海底地すべりにおけるクリープ挙動の分岐に関する線形安定解析

A linear stability analysis on bifurcation of creep behavior in submarine landslides

岩井裕正[1]，安井俊平[2]

1　名古屋工業大学大学院社会工学専攻・助教・E-mail address：iwai.hiromasa@nitech.ac.jp
2　名古屋工業大学大学院社会工学専攻・修士課程 2 年

概　　要

海底地すべりを模擬した室内模型実験において，水中での地すべりが，その速度時刻歴の特徴から 3 つの地すべり形態に分類できることを明らかにしてきた。特に，大規模な地すべりに発展する場合，すべり開始時の初期速度は小さいながらも，速度一定の定常状態を経て加速度的に地すべりが進行するという，クリープ破壊的な挙動を示した。そこで，このような地すべりの運動形態が異なる現象を，定常状態にあるすべりからの分岐問題としてとらえた。無限長直線斜面における地すべりを想定し，せん断応力，速度，変位を未知数とした系を考え，この系が満たすべき一次微分方程式に対して線形化安定解析を行った。その結果，すべり面に作用するせん断応力を減少させる，あるいは定常状態のすべり速度を増加させるような微小な外乱が系に作用した場合，たとえそれが微小な量であったとしても系の解軌道が不安定となることが分かった。

キーワード：海底地すべり，クリープ，地すべり速度，分岐問題，線形安定解析

1. はじめに

海底地すべりの発生により，海底地形の大規模な変化により地震動を伴わない津波，いわゆる「サイレント津波」を発生させる危険性や，地震時の津波規模を増大させる可能性が指摘されている[1]。さらに，地すべり土塊が高速で斜面を移動することで，海底に設置されたインフラ設備に損傷を与えることも知られている。例えば，2006 年 12 月 26 日に台湾南方で発生したピンタン地震では，海底地すべりによって発生した乱泥流により 14 本の通信ケーブルが破断した[2]。これにより国際通信に障害が引き起こり，台湾のみならず東南アジアや東アジア諸国にも影響を及ぼした。日本国内においても 2011 年 3 月 11 日に発生した東北地方太平洋沖地震での津波は，海底地すべりによりその規模が増大したと考えられている[3]．地震動のみに起因した津波規模の計算では三陸海岸に到達した津波の遡上高を下回る結果しか得られなかった。そこで，地震に伴い震源から離れた場所で発生した海底地すべりによる津波も考慮した，デュアルソースモデルでシミュレーションを実施した結果，観測された津波の高周波成分や遡上高を正確に再現することができたとしている。

このように，海底地すべりによって発生する土砂の移動速度や移動体積は，励起される津波の規模に大きく関わると考えられる[4]。しかしながら，海底地すべりの移動速度を実際に計測することは難しく，これを実測した例はない。そこで，筆者らは，海底斜面を模擬した室内模型実験において，水中での地すべり発生メカニズムおよび斜面を滑動する土塊の運動について焦点を当て検討を行ってきた[5]。その結果，すべりの変位・速度時刻歴の観点から，海底地すべりの運動形態が大きく下記の 3 パターンに分類されることが分かった。図 1 に海底地すべり模型実験から得られた，地すべり変位の時刻歴を示す。

① 初期ピーク速度が観測された後，速度が直ちに 0.0mm/s まで減少し，再び速度のピークが現れる。
② 初期ピーク速度が観測された後，速度が緩やかに単調減少する。
③ すべり始めた瞬間の速度は比較的小さいものの，定常状態を経た後に大規模なすべりへ進展するクリープ破壊的な特徴を持つ。

