなる。このことから、粒子自身の情報を重要視することを示している。 c_2 が大きくなると、その粒子は \mathbf{lbest}^t に引き寄せられやすくなる。このことから、群の情報を重要視することを示している。 w は慣性パラメータであり、この値が大きくなると粒子の速度はどんどん大きくなることから、大域的な探索が可能となるが収束しづらくなる。一方、 w が小さいときは、粒子の速度は小さくなっていくため、局所的

な探索が可能であるが、局所解に陥りやすくなる。 r_1, r_2 は0~1の乱数が代入される。

2.2 本研究で対象とした問題

本報告では、等方圧縮過程およびせん断過程をSYS Cam-clay modelで計算した。初期の拘束圧は20kPaで等方応力状態であるとし、初期の異方性はないものとした。せん断過程における拘束圧は100,300,500kPaの3つとした。正解パラメータを表1に示す。また、正解パラメータで計算した結果を図1に示す。一つは構造が壊れづらく過圧密の解消が速いパラメータ(粘土と表記)で、もう一つは構造が壊れやすく過圧密が解消しづらいパラメータ(砂と表記)である。弾塑性パラメータと比体積は既知とし、発展則パラメータと初期過圧密の正解パラメータの推定を行った。なお、初期過圧密比と初期構造はどちらかが決まれば、もう片方は算出できる。

表1 正解パラメータとパラメータの範囲

| 材料の種類 | 粘土 | 砂 | 範囲 |
|---------------------------|-----------------------|-------|---------------------------|
| 既知のパラメータ | | | |
| 圧縮指数 | $\bar{\lambda}$ 0.200 | 0.050 | 既知のパラメータなので、範囲はない。(動かない値) |
| 膨潤指数 | $\bar{\kappa}$ 0.030 | 0.012 | |
| 限界状態定数 | M 1.200 | 1.000 | |
| NCLの切片 (98.1 kPa) | N 2.500 | 1.980 | |
| ポアソン比 | ν 0.300 | 0.300 | |
| 比体積 | v 2.700 | 2.040 | |
| 推定するパラメータ | | | |
| 正規圧密土化指数 | m 6.000 | 0.060 | 0.01-30.0 |
| 構造劣化指数 | a 0.600 | 2.200 | 0.01-10.0 |
| $\ D_p^p\ $ と $-D_p^p$ の比 | c_s 0.300 | 1.000 | 0.10-1.00 |
| 回転硬化指数 | b_r 0.100 | 3.500 | 0.01-10.0 |
| 回転硬化限界定数 | m_b 1.000 | 0.700 | 0.01-1.00 |
| 初期過圧密比 | R 0.05 | 0.100 | 0.001-1.00 |