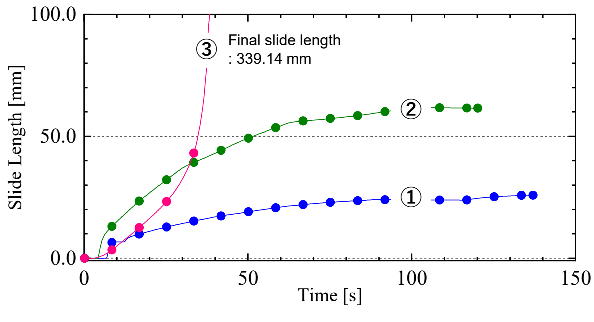

図 1 各速度パターン①～③に対応する変位の時刻歴

特に，パターン③では，すべり開始時の速度は小さいながらも，ある時から急激にすべり速度が増加し，最終的には大規模な地すべりへと進展するため，津波規模も増大することが懸念される。したがって，このようなクリープ破壊的な地すべりへ至るメカニズムを明らかにすることは，海底地すべり災害の危険性を評価する上で重要である。

そこで本研究では，前述のように地すべりの運動形態が異なる現象を，定常状態にあるすべりからの分岐問題としてとらえ，線形安定解析によって不安定運動に分岐する際の条件を導いた。

2. クリープ地すべりの運動方程式の定式化

クリープ地すべり運動の分岐に関する線形安定解析に関しては，K.T. Chau (1995) [6]の手法を参考にした。

K.T. Chau (1995) [6]は，初期に静止状態あるいはクリープ状態にある岩盤斜面あるいは粘性土層を有する斜面に対して，降雨に起因する水分量の変化や間隙水圧の上昇などの微小な擾乱が作用した場合の地すべり運動の不安定化について線形安定解析および数値解析を通して議論している。その際，すべり面の摩擦則として，Ruina (1983) [7]によって提案された単一状態変数を導入した非線形摩擦則を用いている。これは，すべり面に作用する摩擦力が，すべり速度およびすべり面の状態変数に依存するとした摩擦則であり，乾燥状態の岩盤節理のすべりを表現するために提案された。岩盤節理のクリープ地すべりにおいて，すべり速度に急激な変化が加えられると，すべり面に沿ったせん断応力がより高い値に跳ね上がり，すべりが継続するとともに新たな定常状態にまで低下することが多くの実験によって示されている。すべり速度の増加に伴うせん断応力変化の模式図を図 2 に示す。

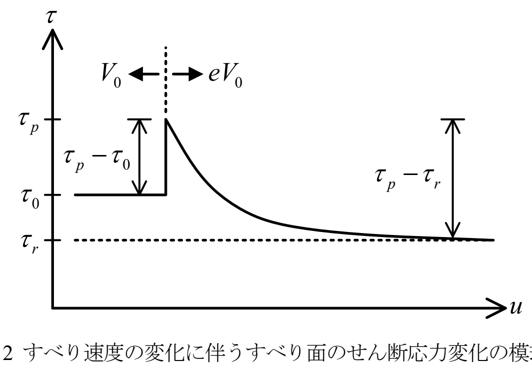

図 2 すべり速度の変化に伴うすべり面のせん断応力変化の模式図
（Chau, 1995; Ruina, 1983をもとに作図）

その後，Skempton(1985) [8]は粘性土を用いたリングせん断試験を実施し Ruina(1983) [7]によって提案された乾燥岩盤に対する非線形摩擦則が，飽和粘性土のすべり面にも等しく適用可能であることを示した。つまり，飽和粘性土上のすべりにおいても，すべり速度の増加とともにせん断応力がより高い値になるジャンプ現象が発生し，その後すべりが継続すると，せん断応力が新たな定常状態に至ることを発見した。Skempton(1985) [8]の実験のほとんどは，地震によって引き起こされた場合を想定して，比較的高速度ですべり変位を受けている粘性土について行われたが，同じ現象がすべり速度がはるかに遅い場合についても成り立つということが示されている。

この節では，K.T. Chau (1995) [6]に倣い，Ruina(1983) [7]によって提案された非線形摩擦則を考慮した地すべりの運動方程式を立て，すべりの状態が定常状態から不安定に至る条件について系の線形安定解析によって評価する。

2.1 安定・不安定の定義

静止または定常状態にある地すべり土塊の運動について，系が満たすべき微分方程式の解の安定性を調べることで土塊の運動の安定（不安定）性を検証する。はじめに，微分方程式の解の安定・不安定を以下のように定義する [9]。

$x(t)$を自律系微分方程式 $dx/dt=f(x)$ の解とする。$x(t)$が安定とは，任意の実数$\varepsilon>0$に対して，ある正数δが存在し，他の解について $t=t_0$ のとき，

$$\|x(t_0)-y(t_0)\|<\delta \tag{1}$$

ならば，$t>t_0$ を満たす全ての $t\in\mathbb{R}$ に対して，

$$\|x(t)-y(t)\|<\varepsilon \tag{2}$$

が成り立つことを“安定（あるいは Lyapunov 安定）”と定義する。同様に，$x(t)$が“漸近安定”とは，$x(t)$が安定であって，かつ以下を満足するときをいう；ある正数δが存在して，$t>t_0$ を満たす全ての $t\in\mathbb{R}$ に対して，

$$\|x(t_0)-y(t_0)\|<\delta \tag{3}$$

ならば，

$$\lim_{t\to\infty}\|x(t)-y(t)\|=0 \tag{4}$$

を満たすとき，$x(t)$は漸近安定である。また，上記の安定条件を満たさない場合を“不安定”と定義する。図 3 に安定・不安定の定義の模式図を示す。

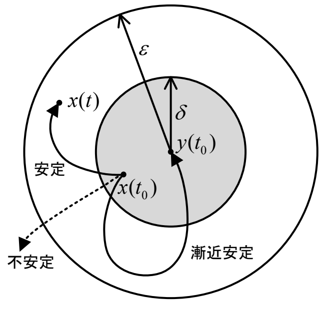

図 3 自励系微分方程式における安定・不安定の概念図[9]

2.2 非線形摩擦則を考慮した地すべり運動の定式化

本研究では Skempton(1985) [8]が示したように，Ruina (1983) [7]によって提案された乾燥岩盤に対する非線形摩擦則が，飽和地盤のすべり面についても適用可能であると仮定する。問題を扱いやすくするために，図 4 に示すような一次元無限長斜面を仮定することで理想化できる浅い地すべりに焦点を当てる。また，地すべり土塊は剛体を仮定

し土塊自体の変形は考慮しない。地すべりの駆動力としては重力のみである。

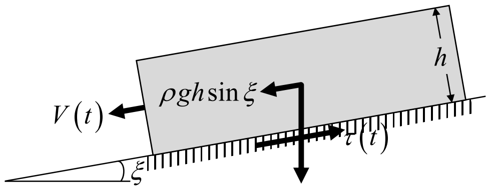

図 4 一次元無限長斜面を滑動する土塊の力のつり合い状態模式図

図 2 に示すように，せん断応力τの変化は，状態変数θを導入して以下のように表せる。

$$\tau = \tau_0 + \theta + (\tau_p - \tau_0)\ln(V/V_0) \tag{5}$$

また状態変数θの発展則は Ruina(1983) [7]より次式で与える。

$$\frac{d\theta}{dt} = -\frac{V}{L}\left\{\theta + (\tau_p - \tau_r)\ln(V/V_0)\right\} \tag{6}$$

ここで，Vはすべり速度（$du/dt = V$，u: 変位），V_0は参照速度，τ_pおよびτ_rはリングせん断試験などによって計測された，せん断応力ジャンプ後の値およびすべり変位進行後の残留せん断応力の値である。τ_0はすべり速度増加前の定常状態におけるせん断応力，t は時間変数，L は特性減衰長である。式(5)および式(6)に示すように，すべり速度が定常状態の V_0から eV_0（e はネイピア数）に変化した時，せん断応力はτ_pまで増加する。その後，すべりの進行とともに，特性減衰長 L によってせん断応力がτ_pからτ_rはまで指数関数的に減少するという変化を表している。