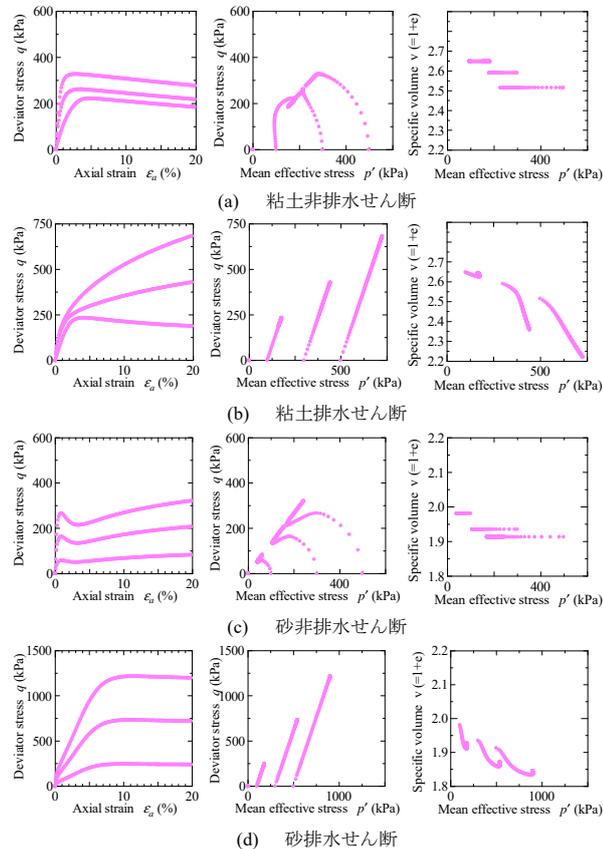


図1 正解パラメータの応答

2.3 計算のフローチャート

図2は計算のフローチャートを示す。まず、初期の粒子を800個用意した。粒子の持つ情報を式(3)に示す。

$$x_i^t = \begin{Bmatrix} m \\ a \\ c_s \\ b_r \\ m_b \\ R \end{Bmatrix}, v_i^t = \begin{Bmatrix} \Delta m \\ \Delta a \\ \Delta c_s \\ \Delta b_r \\ \Delta m_b \\ \Delta R \end{Bmatrix} \quad (3)$$

各粒子は発展則パラメータと初期過圧密の情報を持っている。初期の粒子が持つ情報は、表1に示すパラメータの範囲内で一様乱数を発生させて与えられた。なお、初期速度ベクトルの成分は全て0である。次に、粒子を島に振り分け直す。作成したパラメータセットを用い、SYS Cam-clay modelの計算を実施する。そして、正解パラメータの計算結果と、粒子ごとに得られた計算結果の比較を行い、各々の粒子の評価を行う(評価の仕方については、後述)。その後、 $pbest^t$, $lbest^t$, $gbest^t$ の更新を行う。ここで、 $gbest^t$ とは、粒子群全体で目的関数の評価値が最良となった時の位置ベクトルを示す。その後、式(1)から粒子の速度を算出し、式(2)を用いて粒子の位置情報を更新する。そして、更新した粒子の情報で、SYS Cam-clay modelの計算を実施する。その後、粒子の評価、 $pbest^t$, $lbest^t$, $gbest^t$ の更新、粒子の位置を更新とフローが進んでいく。なお、速度ベクトルのノルムが0.01以下となる粒子が80%を超えた場合に、局所解に陥ったと判定し、粒子を再配置する。再配置の際に、全体の25%を狭い範囲を探索する粒子、残りを広い範囲を探索する粒子に分けた。狭い範囲を探索する粒子については、粒子全体の過去に得た目的関数の評価値が最良となった位置ベクトル付近に粒子を再配置し、広い範囲を探索する粒子は初期粒子の作成と同じ方法で粒子を再配置した。再配置した際の速度ベクトルの成分は全て0にした。また、粒子の位置を島内で何度か更新したら、粒子を10個の島に再度振り分け直す。

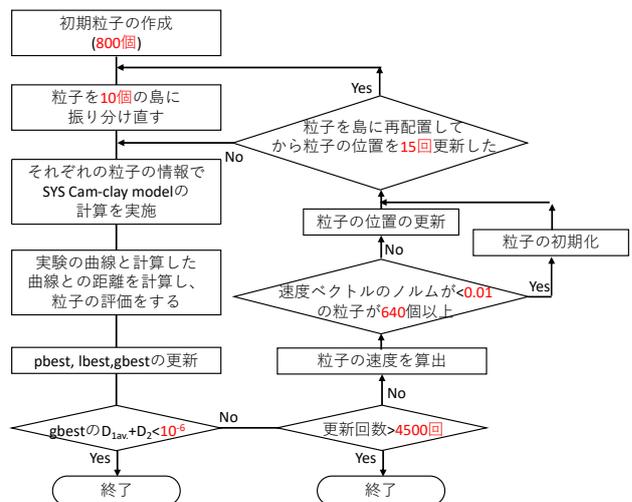


図2 計算フロー (赤文字は自由に設定可能な数値)