次に，地すべり土塊の運動方程式を考える。地すべり土塊には，重力によるすべり進行方向に作用する駆動力と，それと逆方向に抵抗力が作用しているので，

$$\frac{dV}{dt} = g\sin\xi - \frac{\tau}{\rho h} \tag{7}$$

となる。ここで，g は重力加速度，ξは斜面傾斜角度，ρは土塊の密度，h は地すべり土塊の層厚である。

式(5)を時間 t で微分すると，

$$\frac{d\tau}{dt} = \frac{d\theta}{dt} + \frac{\tau_p - \tau_0}{V}\frac{dV}{dt} \tag{8}$$

となる。ここで，式(6)の状態変数θの発展則，および式(7)の運動方程式を式(8)に代入すると，

$$\frac{d\tau}{dt} = -\frac{V}{L}\left\{\theta + (\tau_p - \tau_r)\ln(V/V_0)\right\} + \frac{\tau_p - \tau_0}{V}\left(g\sin\xi - \frac{\tau}{\rho h}\right) \tag{9}$$

となる。

次に，式(6)～式(9)で定式化される支配方程式を簡易化するために，各変数を無次元化する。

$$\bar{\tau} = \frac{\tau}{\tau_p - \tau_0}, \quad \bar{v} = \ln(V/V_0), \quad \bar{u} = \frac{u}{h}, \quad T = \frac{V_0 t}{h} \tag{10}$$

これを式(7)および式(9)に代入すると，無次元化された支配方程式が得られる。

$$\frac{d\bar{\tau}}{dT} = -\lambda e^{\bar{v}}\left\{\bar{\tau} - \bar{\tau}_0 - (1-\beta)\bar{v}\right\} + \frac{e^{-\bar{v}}}{\kappa}(\gamma - \bar{\tau}) \tag{11}$$

$$\frac{d\bar{v}}{dT} = \frac{e^{-\bar{v}}}{\kappa}(\gamma - \bar{\tau}) \tag{12}$$

$$\frac{d\bar{u}}{dT} = e^{\bar{v}} \tag{13}$$

ここで，e はネイピア数を表しており，式中における各無次元数は以下の式(14)に示す通りである。

$$\bar{\tau}_0 = \frac{\tau_0}{\tau_p - \tau_0}, \quad \kappa = \frac{\rho V_0^2}{\tau_p - \tau_0}, \quad \gamma = \frac{\rho gh\sin\xi}{\tau_p - \tau_0}, \quad \beta = \frac{\tau_p - \tau_r}{\tau_p - \tau_0}, \quad \lambda = \frac{h}{L} \tag{14}$$

また，ここで注目すべき点は，定式化した微分方程式の右辺はいずれも時刻 T を陽に含んでおらず，自律系となっているという点である。

3. 支配方程式の線形化

前節で定式化した支配方程式の線形安定解析を行うにあたり，まず式(11)(12)の平衡解(τ^*, v^*)を求める。地すべり土塊が静止しているあるいは定常状態にあるとき，すべり面のせん断応力変化および土塊の速度変化はないと考える。すなわち，

$$\left.\frac{d\bar{\tau}}{dT}\right|_{\bar{\tau}=\tau^*} = 0, \quad \left.\frac{d\bar{v}}{dT}\right|_{\bar{v}=v^*} = 0 \tag{15}$$

これにより平衡解(τ^*, v^*)が次式のように得られる。

$$\bar{\tau} = \tau^* = \gamma, \quad \bar{v} = v^* = \frac{\gamma - \bar{\tau}_0}{1-\beta} \tag{16}$$