各々の粒子の評価方法について、詳しく説明する。図3、

4に、正解パラメータの計算結果とある粒子の非排水せん断と排水せん断の計算結果をそれぞれ示す。図3に示す D_1 は、拘束圧で正規化した p' - q 空間における正解の計算結果と粒子の計算結果の距離の絶対値を計算したものである。 D_{1av} は、軸ひずみ0.1%ごとに D_1 を計算し、それを平均した値である。図4に示す D_1 は、正解の計算結果と粒子の計算結果の拘束圧で正規化した軸差応力の差(D_{1q})と、体積ひずみの差(D_{1v})を計算する。 D_{1av} は D_{1q} と D_{1v} を足してそれを平均化した値である。 D_2 については、等方圧密過程における比体積の差である。 D_{1av} と D_2 の和が目的関数となり、この目的関数が小さくなれば小さくなるほど、正解と推定が近づくことから、その粒子の評価が高くなる。既往の研究から $D_{1av}+D_2$ が 1.0×10^{-6} より小さくなった場合、推定パラメータの小数点第4位を四捨五入すると、正解と完全に一致することがわかっており⁵⁾、**gbest**の $D_{1av}+D_2$ が 1.0×10^{-6} より小さくなったら計算を打ち切った。

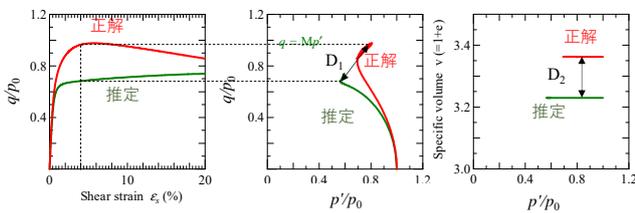


図3 非排水せん断の時の評価方法

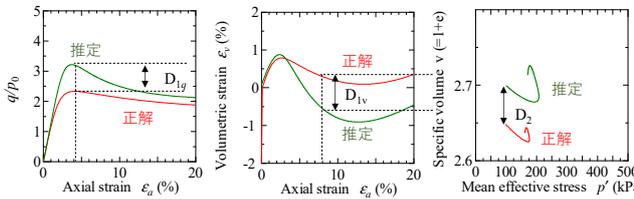


図4 排水せん断の評価方法

3. PSOのパラメータが解の探索力に及ぼす影響

表2は本報告で検討したPSOのパラメータの組み合わせを示す。小さい値として0.1、中くらいの値として0.9、大きい値として1.8と設定し、それぞれを組み合わせで探索力を検討した。

表2 検討したPSOのパラメータ

| case | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|-------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| c_1 | 0.1 | 0.9 | 0.9 | 0.1 | 0.9 | 0.9 | 1.8 | 0.9 | 0.9 |
| c_2 | 0.9 | 0.1 | 0.9 | 0.9 | 0.1 | 0.9 | 0.9 | 1.8 | 0.9 |
| w | 0.1 | 0.1 | 0.1 | 0.9 | 0.9 | 0.9 | 1.8 | 1.8 | 1.8 |

図5~8に粘土の非排水せん断、粘土の排水せん断、砂の非排水せん断、砂の排水せん断における検討結果をそれぞれ示す。図5~8は $D_{1av}+D_2$ と粒子の更新回数との関係を示している。図5~8においていずれも $w=0.9$ であるcase4~6は最終的に $D_{1av}+D_2$ が 10^{-6} を下回っており、パラメータ

の同定がうまくいっていることがわかる。しかし、 w が0.1のケースと、1.8のケースはいずれも $D_{1av}+D_2$ が 10^{-2} ~ 10^{-3} 程度で止まっており、探索能力が低くなったことがわかる。速度ベクトルの成分を見ると、 $w=0.1$ のときは、小さい値を取っており、粒子があまり動いていないことがわかった。一方、 $w=1.8$ の時は、それぞれの位置ベクトルの成分が表1に示すパラメータの取り得る範囲の最大値か最小値かを取っていることが多く、粒子の速度が大きすぎることで問題となっている。粒子の速度が大きいため、粒子が初期化されることもない。したがって、探索がうまくいかなかったと推定される。