次に，定式化した力学系において，平衡状態から微小な摂動が与えられた時の安定性について議論する。下記のように，平衡点からの微小な攪乱成分$\tilde{\tau}$，$\tilde{v}$を定義する。

$$\tilde{\tau} = \bar{\tau} - \tau^*, \quad \tilde{v} = \bar{v} - v^* \tag{17}$$

式(17)を式(11)(12)に代入して，系に与えられた摂動が時間の経過とともに発散するのか（不安定），それとも摂動成分が減衰し再び平衡点へ収束するのか（安定）を議論していく。その際，元の微分方程式の解の安定性を議論する代わりに，支配方程式を平衡点近傍で線形近似した線形化方程式の解の安定性を考える。このことは Hartman-Grobman の定理 [10),11)]によって，2 つの微分方程式で定式化される力学系の，平衡解周りでの解軌道が質的に同じであることが証明されている。Hartman-Grobman の定理について簡潔に記述しておく。

3.1 Hartman-Grobman の定理 [10),11)]

平衡点 $\mathbf{x}_*$ の近傍において，線形化方程式の行列 $\mathbf{A}$ の全ての固有値の実部が 0 でない場合（つまり双曲型平衡点の場合），もとの微分方程式と線形化微分方程式の解軌道が一致する（局所位相同値）。ここで，もとの自励系微分方程式が，

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{f}(\mathbf{x}), \quad \mathbf{f}(\mathbf{x}_*) = 0 \tag{18}$$

と表されるとき，平衡点 $\mathbf{x}_*$ 近傍での線形化方程式とは，

$$\frac{d\mathbf{y}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{y}, \quad \mathbf{y} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_*, \quad \mathbf{A} = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}}(\mathbf{x}_*) \tag{19}$$

で表される微分方程式のことを言う。また，線形化方程式の係数行列 **A** は，平衡点 $\mathbf{x}_*$ でのヤコビ行列（Jacobian matrix）とも呼ばれる。

3.2　平衡解近傍での線形化方程式の定式化

さて，式(12)および式(13)を，

$$\frac{d}{dT}\begin{bmatrix}\bar{\tau}\\ \bar{v}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}f(\bar{\tau},\bar{v})\\ g(\bar{\tau},\bar{v})\end{bmatrix} \tag{20}$$

と考えると，式(20)の平衡点 (τ^*, v^*) 近傍での線形化行列は，

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix}\partial f/\partial\bar{\tau} & \partial f/\partial\bar{v}\\ \partial g/\partial\bar{\tau} & \partial g/\partial\bar{v}\end{bmatrix}_{(\tau^*,\,v^*)} \tag{21}$$

となる。式(16)に示す平衡点の値を式(21)に代入すると，最終的に式(11)および式(12)の線形化方程式は次式となる。

$$\frac{d}{dT}\begin{bmatrix}\tilde{\tau}\\ \tilde{v}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-\left(\lambda e^{v^*}+e^{-v^*}/\kappa\right) & \lambda e^{v^*}(1-\beta)\\ -e^{-v^*}/\kappa & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\tilde{\tau}\\ \tilde{v}\end{bmatrix} \tag{22}$$

3.3　線形化方程式の係数行列 A の固有値

線形化方程式の安定性は，線形化行列 **A** の固有値の実部の符号によって評価することができる。固有値をωとすると，線形化行列 **A** の特性方程式は，

$$\det(\mathbf{A}-\omega\mathbf{I})=\begin{vmatrix}-\left(\lambda e^{v^*}+e^{-v^*}/\kappa\right)-\omega & \lambda e^{v^*}(1-\beta)\\ -e^{-v^*}/\kappa & -\omega\end{vmatrix}=0 \tag{23}$$

となる。これをωについて整理すると，次式に示すような 2 次方程式が得られる。

$$\omega^2-p\omega+q=0,\quad p=-\left(\lambda e^{v^*}+\frac{e^{-v^*}}{\kappa}\right),\quad q=\frac{\lambda}{\kappa}(1-\beta) \tag{24}$$

この 2 次方程式を解くと，固有解は，

$$\omega_{1,2}=\frac{p\pm\sqrt{p^2-4q}}{2}\qquad(\omega_1>\omega_2) \tag{25}$$

となり，この固有解の実部の正負符号を調べることで安定・不安定を評価することができる。

なぜ固有解の実部の正負符号によって安定性の評価が可能かについて簡潔に述べる。特性方程式の解を求めることは，式(22)の摂動成分 $(\tilde{\tau},\tilde{v})$ に対して，

$$\tilde{\tau}=c_1e^{\omega T},\quad \tilde{v}=c_2e^{\omega T} \tag{26}$$

を代入して整理していることと同じである。式(26)中のωの実部が正の場合，平衡点からの摂動成分である $(\tilde{\tau},\tilde{v})$ は時間 T の経過に伴い増加し，発散する。一方で，ωの実部が負の場合は，時間 T の経過に伴い摂動成分は 0 に収束する，すなわち平衡点に収束し安定となる。

以上の議論は，本研究で扱う特性方程式は 2 次方程式となり，固有値の実部の正負を調べることは比較的容易であるが，より一般的には Routh-Hurwitz の定理を利用することで，全ての固有解の実部が負値を持つ条件を求めることが可能である。

4.　系の線形安定解析

本節では，式(25)で示された固有値の特性によって，系の安定性を評価していく。本研究の場合，平衡点は渦状安定点（スパイラル），結節安定点（ノード），および鞍状不安定点（サドル）の 3 つの場合をとり得る [12]。以下，各々の場合について考察する。

4.1　渦状安定点（スパイラル）

まず，式(25)で表される固有解が，実数解なのか，複素共役解なのかについて議論する。式(24)より，

$$p^2-4q=\left(\lambda e^{v^*}-\frac{e^{-v^*}}{\kappa}\right)^2+\frac{4\lambda\beta}{\kappa} \tag{27}$$

である。また式(14)より，$\lambda>0$，$\kappa>0$ であるので，βの符号によって平方根の中の符号が変化する。

$$p^2-4q<0\ \rightarrow\ \beta<-\frac{\kappa}{4\lambda}\left(\lambda e^{v^*}-\frac{\lambda e^{v^*}}{\kappa}\right)^2 \tag{28}$$

の時，固有解は複素共役解となる。さらに，$\lambda>0$，$\kappa>0$ に対して，常に $p<0$ である。従って $\mathrm{Re}(\omega_{1,2})<0$ となり，系に与えられた摂動は時間の経過とともに平衡点に収束する。この時，平衡点 (τ^*, v^*) は図 5 に示すような渦状安定点となる。

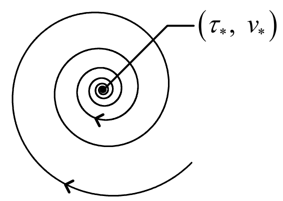

図 5 固有解が複素共役解となるときの解軌道（渦状安定点）

ただし，βが負の値となる時は，$\beta=\left(\tau_p-\tau_r\right)/\left(\tau_p-\tau_0\right)$ より，図 6 に示すように τ_r が τ_p よりも大きくなる時である。過去の岩盤節理や粘性土を使ったリングせん断実験において，多くの場合$\beta>0$ であることが主張されており，上記のような渦状安定となる場合は極めて稀有なケースでると考えられる。

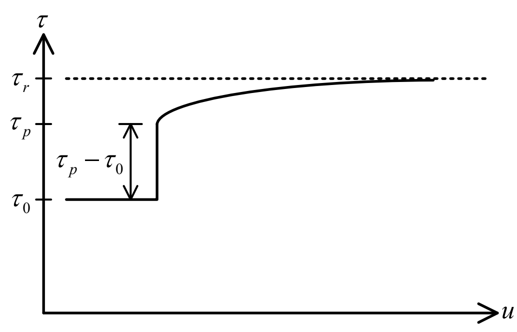

図 6 τ_r が τ_p よりも大きくなる（$\beta<0$）場合のせん断応力変化

4.2　結節安定点（ノード）

次に，固有解が実数解を持つ場合，すなわち，p^2-4q＞0 の場合を考える。この時，固有解は 2 つの異なる実数解 $\omega_{1,2}$ を持つことになるが，まずどちらも負値となる場合を考える：$\omega_2<\omega_1<0$.