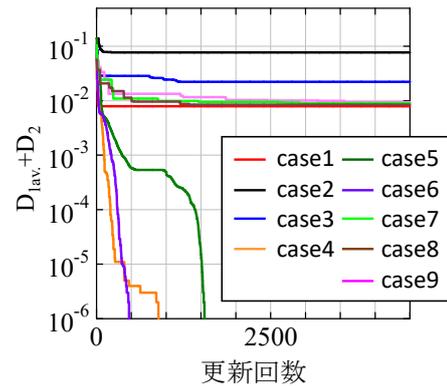


図5 粘土の非排水せん断の時の結果

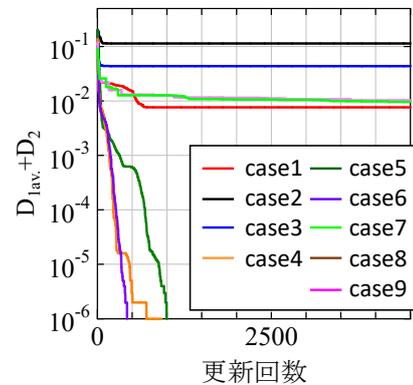


図6 粘土の排水せん断の時の結果

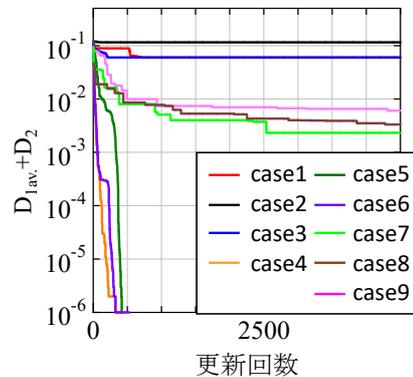


図7 砂の非排水せん断の時の結果

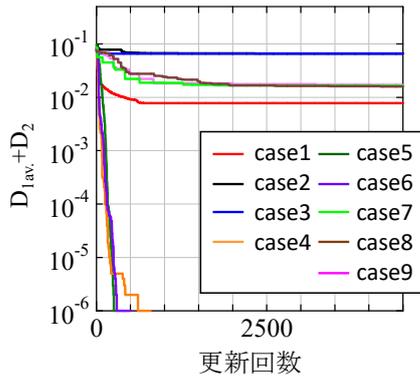


図 8 砂の排水せん断の時の結果

表 3~6 に $D_{1av}+D_2$ の値の推移に対して、パラメータがどの程度推定できているのかを示す。いずれも case 6 の推移を示す。どのケースも $D_{1av}+D_2$ が 10^{-6} になると小数点第四位を四捨五入すると正解パラメータと同じ値が得られ、よく推定できていることがわかった。初期過圧密 R は比較的 $D_{1av}+D_2$ が大きい時から正解と一致している。一方で、回転硬化指数 b_r や回転硬化限界定数 m_b はかなり $D_{1av}+D_2$ が小さくならないと一致しないことから推定が難しいパラメータであると言える。これらの原因については、まだ検討不足であるため、今後検討を重ねたい。

表 3 粘土の非排水試験の時の推定状況の推移

| $D_{1av}+D_2$ | 0.139 | 0.091 | 0.010 | 10^{-3} | 10^{-4} | 10^{-5} | 10^{-6} |
|---------------|--------|--------|-------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| m | 12.151 | 12.140 | 5.877 | 6.031 | 6.007 | 6.000 | 6.000 |
| a | 0.099 | 0.010 | 0.593 | 0.596 | 0.600 | 0.600 | 0.600 |
| c_s | 0.756 | 0.853 | 0.257 | 0.295 | 0.299 | 0.300 | 0.300 |
| b_r | 0.930 | 0.118 | 0.512 | 0.148 | 0.102 | 0.100 | 0.100 |
| m_b | 0.102 | 0.01 | 0.179 | 0.677 | 0.974 | 0.998 | 1.000 |
| R | 0.062 | 0.056 | 0.050 | 0.050 | 0.050 | 0.050 | 0.050 |

表 4 粘土排水試験の時の推定状況の推移

| $D_{1av}+D_2$ | 0.203 | 0.093 | 0.011 | 10^{-3} | 10^{-4} | 10^{-5} | 10^{-6} |
|---------------|--------|--------|-------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| m | 12.151 | 28.435 | 6.308 | 6.048 | 6.005 | 6.000 | 6.000 |
| a | 0.099 | 0.666 | 0.585 | 0.595 | 0.600 | 0.600 | 0.600 |
| c_s | 0.756 | 0.312 | 0.234 | 0.288 | 0.300 | 0.300 | 0.300 |
| b_r | 0.930 | 0.257 | 0.730 | 0.144 | 0.103 | 0.100 | 0.100 |
| m_b | 0.102 | 0.545 | 0.138 | 0.672 | 0.970 | 0.997 | 1.000 |
| R | 0.062 | 0.053 | 0.051 | 0.050 | 0.050 | 0.050 | 0.050 |