式(25)より，全ての固有解が負の実数となるのは，

$$0 < \sqrt{p^2 - 4q} < -p \tag{29}$$

の時である。これより $q>0$ という条件が得られ，さらに式(24)より，最終的に $0<\beta<1$ を満たす時，全ての固有解が負となり，解軌道は図 7 に示すように結節安定点となることが分かる。これはつまり，下の図 8 に示すように，$\tau_0 < \tau_r < \tau_p$ の場合であり，速度増加後のせん断応力の収束値が定常状態でのせん断応力 τ_0 よりも大きくなった状態である。

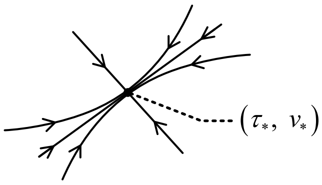

図 7 固有解が負の実数解となるときの解軌道（結節安定点）

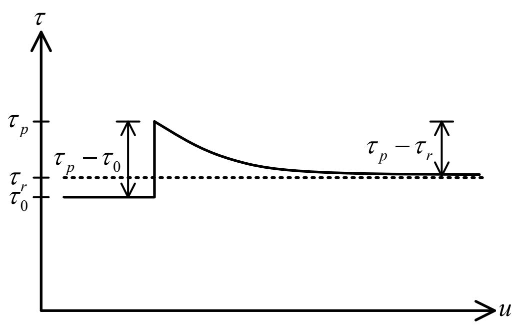

図 8 結節安定点となる場合（$\tau_0 < \tau_r$）のせん断応力変化

4.3 鞍状不安定点（サドル）

最後に系が不安定となる場合について考える。平衡点が鞍状不安定点である場合は，2 つの固有解の一方が正となる場合である。式(25)より ω_2 は常に負であるので，2 つの固有解の大小関係は $\omega_2 < 0 < \omega_1$ となる。この時，

$$0 < -p < \sqrt{p^2 - 4q} \tag{30}$$

であるので，$\beta>1$ という条件が得られる。したがって平衡点は図 9 に示すような鞍状不安定点（サドル）となり，平衡点から離れていく解軌道が存在するため系は不安定となる。

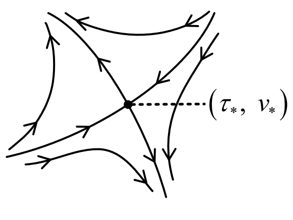

図 9 固有解が正の実数解を持つときの解軌道（鞍状不安定点）

この場合，平衡状態に与えられた摂動は，時間経過とともに発散することになる。これは，すべり速度が定常状態からわずかに増加するような摂動が与えられた場合，速度が増大し大規模な地すべりに至るということを表している。

また，$\beta>1$ の時とはつまり，図 2 に示すようにせん断応力の収束値 τ_r が，初期の定常状態におけるせん断応力 τ_0 よりも小さくなる状態を意味している。例えば陸上地盤において，降雨や地震動といった外乱は地盤内の過剰間隙水圧を上昇させ，せん断応力を減少させる。海底地盤においても同様であり，地震によって海底地盤の砂層が液状化することや，波浪による過剰間隙水圧の上昇は十分に考えられる現象である。たとえ地震によって海底地盤液状化が発生しなくとも，地震津波による波浪は海底地盤内の間隙水圧に微小な摂動を与えることになり，海底地すべりの大規模化を助長すると考えられる。

5. 結論

本研究では，海底地すべりの運動形態が定常状態からクリープ破壊に至るプロセスに着目した。特に，地すべりの不安定化に寄与するパラメータを抽出することを目的とし，非線形摩擦則を考慮した地すべりの系に対して線形安定解析を実施した。その結果，以下に示す知見を得た。

(1) 地すべり速度が定常状態からわずかに増加した後，せん断応力が新しい定常状態に至る過程で安定・不安定の分岐が起きる。

(2) 地すべり速度増加後のせん断応力よりも，残留状態でのせん断応力が大きくなる場合，系の解軌道は渦状安定となる。

(3) 地すべり速度増加後のせん断応力よりも残留状態でのせん断応力が小さくなる場合，初期の定常状態におけるせん断応力よりも高い値に収束するのであれば，系は安定となる。

(4) (3)に対して，初期のせん断応力より残留状態でのせん断応力が小さくなる場合，系は不安定となり，定常状態からすべり速度が発散すると考えられる。海底地盤内の間隙水圧上昇など，せん断応力の低下に寄与する微小な摂動が与えらえることで，海底地すべりの大規模化を助長すると考えられる。

最後に，今後の課題を挙げる。本研究では，平衡点近傍での線形安定解析を実施したが，それによって得られた結果が元の非線形微分方程式に対しても同様に成り立つのかを検証する必用がある。これについては常微分方程式を数値的に解くことで検証する。

また，未知数としてせん断応力を直接的に用いており，間隙水圧や高速すべりによって生じる摩擦熱の影響を陽に考慮していない。今後はこれらの未知数についても検討を進める。

参 考 文 献

1) 池原研：講座 すべりに伴う物質の移動と変形 No.5 海底地すべり，日本地すべり学会誌, Vol.41, No.5, pp.112-116, 2005.

2) Shu-Kun Hsu, Jackie Kuo, Chung-Liang Lo, Ching-Hui Tsai,

Wen-Bin Doo, Chia-Yen Ku and Jean-Claude Sibuet.: Turbidity Currents, Submarine Landslides and the 2006 Pingtung Earthquake off SW Taiwan, *Terrestrial, Atmospheric and Oceanic sciences journal*, Vol.19, No.6, pp767-772, 2008.

3) Tappin, D.R., Grilli, S.T., Harris, J.C., Geller, R.J., Masterlark, T., Kirby, J.T., Shi, F., Ma, G., Thingbaijam, K.K.S., Mai, P.M.: Did a submarine landslide contribute to the 2011 Tohoku tsunami? *Marine Geology*, Vol.357, pp.344-361, 2014.

4) 川村喜一郎，金松敏也，山田泰広：海底地すべりと災害-これまでの研究成果と現状の問題点-, 地質学雑誌, Vol.123, No.12, pp.999-1014, 2017.

5) 岩井裕正，木村真郷，安井俊平，張鋒：海底地すべりのクリープ破壊挙動に関する考察，第 55 回地盤工学研究発表会，21-12-01-04，2020.

6) Chau K.T.: Landslides modeled as bifurcations of creeping slopes with nonlinear friction law, *International Journal of Solids and Structures*, Vol.32, No.23, pp.3451-3464, 1995.

7) Ruina A.: Slip instability and state variable friction laws, *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, Vol.88, No.B12, pp.10359-10370, 1983.

8) Skemtopn A.W.: Residual strength of clays in landslides, folded strata and the laboratory, *Géotechnique*, Vol.35, No.1, pp.3-18, 1985.

9) Wiggins S.（著），丹羽敏雄（訳）：非線形の力学系とカオス，丸善出版，1999.

10) Hartman P.: On the local linearization of differential equations, *Proceedings of the American Mathematical Society*, Vol.14, No.4, pp.568-573, 1963.

11) Hartman P.: A lemma in the theory of structural stability of differential equations, *Proceedings of the American Mathematical Society*, Vol.11, No.4, pp.610-620, 1960.

12) Strogatz S.H.（著），田中久陽，中尾裕也，千葉逸人（訳）：非線形ダイナミクスとカオス，丸善出版，2015.