表 5 砂の非排水試験の時の推定状況の推移

| $D_{1av}+D_2$ | 0.119 | 0.012 | 10^{-3} | 10^{-4} | 10^{-5} | 10^{-6} |
|---------------|-------|-------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| m | 2.280 | 0.067 | 0.060 | 0.060 | 0.060 | 0.060 |
| a | 5.727 | 2.207 | 2.241 | 2.200 | 2.200 | 2.200 |
| c_s | 0.986 | 0.999 | 0.998 | 1.000 | 1.000 | 1.000 |
| b_r | 0.550 | 4.371 | 3.705 | 3.490 | 3.500 | 3.500 |
| m_b | 0.285 | 0.651 | 0.700 | 0.700 | 0.700 | 0.700 |
| R | 0.379 | 0.106 | 0.099 | 0.100 | 0.100 | 0.100 |

表 6 砂の排水試験の時の推定状況の推移

| $D_{1av}+D_2$ | 0.097 | 0.010 | 10^{-3} | 10^{-4} | 10^{-5} | 10^{-6} |
|---------------|--------|-------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| m | 17.585 | 0.060 | 0.062 | 0.060 | 0.060 | 0.060 |
| a | 5.176 | 2.110 | 2.189 | 2.201 | 2.200 | 2.200 |
| c_s | 0.964 | 1.000 | 0.991 | 0.999 | 1.000 | 1.000 |
| b_r | 1.574 | 3.137 | 3.449 | 3.502 | 3.499 | 3.500 |
| m_b | 0.779 | 0.703 | 0.700 | 0.700 | 0.700 | 0.700 |
| R | 0.410 | 0.124 | 0.098 | 0.099 | 0.100 | 0.100 |

4. 結論

本研究では、粒子群最適化法のパラメータが構成則パラメータ推定速度に及ぼす影響について調査した。得られた結論を以下に示す。

- 1) 粒子群最適化手法を用いて、三軸圧縮試験の計算結果から正解パラメータを材料や排水・非排水に依らず推定することができることがわかった。
- 2) 粒子群最適化手法のパラメータは w が 0.9 であると探索力が高いことがわかった。 w が小さいと粒子があまり動かないためうまく探索できない。一方、 w が大きいと粒子の速度が大きすぎてうまく探索できないことが分かった。
- 3) 推定したパラメータの中で過圧密 R が最初に推定された。一方、回転硬化指数や回転硬化限界定数は推定が難しいパラメータであることが示唆された。

今後は弾塑性パラメータも分からない場合や実際の実験結果を用いて検討を進めたい。また、大抵の場合、物性試験が実施されている。物性試験からある程度パラメータの取り得る範囲を決定することができれば、精度や探索能力の向上に繋がることも考えられる。

謝辞

本研究を実施するにあたり、株式会社奥村組から助成を受けた。また、名古屋大学地盤工学講座の大西和也君、松本雅紀君、上野優奈さん、安池亮君には、解析補助をして頂いた。ここに記して謝意を表する。

参考文献

- 1) Kennedy, J. and Eberhart, R. C.: Particle swarm optimization, *Proc. of IEEE the International Conference on Neural Networks*, Vol. 4, pp.1942-1948, 1995.
- 2) 小林ら, 停滞回避 PSO の提案と評価, 情報処理学会研究報告, Vol.2014, pp.1-6, 2014.
- 3) Asaoka, A., Noda, T., Yamada, E., Kaneda, K., Nakano, M.: An elasto-plastic description of two distinct volume change mechanisms of soils. *Soils and Foundations* 42(5), 47-57, 2002.
- 4) 酒井崇之, 中野正樹: 粒子群最適化法による構成則パラメータ推定手法の提案と検討, 令和 3 年度土木学会中部支部研究発表会, III-07, 2022.
- 5) 古川正志, 川上敬, 渡辺美智子, 木下正博, 山本雅人, 鈴木育男: メタヒューリスティックとナチュラルコンピューティング, コロナ社, 2012